

BUDAPESTI MŰSZAKI ÉS GAZDASÁGTUDOMÁNYI EGYETEM
ÉPÍTŐMÉRNÖKI KAR, MAGASÉPÍTÉSI TANSZÉK

SEGÉDLET AZ

ÉPÍTŐMÉRNÖKI ÁBRÁZOLÁS

TÁRGYHOZ

I. RÉSZ

2006. BUDAPEST
AZ OKTATÁSI SEGÉDLETET ÍRTÁK:

H. BARÁTI ILONA
NIKA ENDRE
PATONAI DÉNES

MUNKATÁRSAK:

DUDÁS ANNAMÁRIA
MEGYESI-JENEY ANDRÁS

B e v e z e t ő

Az építőmérnöki ábrázolás három fő területe, melyet a tanszék oktat, a következő:

1. Ábrázoló geometria, előadó: Nika Endre
2. Műszaki ábrázolás, előadó: H. Baráti Ilona
3. Szabadkézi ábrázolás, előadó: Patonai Dénes.

1. Az ábrázoló geometria szűkítetten az Építőmérnöki ábrázolás szempontjából tematizálja a tárgyat, s annak azok ábrázolástanilag összefüggő részletkérdéseit oktatja.
2. A műszaki ábrázolás célja: a hallgatók műszaki rajzi képzettségének megfelelő szintre hozása, megismertetve a hallgatókkal a kötelező műszaki rajzi ismereteket, annak jelölési módszereivel és előírásaival, melyet minden tárgyban azonosan tudnak alkalmazni. A tárgy elsősorban 1:200, 1:100, 1:50 léptékű szerkezeti rajzok tartalmi követelményeit taglalja, kiegészítve a részletrajznak és a műszaki terv összefüggéseinek ábrázolási előírásaival.
3. Az építőmérnöki szabadkézi ábrázolás célja a hallgatók léptékhelyes szabadkézi rajzi készségének kifejlesztése, hogy a műszaki életben megbízhatóan legyenek képesek azt alkalmazni. Ennek keretében megtanulják a műszaki jelölésmódok kótázását, az axonometrikus ábrázolást, a perspektívikus ábrázolási technikákat, felületjelöléseket, valamint a rajzi ábrázolás céljait, a koncepcionális ismertetéstől a műszaki ábrázoláson át a valóságghû perspektívikus ábrázolásig.

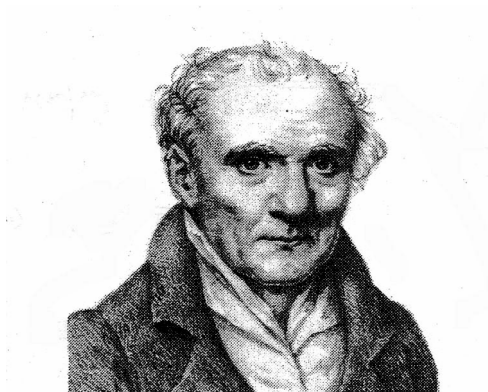
Patonai Dénes, DLA

1. Modul

Az ábrázoló geometria alapjai

Írta: Nika Endre

Munkatárs: Megyesi-Jeney András



G. Monge
(1746 - 1818)

Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem • Építőmérnöki Kar

T a r t a l o m

Bevezetés	3
1. E l ő a d á s	4
1.1 A merőleges vetítési rendszer	4
1.1.1. Képalkotás, vetítés	4
1.1.2. Ábrázolás merőleges vetítéssel	5
1.1.3. Rekonstrukció	6
1.2. Tételek ábrázolása	7
1.2.1. Pontok ábrázolása	7
1.2.2. Egyenesek ábrázolása	8
1.2.3. Síkok ábrázolása	10
1.2.4. Testek ábrázolása	12
2. E l ő a d á s	14
2.1. Transzformáció	14
2.1.1. Szemléletes képek szerkesztése (4.,5.vetületek)	14
2.1.2. Céltranszformáció	16
2.2. Méretes szerkesztések	18
2.2.1. Alapszerkesztések	18
2.2.2. Méretes feladat: „Négyzet-szerkesztés”	19
3. E l ő a d á s	21
3.1. Dőfspont	21
3.1.1. Különböző egyenesek és síkok dőfspontja	21
3.2. Metszésvonal	23
3.2.1. Különböző síkok és egyenesek metszésvonala	23
3.3. Fedélidom-szerkesztés	24
3.3.1. Tetőformák, tetőélek	24
3.3.2. Azonos meredekségű tetők fedélélei	25
3.3.3. Különböző meredekségű tetők fedélélei	26
3.3.4. Feladat: „Azonos hajlású tető”	27
3.3.5. Feladat: „Különböző hajlású tető”	28
4. E l ő a d á s	30
4. Síkmetszések	30
4.1 Síklapú testek síkmetszése	31
4.1.2. Feladat: „Gúla síkmetszése általános síkkal”	31
4.1.3. Rúdszerű testek ábrázolása	33
4.2 Forgástestek síkmetszése	34
4.2.1. Forgástestek metszetgörbéi	35
4.2.2. Feladat: „Álló tetőablak”	36
5. E l ő a d á s	38
5. Áthatások	38
5.1 Síklapú testek áthatása	38
5.1.1. Feladat: „Hasábépület-gúlatorony áthatása”	39
5.2. Forgásfelületek áthatása	41
5.2.1. Feladat: „Teknő- és dongaboltozat áthatása”	41
6. E l ő a d á s	43
6.1 Mérőszámok ábrázolása	43
6.1.1. Pontok, egyenesek, síkok ábrázolása	44
6.1.2. Görbe felületek ábrázolása	46
6.1.3. Földmunka-szerkesztési feladatok	47
6.2. Axonometrikus ábrázolás	49
6.2.1. Ábrázolás a gyakorlatban használt tengelykeresztekkel	50
6.2.2. A kör axonometrikus képe	53
Ajánlott irodalom	55

E l ő s z ó

A rajz igen alkalmas eszköz építészeti gondolatok kifejezésére. A szakemberek évezredek óta készítenek műszaki rajzokat épületek, építmények megvalósításához. A mai műszaki, építési tervek természetesen eltérnek az ókorban készítettektől, sokhelyütt számítógéppel készülnek, jelentőségük azonban az építmények bonyolultabbá válásával egyre nő. A mai építési szakemberek - tervezők, kivitelezők - éppúgy a rajz nyelvén kommunikálnak egymással, mint ókori kollégáik.

A műszaki rajz elvi alapjait az ábrázoló geometria teremti meg. Az ábrázoló geometria a testek ábrázolásának törvényeivel és az ábrázolás gyakorlati módszereivel foglalkozik. Segítségével tudjuk a térbeli testeket a síkban ábrázolni. Ha a műszaki rajzot a szakemberek nyelvének tekintjük, az ábrázoló geometria ennek a nyelvtana.

Az ábrázoló geometria alapjai tantárgymodul tanulásának célja ennek a nyelvtannak a megismerése, azaz az ábrázoló geometriai ismeretek, törvényszerűségek, szerkesztési módszerek elsajátítása. Nem kevésbé fontos cél emellett a mérnöki munkához elengedhetetlen térszemlélet kifejlesztése.

Segédletünk ezen célok elérését kívánja megkönnyíteni a hallgatók számára. Az előadások rendszerét követve az egyes témakörökhöz feltétlenül szükséges alapvető ismereteket foglalja össze dióhéjban és mutat példát alkalmazásukra. A példákat az építési gyakorlatból vettük, ezzel is hangsúlyozva az ábrázoló geometria mindennapi gyakorlati hasznosságát. Számos esetben rajzoltunk a vetületi ábrákhoz térbeli szemléletes képet is, hogy ezzel is segítsük a térbeli alakzatok és vetületi képek közötti kapcsolat megértését.

Célszerűnek tartjuk a segédlet tanulmányozása során a feladatok minél önállóbb, sajátkezű megszerkesztését is; a felületes lapozgatás nem sokat ér.

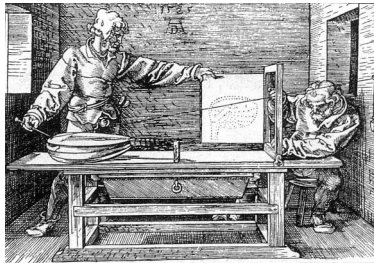
Fontos, hogy a feladatokat először mindig a térben oldjuk meg, tehát képzeletben, csak ezután szerkesszünk síkbeli vetületeket. A feladatmegoldás folyamán a téri valóság és a szerkesztett rajz közötti kapcsolatot mindvégig tartsuk fenn. Kész ábrákat másolni vagy betanulni felesleges.

Sok esetben segít, ha egyszerű modelleket használunk a valóság megjelenítéséhez, pl. ceruzát egyenesek, háromszög-vonalzót síkok, felidézéséhez. Az ábrázoló geometriában sok feladat türelmes megfigyeléssel, logikus gondolkodással „kitalálható”, megoldható. Amit magunk fedezünk fel, értékeesebb, maradandóbb is.

1. E l ő a d á s

Témái: 1.1 A merőleges vetítési rendszer, 1.2 Térelemek ábrázolása

1. 1. A merőleges vetítési rendszer



1. kép

Az építés fejlődése során, ahogy a szerkezetek egyre összetettebbé váltak, és szétvált a tervezői és kivitelezői feladatkör, a műszaki rajzok, tervek nélkülözhetetlen eszközei lettek az építészeti, építőmérnöki alkotások létrehozásának. A műszaki rajzok képalkotási szabályait az ábrázoló geometria teremti meg, segítségével tudjuk a térbeli alakzatokat síkban ábrázolni.

