

Tartók statikája I

Az erőmódszer

alapelvek, állóteher

Dr. Hortobágyi Zsolt

Statikailag határozott tartó



Előny:

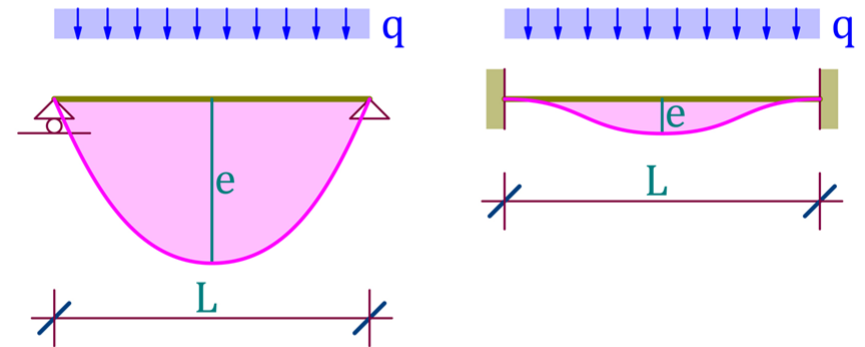
- Nem keletkezik feszültség támaszmozgás, hőmérsékleti teher, gyártási hiba hatására.

Hátrány:

- Nincs merevségi tartalék a szerkezetben. Egy meghibásodás könnyen a szerkezet tönkremenetelét jelentheti.
- Nagyobb alakváltozások

Határozott <-> határozatlan tartó

statikailag határozott tartó statikailag határozatlan tartó



$$e = \frac{5 q L^4}{384 EI}$$

$$e = \frac{1 q L^4}{384 EI}$$

Statikailag határozatlan tartó



Előny:

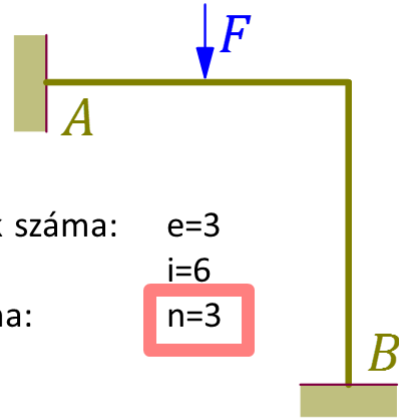
- Kisebb alakváltozások
- Meghibásodás esetén átrendeződik az erőjáték
- Képlékeny teherátrendeződés lehetősége adott -> többlet teherbírás

Hátrány:

- Kinematikai teher (hőmérséklet változás, gyártási hiba, támaszmozgás) hatására jelentős belső igénybevételek keletkezhetnek.

Statikailag határozatlan szerkezet

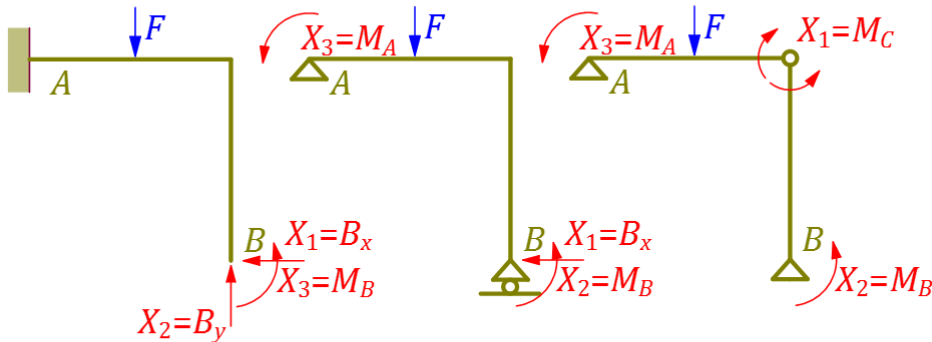
Független egyensúlyi egyenletek száma: $e=3$
 Kényszerek fokszáma: $i=6$
 Statikai határozatlanság fokszáma: $n=3$