1.1.1. Képalkotás, vetítés

A térbeli alakzatok síkbeli ábrázolása vetítéssel történik. Az így létre jött síkbeli alakzatokat képeknek, vetületeknek vagy nézeteknek nevezzük.

A képalkotásnak több módja van, de valamennyire érvényes követelmény, hogy a vetületeknek egyértelműen meg kell határozniuk a tárgy alakját, méreteit, térbeli helyzetét. A kép alapján a tárgy előállítható (rekonstruálható) kell legyen. Az ábrázolás fejlődése során számos vetítési mód alakult ki.

Vetítési módok

a. Középpontos (centrális) vetítés

A középpontos vetítésnél az alakzat képét a vetítési középpontból (O) vetítősugarak segítségével vetítjük a képsíkra (K). A hagyományos fényképezőgépek hasonló módon centrális vetületet állítanak elő a fényérzékeny filmen (1.a ábra).

b. Párhuzamos, ferde vetítés

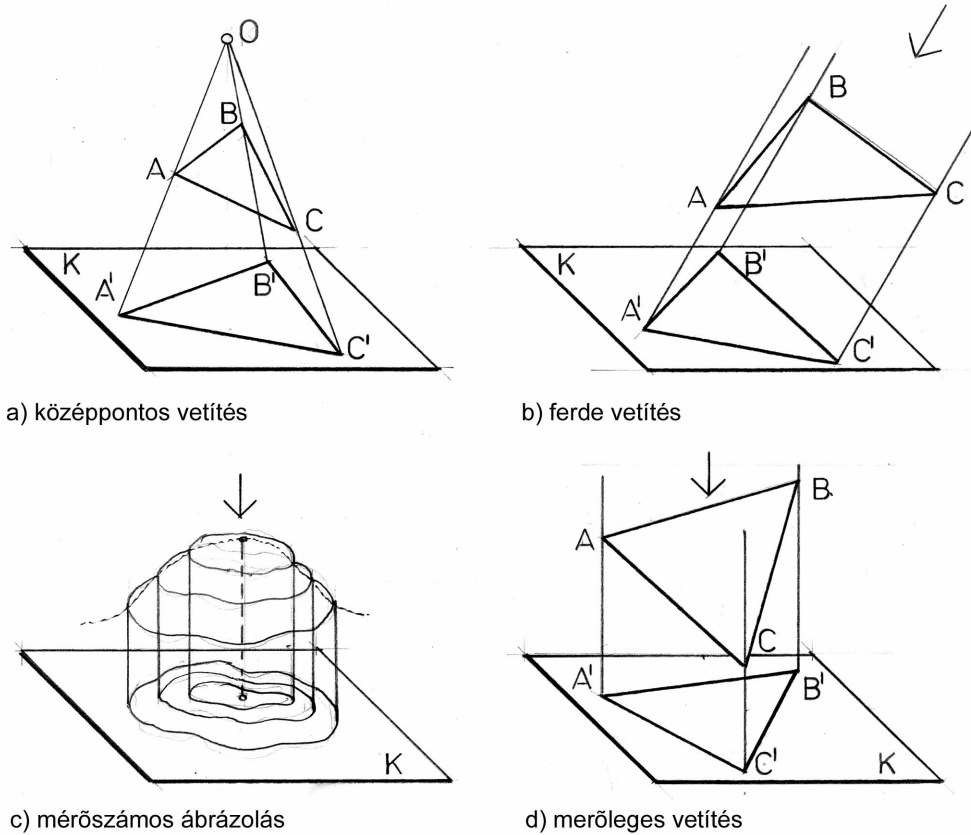
Az alakzat képét párhuzamos, ferde (nem merőleges) vetítősugarakkal vetítjük a képsíkra. A tárgyak napsütésben keletkező vetett árnyéka is lényegében ferde vetület (1.b ábra).

c. Mérőszámos ábrázolás

Az alakzat képét merőleges vetítéssel egyetlen vízszintes képsíkon állítjuk elő, jellemző pontjainak képsíktól mért magasságát mérőszámokkal (kótákkal) adjuk meg (1.c ábra).

d. Merőleges vetítés

A műszaki gyakorlat számára ez a legfontosabb vetítési mód. A merőleges (ortogonális) vetítésnél a képet az alakzat pontjain át a képsíkra bocsátott merőleges vetítősugarak dőléspontjai hozzák létre (1.d ábra).

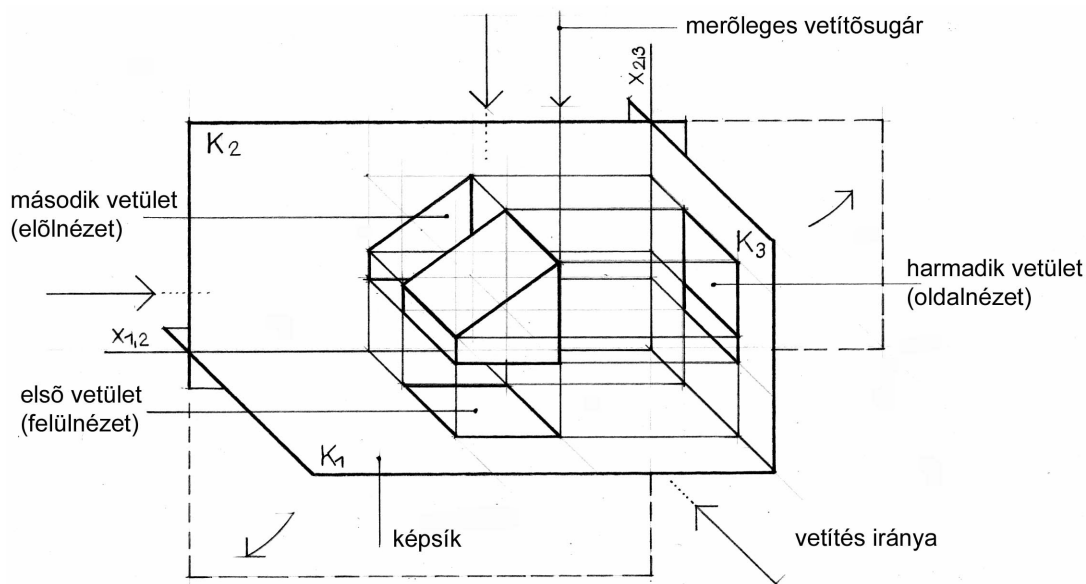


1. ábra

1.1.2. Ábrázolás merőleges vetítéssel

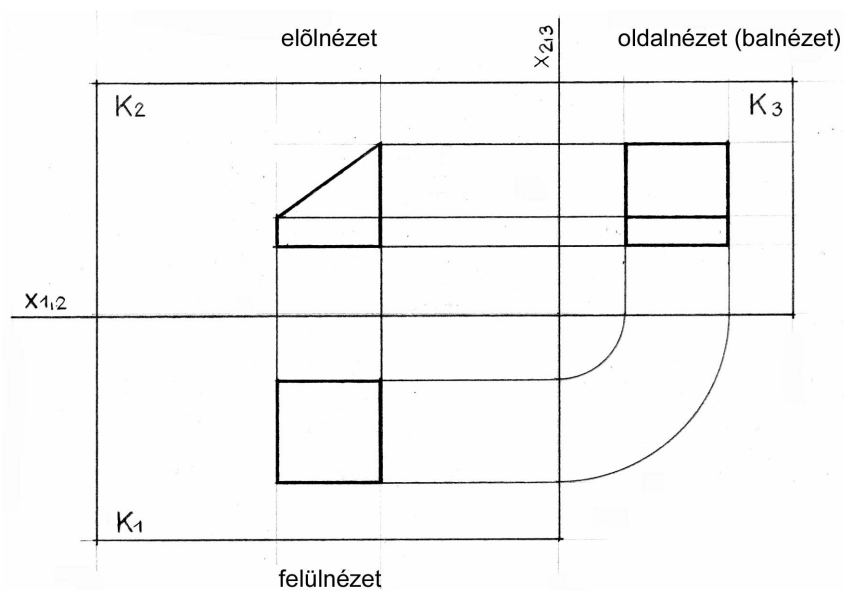
Az építőmérnöki és más műszaki területeken az alakzatok képét merőleges vetítéssel állítjuk elő. Ha a tárgyról csak egyetlen képsíkon készítünk vetületet, ez az egy általában nem elegendő a tárgy felismeréséhez, méreteinek megállapításához, ezért két, ritkán három különböző vetületet készítünk. A képeket egymásra merőleges képsíkokra (K_1 , K_2 , K_3) vetítjük, amelyek együtt képsík-rendszert alkotnak.

Az ábrázolandó alakzatot képzeletben úgy helyezzük el a képsík-rendszerben, hogy jellemző élei, síkjai párhuzamosak legyenek a képsíkokkal. Ebben az úgynevezett alaphelyzetben tudjuk a legegyszerűbben ábrázolni a tárgyat és a vetületeken a tárgy legtöbb éle és síkja így látszik valódi méretben, torzulásmentesen (2. ábra).



2. ábra

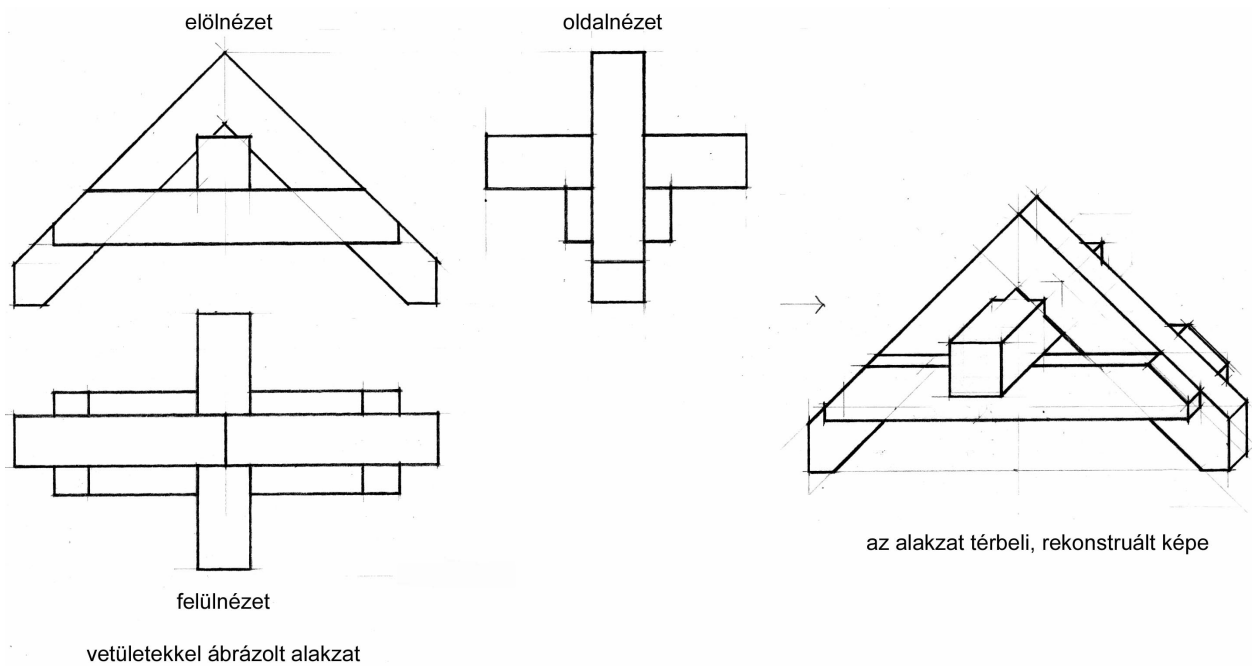
A vetítés után az első és harmadik képsíket a második síkjába forgatjuk, így lényegében megtörtént a képpalkotás: a térbeli alakzatot a rajz síkjában ábrázoltuk (3. ábra).



3. ábra

1.1.3. Rekonstrukció

A rekonstrukció a képpalkotás fordított művelete, melynek során az alakzat rendezett vetületeiből előállítjuk annak térbeli alakját, helyzetét. Kissé leegyszerűsítve mondhatjuk, hogy az építési gyakorlatban a műszaki rajzot, mint kommunikációs eszközt, a tervező a képpalkotás oldaláról, a kivitelező a rekonstrukció oldaláról alkalmazza (4. ábra).



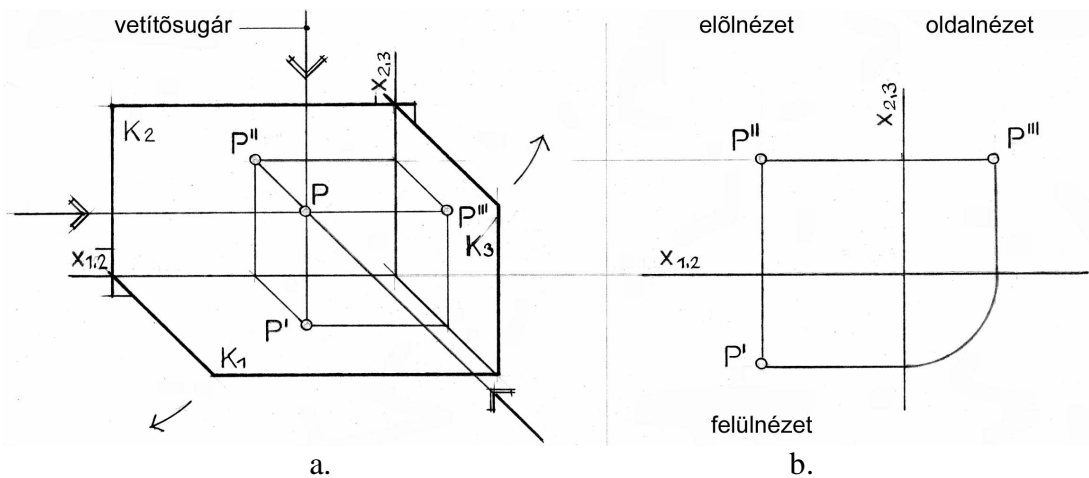
4. ábra

1.2. Térelemek ábrázolása

A térbeli alakzatok síkokból, egyenesekből, pontokból épülnek fel. Ezeket együtt térelemeknek nevezzük.

1.2.1. Pontok ábrázolása

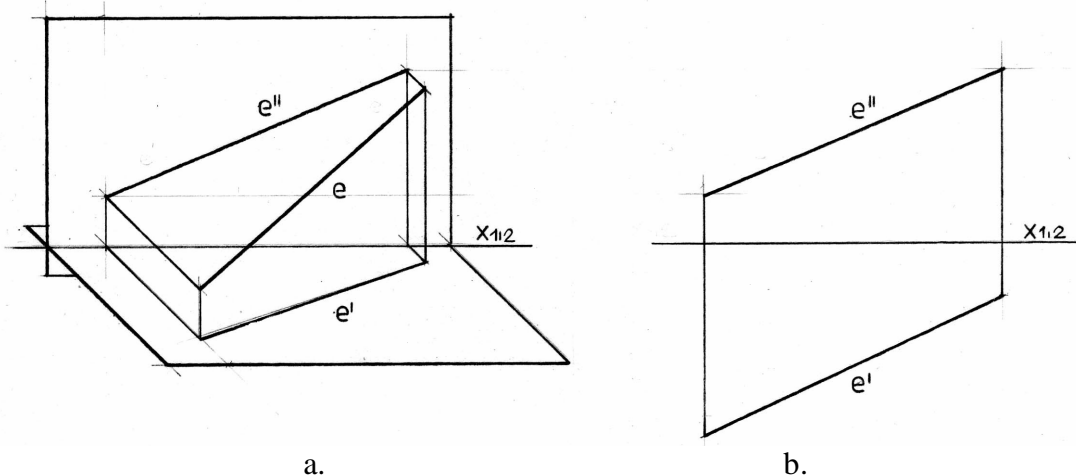
Az 5.a ábrán a pont vetületeinek származtatását szemléletes térbeli ábrán mutatjuk be. Az 5.b ábrán ugyanannak a pontnak a rendezett vetületeit rajzoltuk meg.



5. ábra

1.2.2. Egyenesek ábrázolása

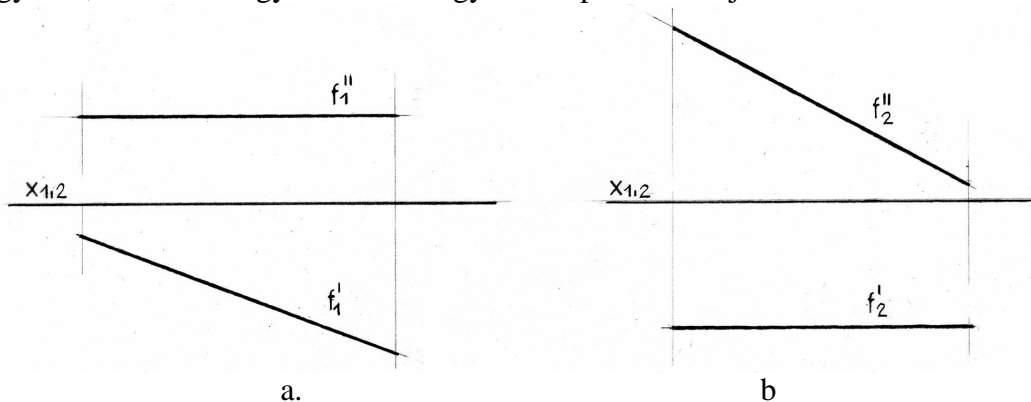
A 6.a ábrán egy általános egyenes vetületeinek származtatását térben ábrázoltuk. Ugyanannak az egyenesnek a rendezett vetületeit a 6.b ábra mutatja.



6. ábra

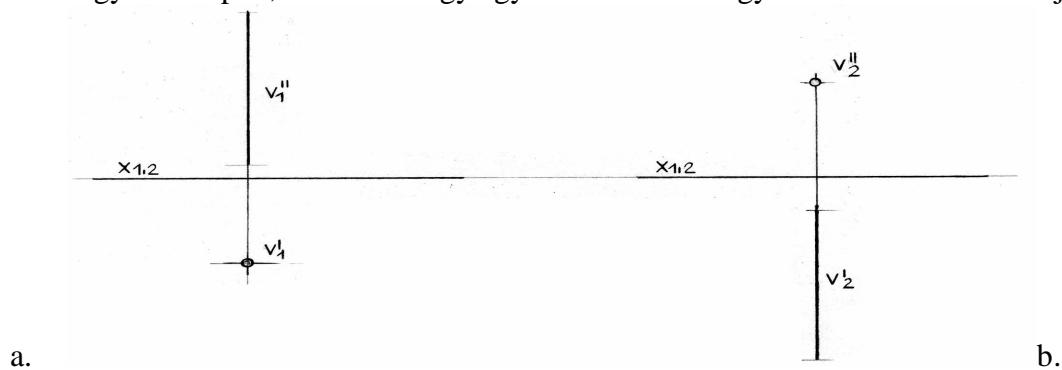
Különleges egyenesek

Főegyenesek (fővonalak): Ezek mindig párhuzamosak valamelyik képsíkkal. A 7.a. ábra egy első főegyenes, a 7.b. ábra egy második főegyenes képeit ábrázolja.