Erőmódszer

5

Törzstartó felvétele

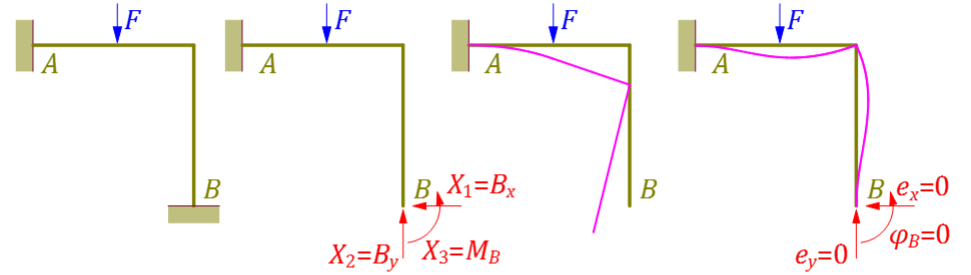


Törzstartó: A statikailag határozatlan tartóból külső vagy belső átvágásokkal kialakított statikailag határozott tartó.

Erőmódszer

6

Geometriai feltételek

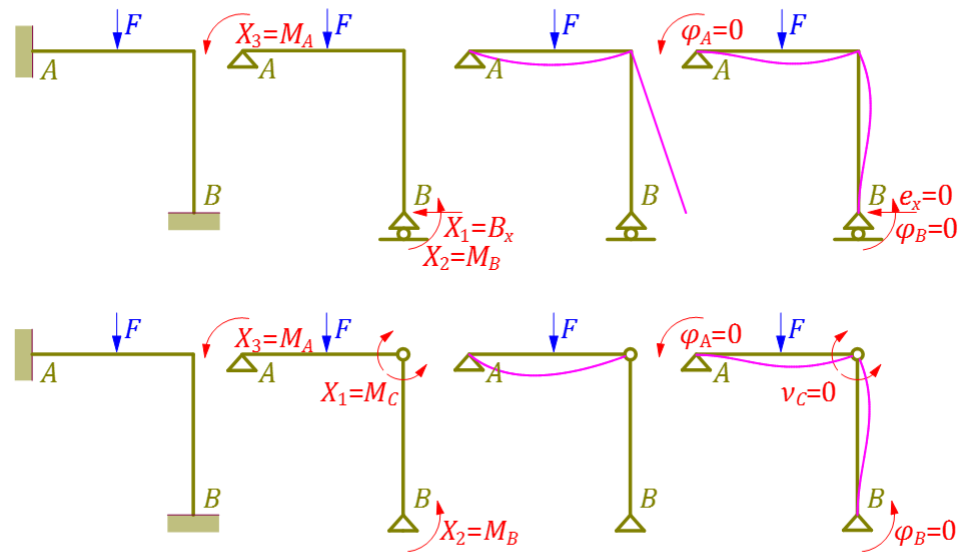


Átvágási kapcsolati erők: Az átvágásokkal lehetővé tett elmozdulásokkal munka-kompatibilis erők, nyomatékok. Az átvágási kapcsolati erőknek biztosítaniuk kell az átvágás előtti geometriai feltételeket.