7. ábra.

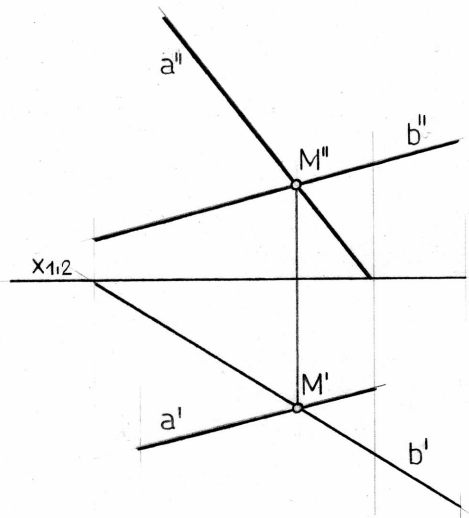
Vetítőegyenesek: A vetítőegyenesek mindig merőlegesek valamelyik képsíkra. A 8.a. ábra egy első vetítőegyenes képeit, a 8.b. ábra egy második vetítőegyenes vetületeit ábrázolja.



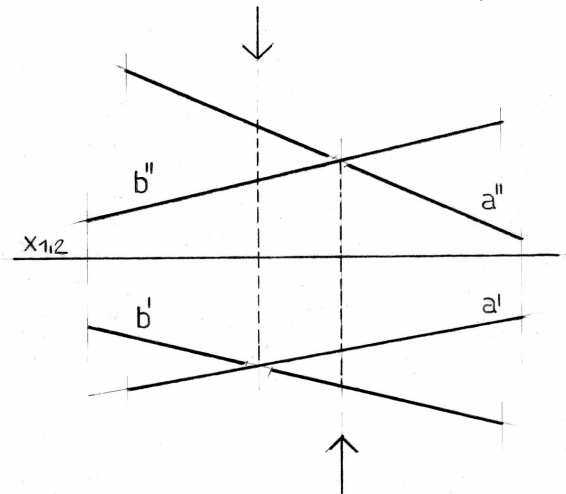
8. ábra

Metsző egyenespár vetülete

Az egyenespár vetületei szintén metszők. A vetületek metszéspontjai rendezettek, mert ugyanannak a pontnak (M) a képei (9. ábra).



9. ábra



10. ábra

Párhuzamos egyenesek vetülete

A párhuzamos egyenesek vetületei is párhuzamosak.

Kitérő egyenesek

A kitérő egyenesek nem fekszenek közös síkban. A vetületeiken látható metszések nem valódiak (térbeliek), csak látszólagosak, képeik nem is esnek egy rendezőre (10. ábra).

A kitérő egyenesek láthatósága

Az első vetület láthatóságának eldöntése:

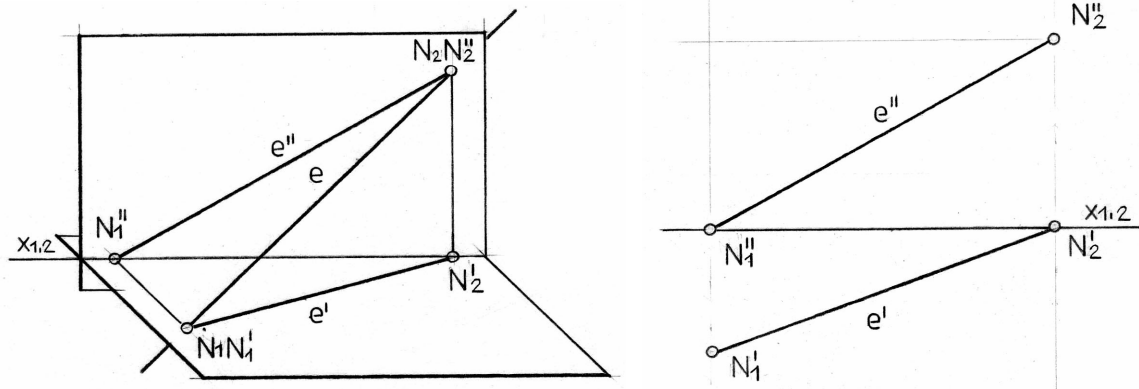
Mint tudjuk, az első képet úgy állítjuk elő, hogy az egyenesek képét felülről vetítjük a képsíkra (felülről nézzük). A második képen látjuk, hogy a látszólagos metszés helyén az a egyenes magasabban van, mint b , tehát az első vetületen a fedi b -t.

Hasonlóan dönthető el a második kép láthatósága is: A felülnézeten látjuk, hogy a kérdéses helyen a b egyenes van hozzánk, a szemlélőhöz közelebb, tehát a második vetületen a takarja b -t. Az ábrán az egyenesek fedettségét a takart egyenes megszakításával érzékeltettük.

Egyenesek nyompontjai

Az egyenesek képsíkkal alkotott metszéspontjai (döféspontjai) a nyompontok.

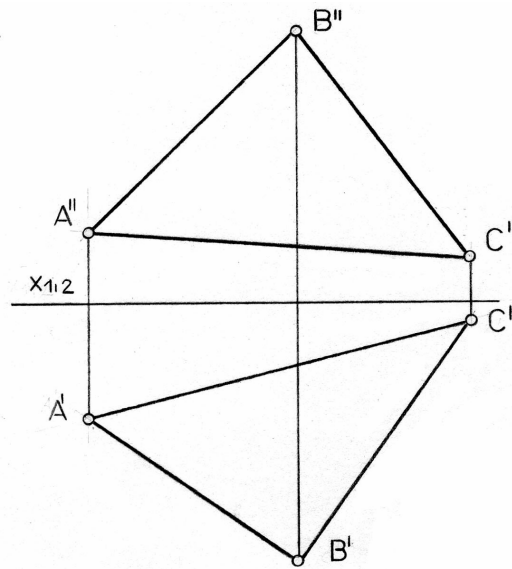
A 11. ábrán egy általános helyzetű egyenes első és második nyompontjait ábrázoltuk térbeli képen és vetületekkel. A felülnézeten (első képen) látható, hogy az egyenes hol metszi át a második képsíkot, az előlnézeten (második képen), hogy hol döfi az elsőt.



11.ábra

1.2.3. Síkok ábrázolása

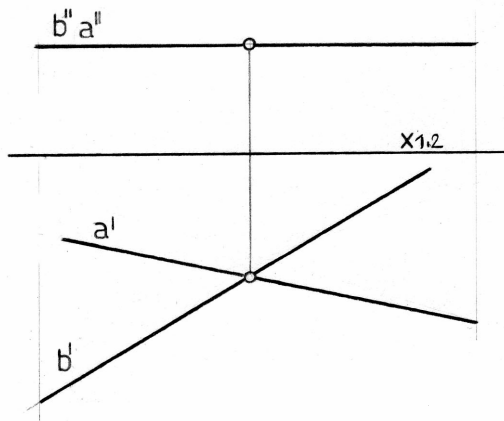
A 12. ábrán példaként egy általános helyzetű, úgynevezett feszített síkot ábrázoltunk két vetületével. A síkot ABC háromszög-ídommal adtuk meg.



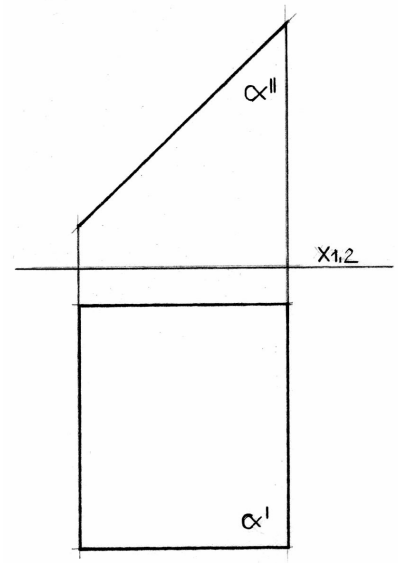
12. ábra

Különleges helyzetű síkok

Fősíkok: A fősíkok mindig párhuzamosak valamelyik képsíkkal. A 13. ábrán egy első fősíkot ábrázoltunk metsző egyenespár segítségével.



13. ábra

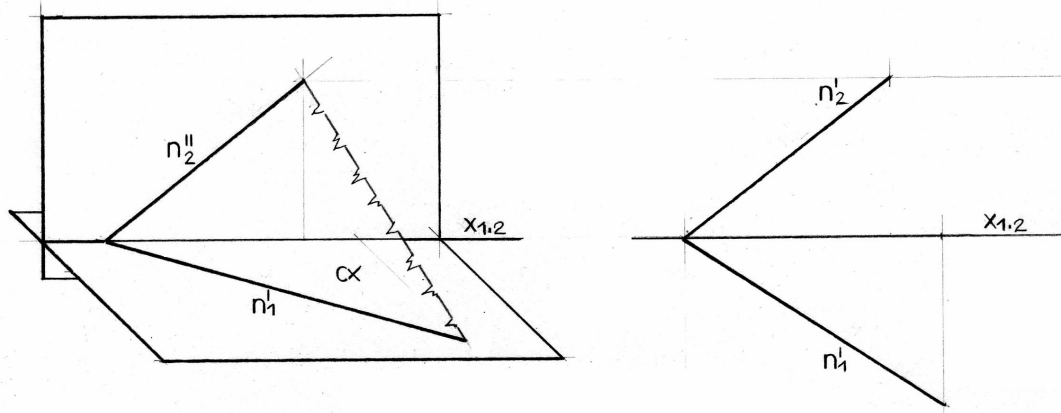


14. ábra

Vetítősíkok: A vetítősíkok mindig merőlegesek valamelyik képsíkra. A 14. ábrán egy második vetítősíkot ábrázoltunk téglalap-idom segítségével.