Erőmódszer

7

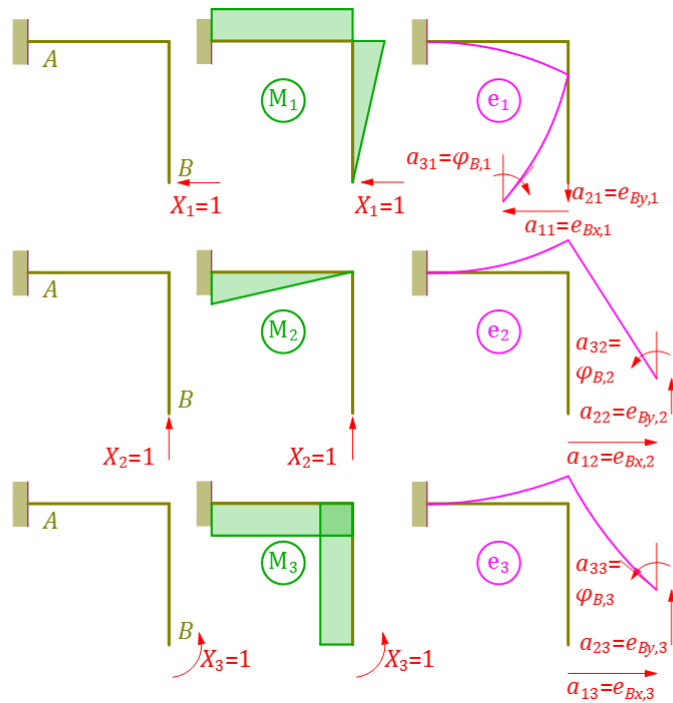
Geometriai feltételek



Erőmódszer

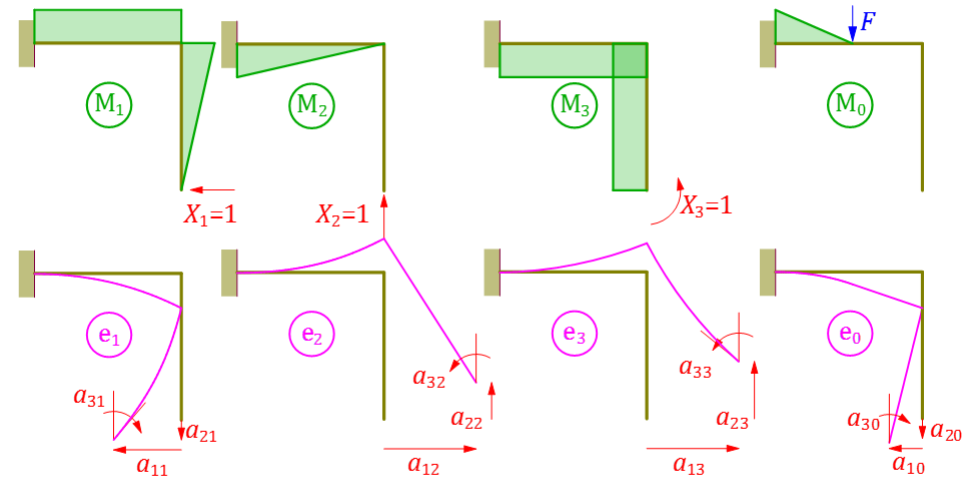
8

Egységtényezők



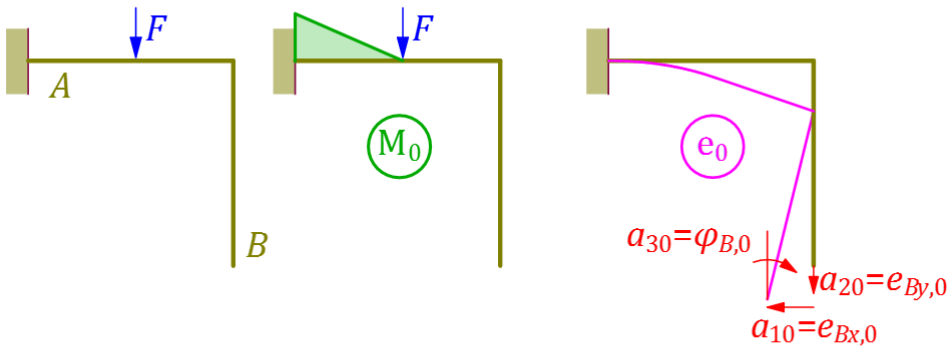
Erőmódszer

Geometriai feltétel



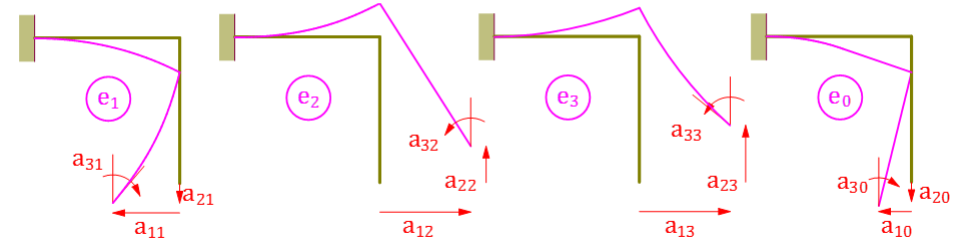
Erőmódszer

Terhelési tényezők



Erőmódszer

Geometriai feltétel



Geometriai (kompatibilitási) feltételi egyenletrendszer:

$$e_{Bx} = a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + a_{13}X_3 + a_{10} = 0$$

$$e_{By} = a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + a_{23}X_3 + a_{20} = 0$$

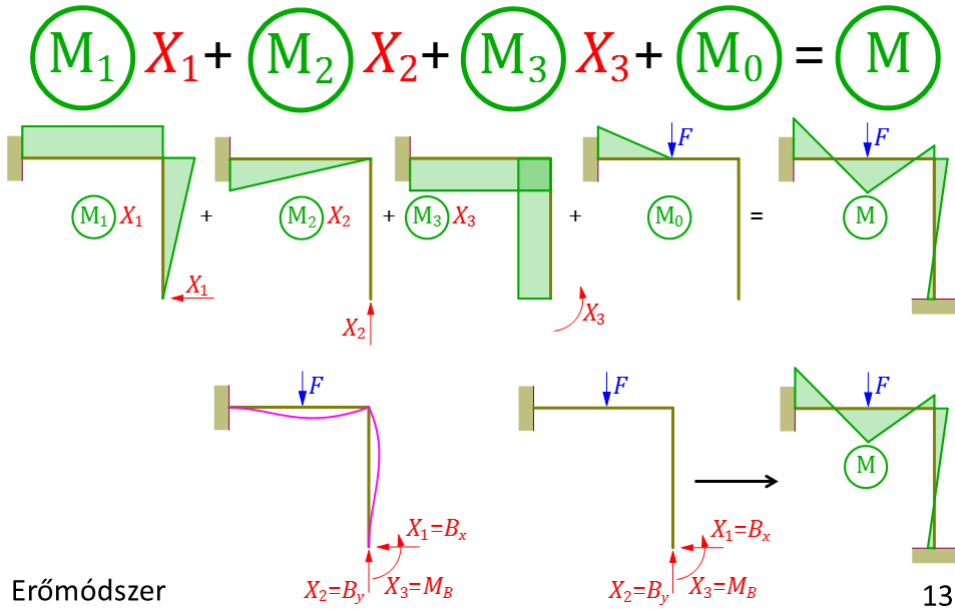
$$\varphi_B = a_{31}X_1 + a_{32}X_2 + a_{33}X_3 + a_{30} = 0$$

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{a}_0 = \mathbf{0} \quad \mathbf{x} = -\mathbf{A}^{-1} \cdot \mathbf{a}_0 = -\mathbf{Z} \cdot \mathbf{a}_0$$

A: hajlékonysági mátrix **Z:** hatástényezők mátrixa

Erőmódszer

Nyomatéki ábra meghatározása



Egységtényezők meghatározása

Az egységtényezők az átvágások helyén keletkező elmozdulások értékei egységnyi kapcsolati erők hatására. Az a_{ij} a egységtényező az i -edik átvágási helyen keletkező elmozdulás értéke az $X_j=1$ kapcsolati erő hatására.

$$a_{ij} = \int_S \frac{M_i M_j}{EI(s)} ds + \int_S \frac{N_i N_j}{EA(s)} ds + \sum_r \frac{S_{ri} S_{rj}}{EA_r} l_r$$

$$a_{ij} = a_{ji}$$

Terhelési tényezők meghatározása

Az a_{i0} a terhelési tényező az i -edik helyen keletkező elmozdulás a szerkezetre ható teher hatására. Meghatározása munkatétellel, az i -edik helyen álló $X_i=1$ kapcsolati erő segítségével történik.

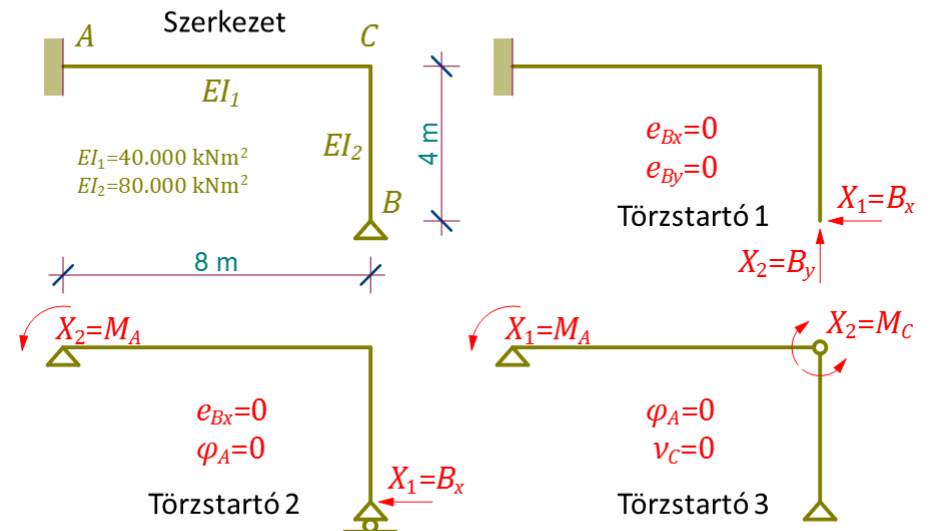
Erőteher:
$$a_{i0} = \int_S \frac{M_i M_0}{EI(s)} ds + \int_S \frac{N_i N_0}{EA(s)} ds + \sum_r \frac{S_{ri} S_{r0}}{EA_r} l_r$$