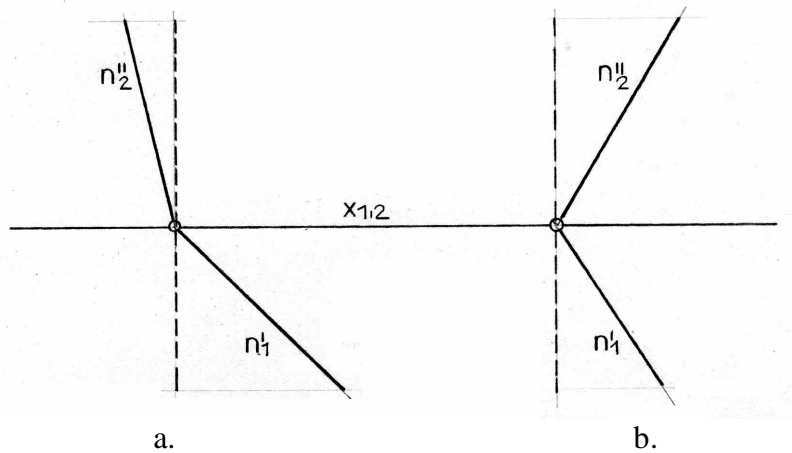
A sík nyomvonalai

A síkoknak a képsíkokkal alkotott metszésvonalait nevezzük nyomvonalaknak. A 15. ábrán egy általános helyzetű dőlt sík nyomvonalait rajzoltuk meg térbeli képen és két vetületével.



15. ábra

A 16. ábrán összehasonlítóképpen megszerkesztettük egy feszített sík (a.) és egy dőlt sík (b.) nyomvonalainak vetületeit.



16. ábra

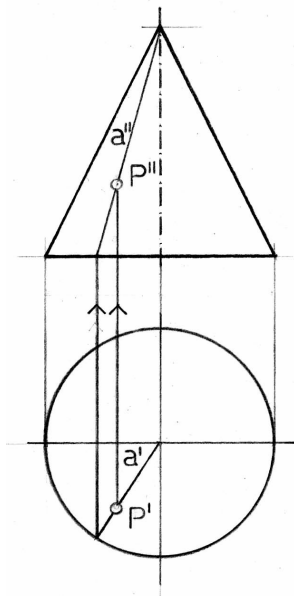
1.2.4. Testek ábrázolása

Az építőmérnöki gyakorlatban előforduló alakzatok többnyire néhány egyszerű alapformából épülnek fel; Legtöbbször síklapú testekkel dolgozunk (hasábok, gútlák), de gyakran alkalmazunk forgástesteket is (pl. hengert, kúpot, gömböt).

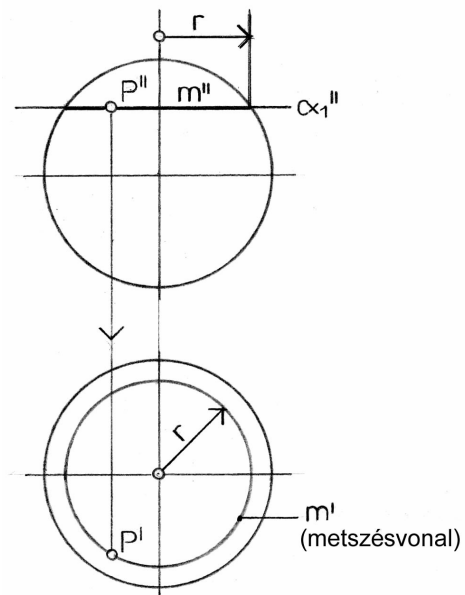
Alább forgástestek palástjára illeszkedő pontok megszerkesztésére mutatunk két példát:

1. Feladat: „Kúppalástra illeszkedő pont”

A 17. ábrán egy vetítőtengelyű forgáskúpot ábráztunk két képével. Ábráztunk továbbá első vetületével egy a kúp palástján lévő pontot is. Szerkesszük meg a pont második vetületét!



17. ábra



18. ábra

A feladatot a pont első képén át felvett alkotó (a) segítségével oldottuk meg: Megrajoltuk az alkotó második vetületét is, amin a pont rendezője kitűzi P második képét.

2. Feladat: „Gömbfelületre illeszkedő pont”

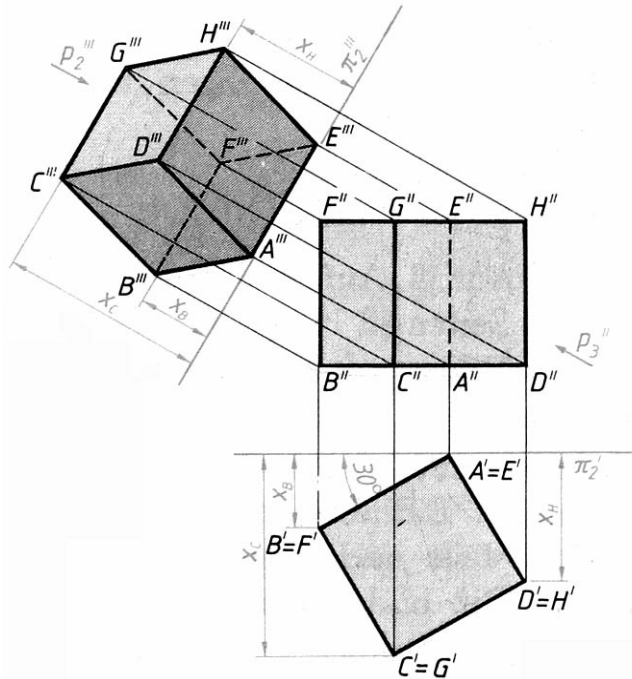
A 18. ábrán egy gömböt ábrázoltunk két képével. A gömb második vetületén feltüntettünk, egy a felületére illeszkedő pontot is (P). Szerkesszük meg a pont első képét!

A feladatot a második képen a P pont magasságában felvett metsző első fősík segítségével oldottuk meg: A fősík a gömbből kört metsz ki, amelynek első vetületét megrajzoltuk. A pont rendezője a metszatkörön kitûzi a pont keresett első képét.

2. E l ő a d á s

Témái: 2.1 Transzformáció, 2.2 Méretes szerkesztések

2.1. Transzformáció



2. kép

A műszaki rajzokon a testeket célszerűen úgy helyezzük el, hogy azok jellemző síkjai, egyenesei valamelyik képsíkkal párhuzamosak legyenek. Ennek, az úgynevezett alaphelyzetben való ábrázolásnak számos előnye van: Az alakzat legtöbb mérete valódi nagyságban látszik (természetesen általában a léptéknek megfelelően kicsinyítve), tehát méretezhető, de a vetületek megrajzolása is sokkal egyszerűbb. Hátránya ugyanakkor, hogy több él fedésben van, ami rontja a kép szemléletességét.

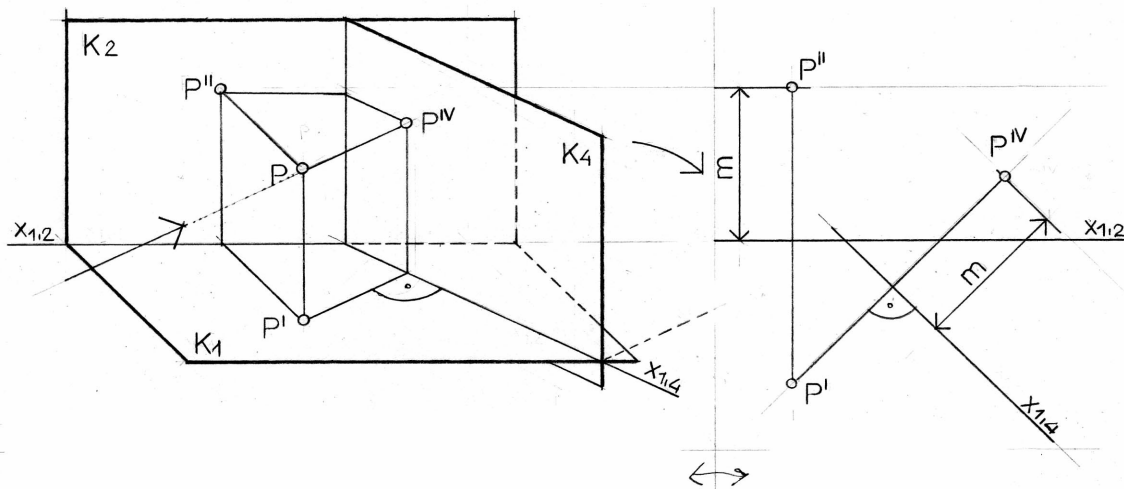
2.1.1. Szemléletes képek szerkesztése (4., 5. vetületek)

Az alaphelyzetben ábrázolt kép szemléletességét új vetület(ek) készítésével, transzformációval fokozhatjuk: Transzformációnak nevezzük azt az eljárást, amikor két adott vetületből, új képsíkon újabb vetületet hozunk létre.

Negyedik kép szerkesztése:

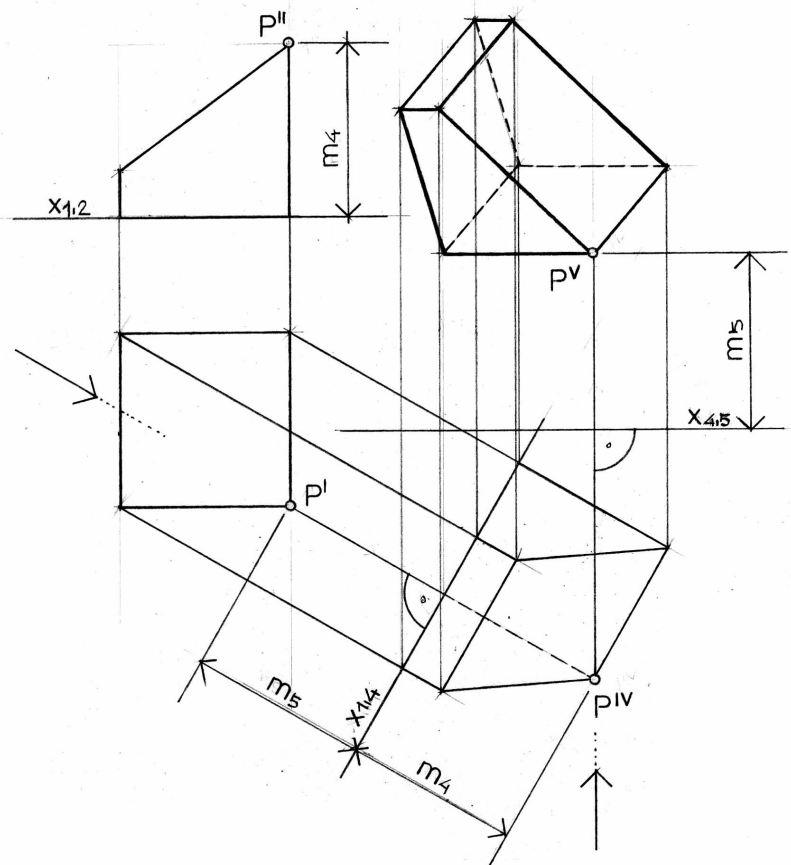
Az első képsíkra merőlegesen új, negyedik képsíkot állítunk fel, és ezen merőleges vetítősugarak segítségével a tárgyról új képet alkotunk. Ez a tárgy negyedik vetülete vagy képe. Az új képsík helyzetét aszerint választjuk meg, hogy az alakzatnak mely részét szeretnénk jobban láttatni. Végül a negyedik képsíkot az $x_{1,4}$ tengely körül az első képsíkba forgatjuk.

Az 1. ábrán térbeli képen, és vetületben bemutattuk, hogyan helyezkedik el az új képsík a képsíkrendszerben, és hogyan származtatható egy tetszőleges pont (P) negyedik vetülete. Látható, hogy a negyedik és a második kép „rokonok”, mindkettő az alakzat egy-egy oldalát ábrázolja, magassági viszonylataik azonosak.



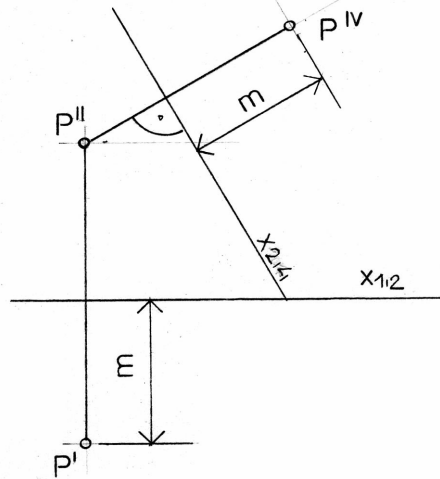
1. ábra

Ötödik kép szerkesztése: A szemléletességet tovább fokozhatjuk, ha az alakzatról a negyedik vetület alapján újabb, immár ötödik képet készítünk. Ezen már teljes térbeli valóságát mutatja a tárgy. A szemléletességet az adja, hogy nincsenek fedőpontok és fedőegyenesek. Egy egyszerű test ötödik képének szerkesztését mutatjuk be a 2. ábrán: Az ötödik képet az $x_{4,5}$ tengelyre merőleges rendezők segítségével állítottuk elő. Az egyes pontokhoz tartozó rendezők hossza az első kép rendezőivel azonos hosszúságúak.



2. ábra

A láthatóság eldöntésénél arra kell gondolnunk, melyik irányból vetítettük (nézzük) a tárgyat. Megjegyezzük, hogy a transzformálás tovább folytatható; Az ötödik vetület alapján hatodik, majd hetedik, stb. képek is szerkeszthetők, ezek azonban a szemléletességet már nem fokozzák tovább. Negyedik kép készíthető úgy is, hogy az új képsíkot a második képsíkra merőlegesen helyezzük el, majd az $x_{2,4}$ tengely körül a második képsíkba forgatjuk. A pontok $x_{2,4}$ -től mért távolságát most az első képtávolságok alapján mérjük fel (3. ábra).



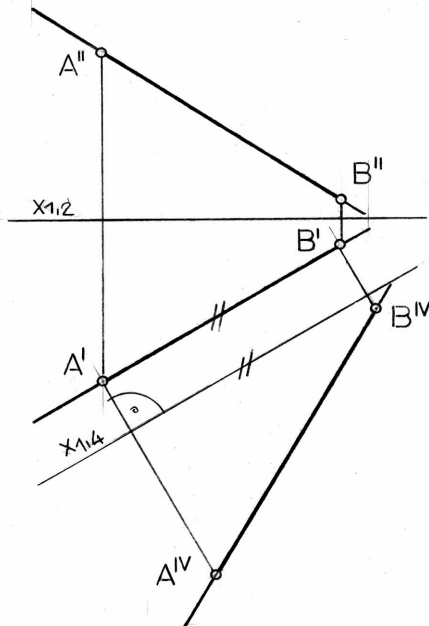
3. ábra

2.1.2. Céltranszformáció

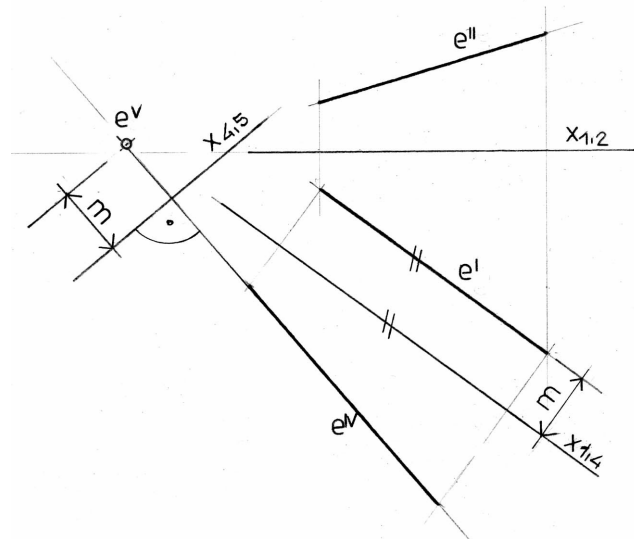
A céltranszformáció alkalmazása megkönnyíti összetettebb ábrázoló geometriai feladatok megoldását. Segítségével képesek vagyunk például egyenesek, síkok valódi méretét előállítani, egyenest vetítőegyenessé (ponttá), síkot vetítősíkká (egyenessé) transzformálni.

Általános egyenes főegyenessé transzformálása (4. ábra)

Az új, negyedik képsíkot párhuzamosan vettük fel az egyenes első képével; Ezen az egyenes negyedik fővonal. A negyedik vetületen az egyenes AB szakasza a valódi méretét mutatja.



4. ábra



5. ábra

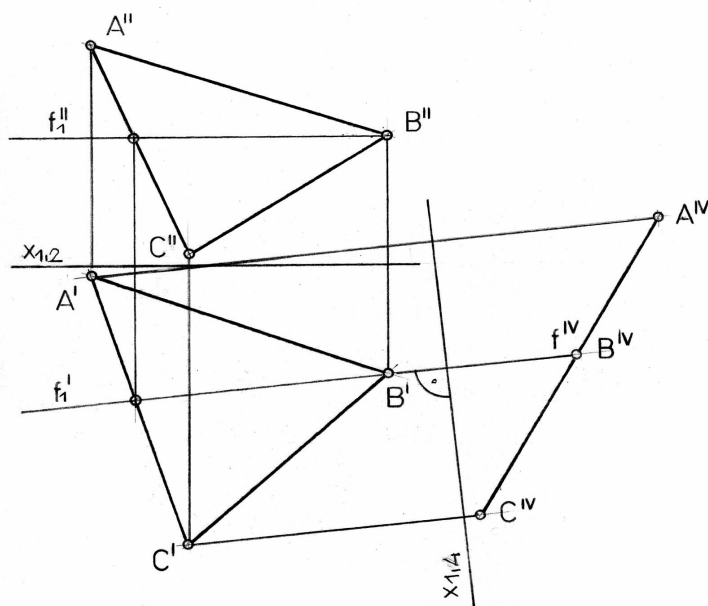
Általános helyzetű egyenes vetítő egyenessé transzformálása

A képkötést az 5. ábrán két lépésben végeztük: Az egyenest az előzők szerint a negyedik képsíkon először főegyenessé transzformáltuk, majd második lépésben a negyedik képsíkra merőlegesen egy ötödik képsíkot helyeztünk el, úgy, hogy az merőleges legyen az egyenes negyedik képére, és erre megszerkesztettük az egyenes ötödik vetületét. Képe egy pont. Ezzel az egyenest vetítő egyenessé transzformáltuk, hiszen a K_4 - K_5 képsík-rendszerben az valóban vetítő egyenes (ötödik vetítő egyenes).