Támaszmozgás:
$$a_{i0} = - \sum_m B_{mi} e_{m0}$$

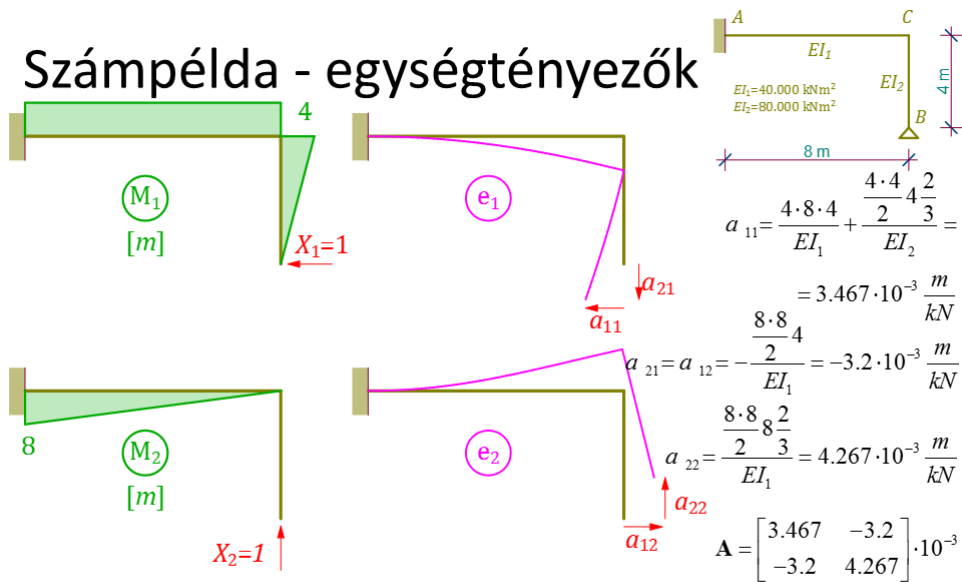
Kinematikai teher:
$$a_{i0} = \int_S M_i \kappa_t ds + \int_S N_i \varepsilon_t ds + \sum_r S_{ri} \varepsilon_{rt} l_r$$

$$\kappa_t = \frac{\Delta t_a - \Delta t_f}{h} \alpha \quad \varepsilon_t = \Delta t_s \alpha$$