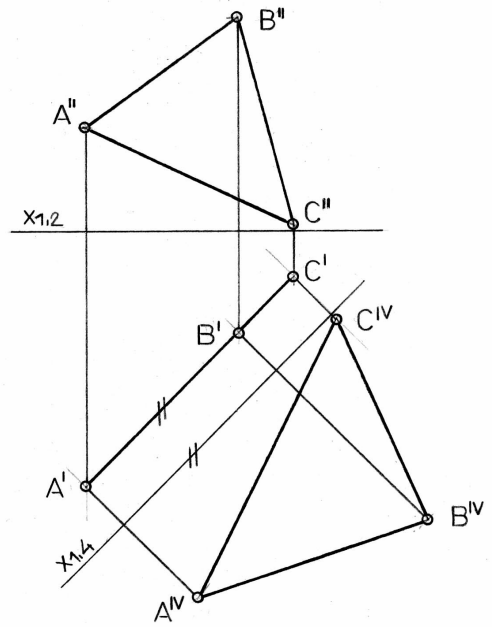
Általános helyzetű sík vetítősíkká transzformálása (6. ábra)

Adott egy általános helyzetű sík első és második képe, amit háromszög idommal jelenítettünk meg. A negyedik képsíkon az idom képe akkor látszik vetítősíkként (egyenesként), ha az új képsíkot a háromszög idom síkjára merőlegesen vesszük fel. Ezt úgy tehetjük meg, hogy keressünk a síkban egy első főegyeneset, és ennek első vetületére merőlegesen jelöljük ki az új képsík helyét. Ez esetben a főegyenes negyedik vetülete egy pont, a sík képe egy egyenes lesz.

Megjegyezzük, hogy a fővonal helyett szerkeszthetjük az új képet a sík első nyomvonalára merőlegesen is, hiszen a nyomvonal benne van az első képsíkban, tehát vízszintes helyzetű.



6. ábra

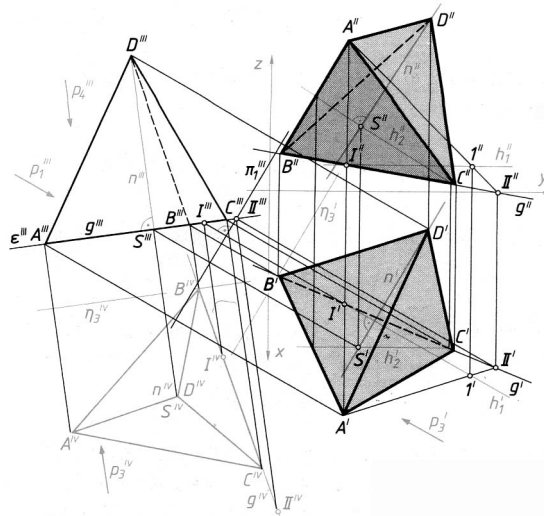


7. ábra

Vetítősík fősíkká transzformálása (7. ábra)

Az ABC pontokkal megadott háromszög idom síkja most első vetítősík, tehát merőleges az első képsíkra, első vetülete egy egyenes. Illesszük a negyedik képsíkot most a síkidommal párhuzamosan! A vetítés és a képsíkba forgatás után létrejövő negyedik kép fő sík és az idom valódi képét mutatja.

2.2 Méretes szerkesztések



2. kép

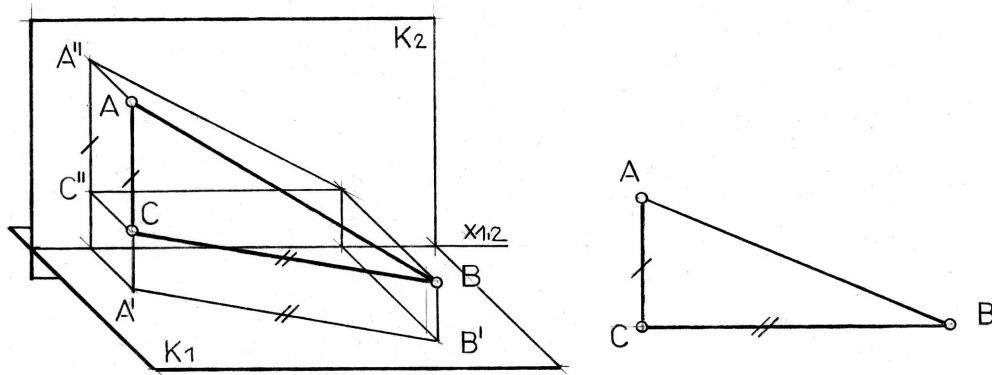
Méretes szerkesztések alatt olyan szerkesztési eljárásokat értünk, amelyek lehetővé teszik a térelemek távolságának, szögének megszerkesztését rendezett vetületek felhasználásával. Az ezekkel összefüggő feladatok megoldásához jól használhatók a céltranszformációk és a forgatások (pl. síkok képsíkkal párhuzamos helyzetbe forgatása).

2.2.1. Alapszerkesztések

Először ismerjünk meg néhány méretes alapszerkesztést!

a. Egyenes szakasz valódi hosszának megszerkesztése (két pont távolsága)

A 8. ábrából látható, hogy egy térbeli egyenes szakasz valódi hossza egy olyan derékszögű háromszög átfogójaként adódik, amely háromszög egyik befogójának hossza az egyenes első vetületének hosszával, másik befogója az egyenes második képének magasságkülönbségével egyenlő.

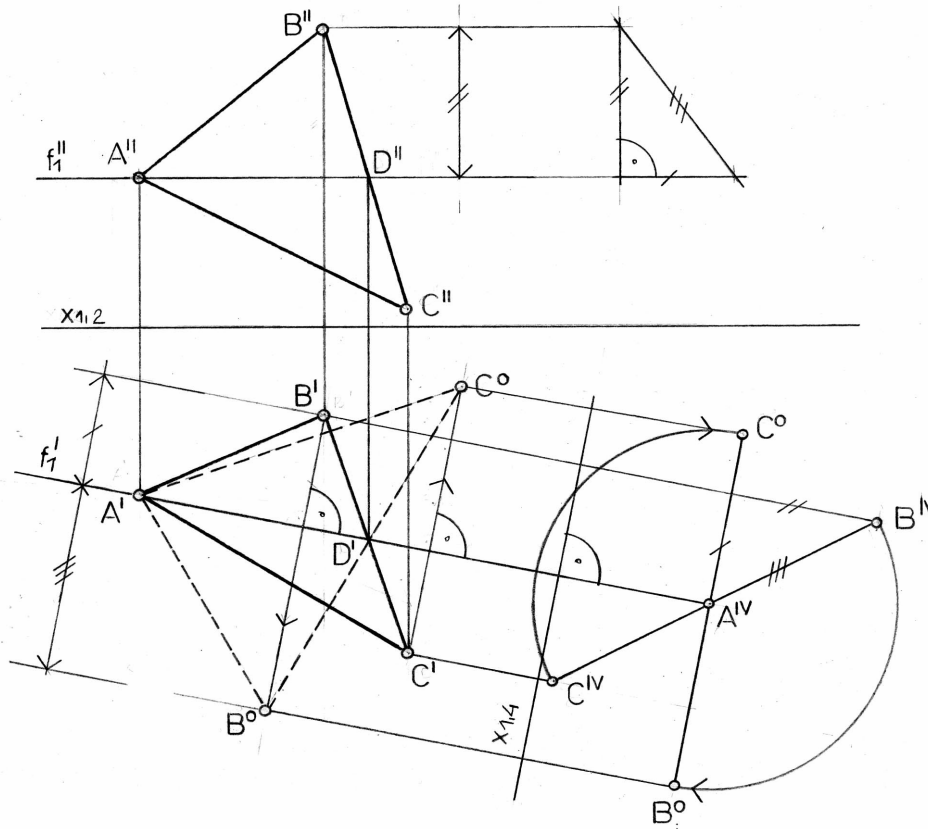


8. ábra

b. Általános helyzetű sík képsíkkal párhuzamos helyzetbe forgatása (leforgatás)

Az általános síkban fekvő alakzatok vetülete torzul. Ha valódi alakjukra van szükségünk, a sík egy képsíkkal párhuzamos egyenesre, mint forgástengely körül, le kell forgatnunk azokat képsíkkal párhuzamos helyzetbe. A tengely-egyenes a sík forgatása közben helyben marad, a sík minden pontja pedig a forgástengely körül körívet ír le. A körívek síkja merőleges a forgástengelyre.

Magyarázó példaként a 9. ábrán megszerkesztettük a rendezett vetületeivel megadott általános helyzetű síkban fekvő ABC háromszög-idom első képsíkkal párhuzamos képét. A háromszöget az A csúcspontból kiinduló első főegyenesre (f_1) körül forgattuk le, így az felülnézetben a valódi képét mutatja (az ábrán szaggatott vonallal jelöltük).



9. ábra

Az A pont rajta van a forgás tengelyen, és a forgatás során helyben marad. A B pont a tengelyre merőleges síkban fordul el. A tengelytől mért leforgatott távolságát az előzőekben megismert derékszögű háromszög átfogója adja. A C pont is a tengelyre merőlegesen mozdul el, helyét a forgástengelyre merőleges egyenesen a B' és D pontokon átmenő háromszögoldal-egyenesre tüzi ki.