Szám példa



Számpélda - egységtényezők

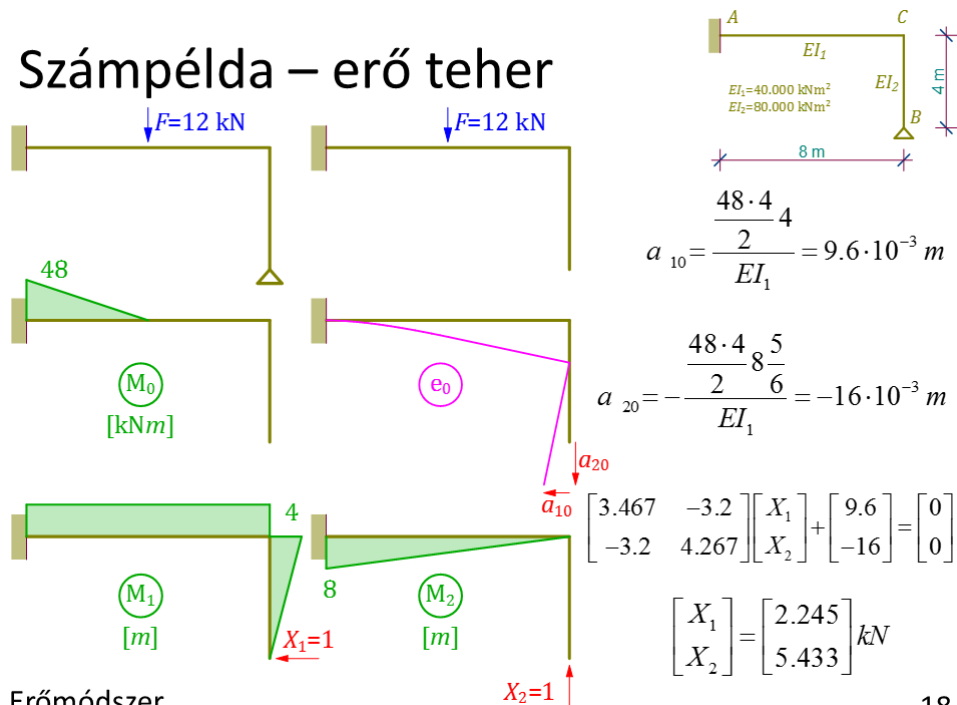


$$Z = A^{-1} = \left[\begin{bmatrix} 3.467 & -3.2 \\ -3.2 & 4.267 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3} \right]^{-1} = \frac{1}{3.467 \cdot 4.267 - 3.2^2} \begin{bmatrix} 4.267 & 3.2 \\ 3.2 & 3.467 \end{bmatrix} \cdot 10^3 = \begin{bmatrix} 937 & 702.7 \\ 702.7 & 759.2 \end{bmatrix}$$

Erőmódszer

17

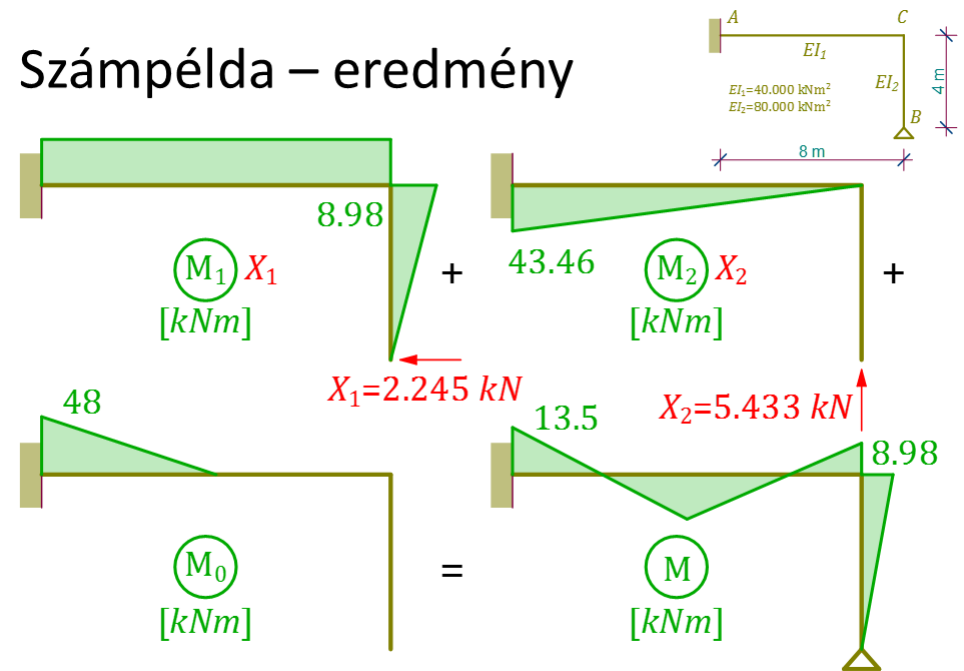
Számpélda - erő teher



Erőmódszer

18

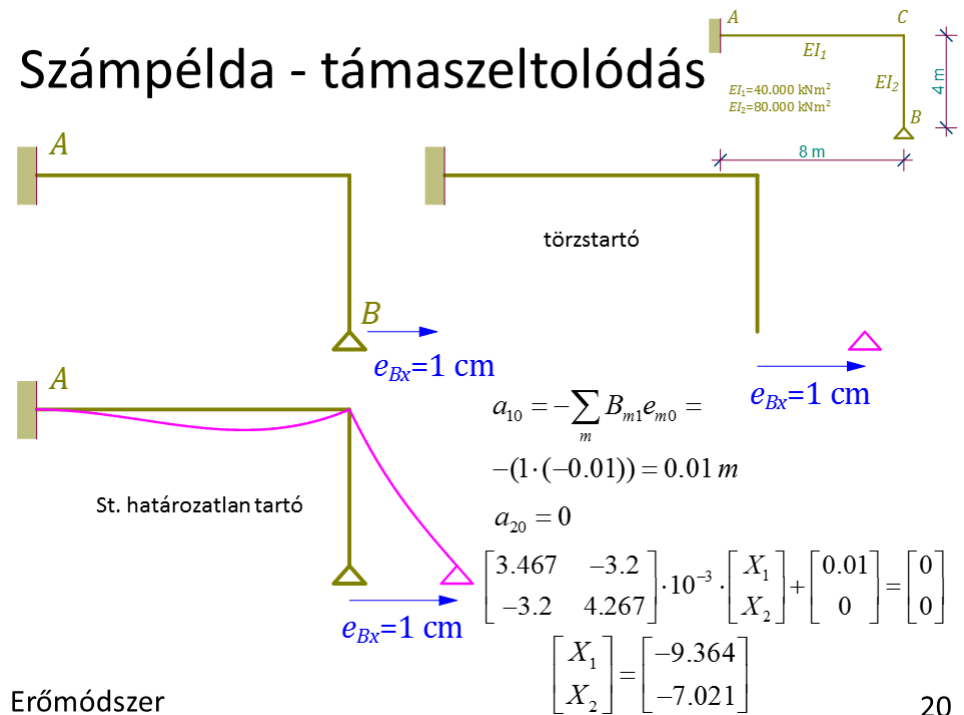
Számpélda - eredmény



Erőmódszer

19

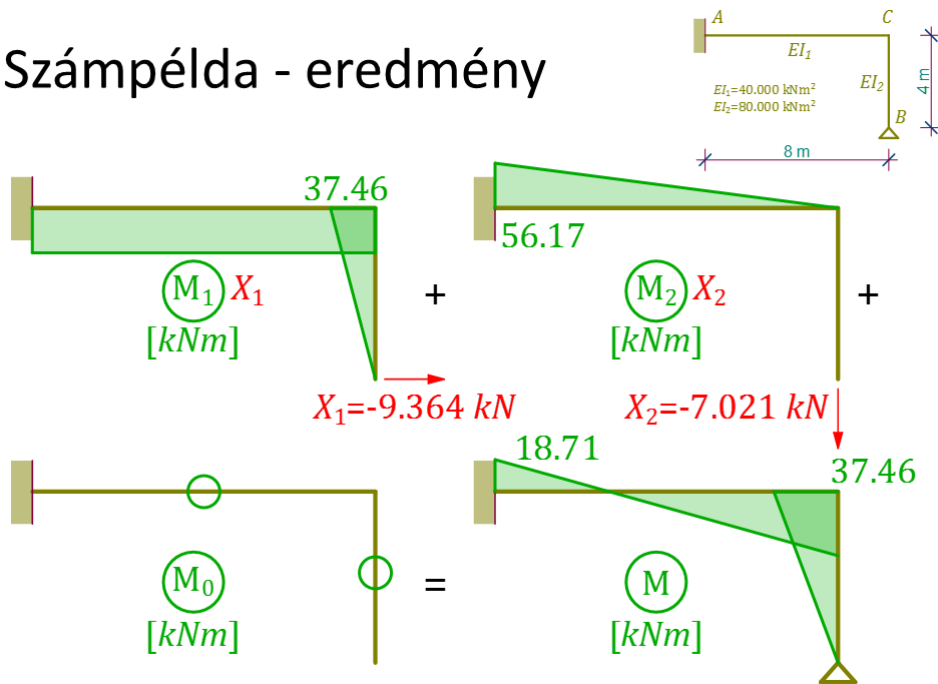
Számpélda - támaszeltolódás



Erőmódszer

20

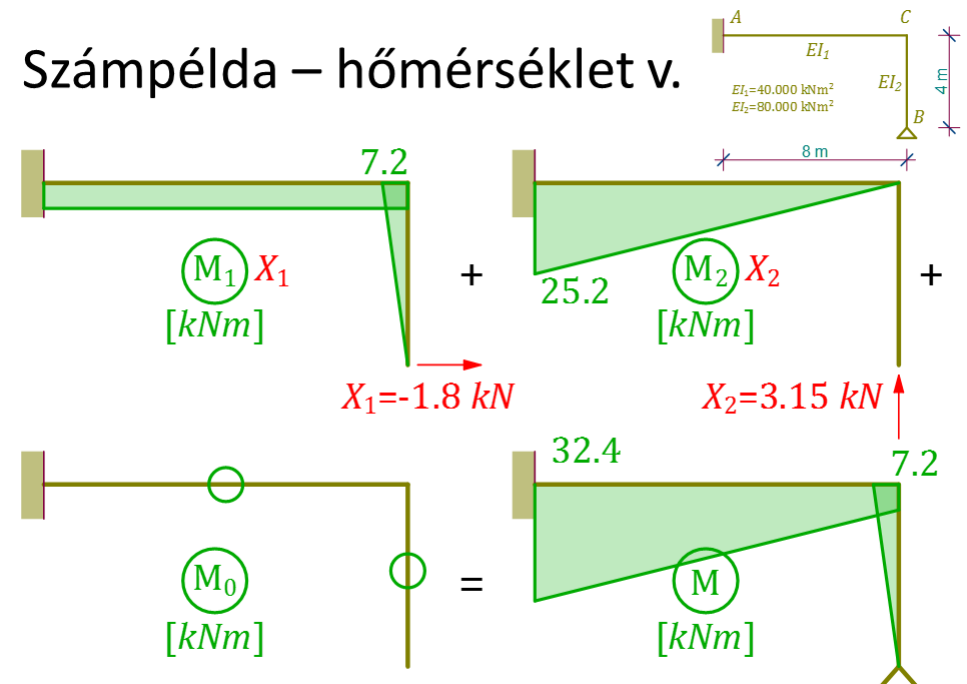
Számpélda - eredmény



Erőmódszer

21

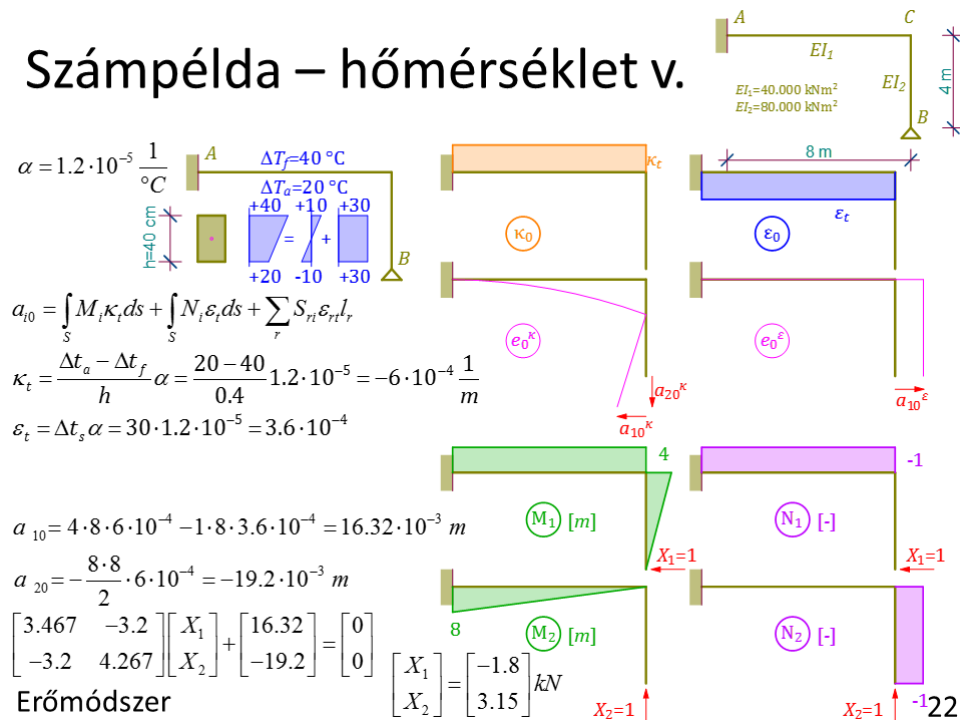
Számpélda – hőmérséklet v.



Erőmódszer

23

Számpélda – hőmérséklet v.



Erőmódszer

22

VÉGE

Köszönöm a figyelmet!

Összeállította: Dr. Hortobágyi Zsolt
 BME Tartószerkezetek Mechanikája TSZ