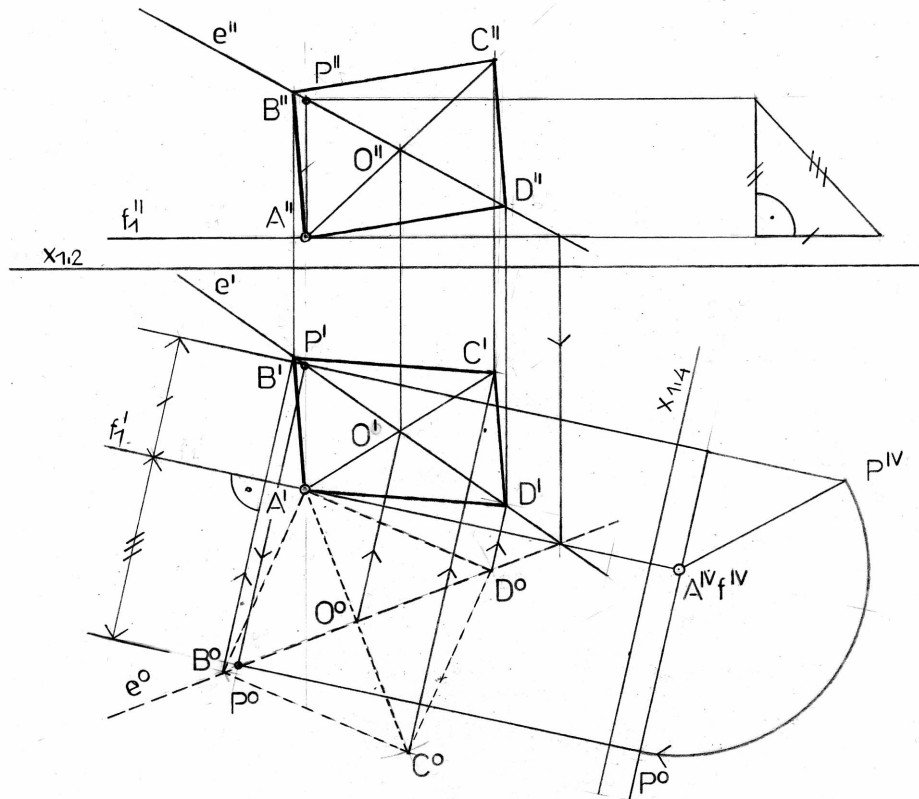
Általánosan is megfogalmazhatjuk: Egy tetszőleges síkban fekvő pont leforgatott képét bármely olyan pont segítségével megszerkeszthetjük, amelynek ismerjük mind a vetületét, mind a leforgatottját. A leforgatás műveletének szemléletesebbé tétele érdekében megszerkesztettük a sík élbe transzformált képét is. A leforgatott sík visszaforgatása térbeli helyzetébe hasonlóan történik.

A méretes szerkesztéseket jól példázza az alábbi feladat.

2.2.2 Méretes feladat: „Négyzet-szerkesztés”

Adott egy egyenes (e) és egy pont (A) két rendezett vetülete. Szerkesszük meg annak a négyzetnek a vetületét, amelynek átlója az adott egyenesen van, egyik csúcsa pedig az A pont!

Ha a feladatot vízszintes síkban, valódi nagyságban kellene megoldanunk, nem okozna fejtörést. A feladat nehézségét az adja, hogy az e egyenes és az A pont által meghatározott sík általános helyzetű, amin a távolságok és a szögek torzultan látszanak. A feladatot tehát leforgatással célszerű megoldani (10. ábra):



10.ábra

A négyzet síkját meghatározza az e egyenes, és a rajta kívül fekvő A pont. A síkot az A ponton át felvett első főegyenes (f_1) körül az első képsíkkal párhuzamos helyzetbe forgattuk. A szemléltethetőség miatt a síkot a főegyenesre merőlegesen felvett negyedik képsíkon vetítősíkká (egyenessé) transzformáltuk. A leforgatott síkon átlói segítségével most már gond nélkül megszerkesztettük a négyzetet.

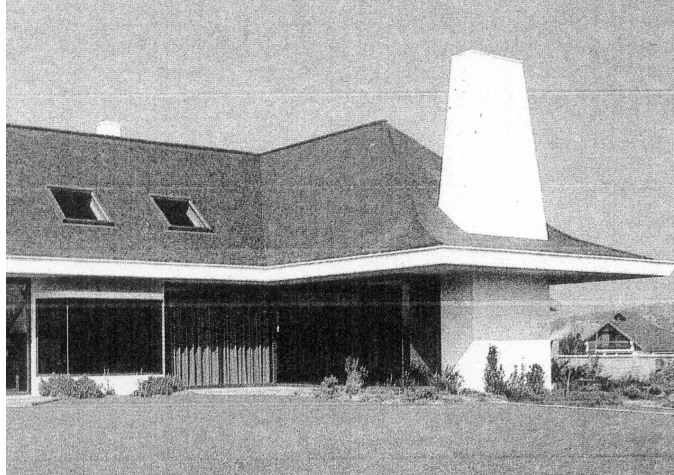
Ezt követően a megszerkesztett négyzetet visszaforgattuk eredeti, térbeli helyzetébe. A visszaforgatást is végezhetjük transzformációval; Mivel gyorsabb és tanulságosabb, a négyzet csúcspontjait ezúttal a már ismert pontok és az e -egyenes segítségével forgattuk vissza: A helyben marad, B' és D' rajta van az e egyenesen, C -t az O - ponton átmenő négyzet-átló segítségével forgattuk vissza. Az O pont erre valóban alkalmas, hiszen mind leforgatottja, mind térbeli képe ismert.

Végül az első kép birtokában megszerkesztettük a négyzet második vetületét is.

3. E l ő a d á s

Témái: 3.1 Dőféspont 3.2 Metszésvonal 3.3 fedélidom-szerkesztés

3.1. Dőféspont



1. kép

A dőféspont és metszésvonal-szerkesztések ismeretét a későbbiekben összetett feladatok megoldásánál fel tudjuk használni.

Sík és egyenes dőféspontja

Egy síknak és egy ahhoz hajló egyenesnek egy közös pontja van. Ez a sík és egyenes metszéspontja, más néven dőféspontja. Az alábbiakban különböző helyzetű egyenesek és síkok dőféspontjainak megszerkesztésére mutatunk példákat.

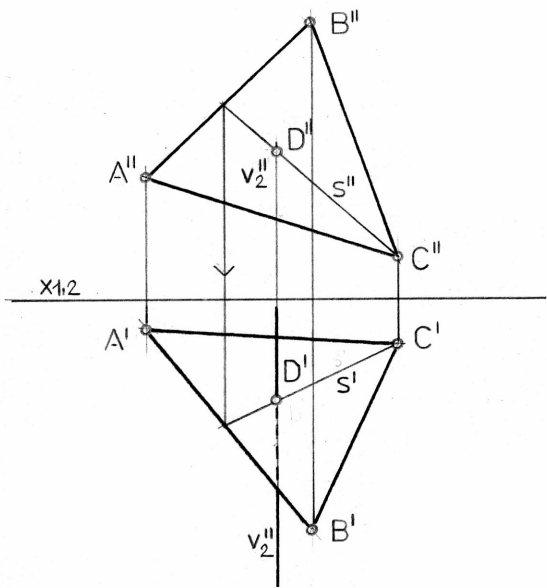
3.1.1. Különböző egyenesek és síkok dőféspontja

a. Vetítőegyeses és általános helyzetű sík dőféspontja

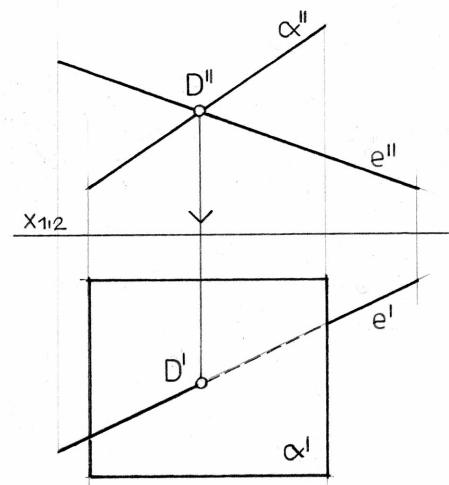
Az 1. ábrán háromszög-idommal adott általános helyzetű sík és egy második vetítő egyenes dőféspontját szerkesztettük meg:

A D dőféspontnak az egyenesen rajta kell lennie, tehát második képe ismert. Ezen át síkbeli segédegyenest (s) rajzoltunk, amelynek első vetületét is előállítottuk. Mivel a dőféspont mind a vetítőegyesesen, mind pedig a segédegyenesen rajta van, annak ott kell lennie, ahol az első képen a két egyenesnek közös pontja van (D^1).

Az első kép láthatóságának eldöntésénél arra kell gondolnunk, hogy az az alakzat fedi a másikat, amelyik magasabban van.



1. ábra



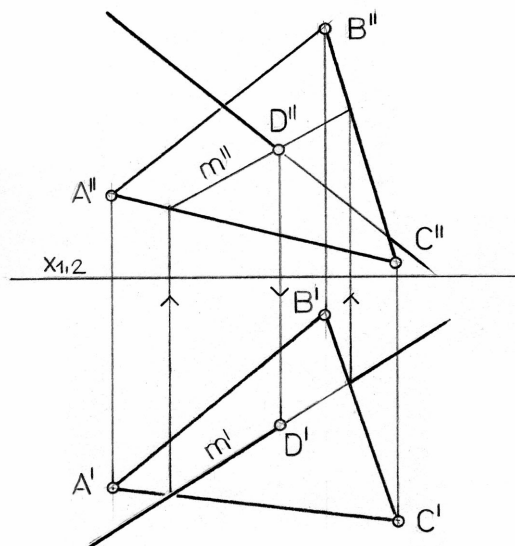
2. ábra

b. Általános helyzetű egyenes és második vetítősík dőféspontja

A 2. ábrán téglalap-idommal adott második vetítősík és általános helyzetű egyenes dőféspontját kerestük meg. A második képen jól látható, hogy az egyenes hol metszi át a síkot, azaz, hol a dőféspont (D''). Ezt rendezővel az egyenes első képére vetítve kaptuk a dőféspont első vetületét. Az első képen az egyenesnek a dőfésponttól balra lévő, sík feletti része a látható.

c. Általános helyzetű egyenes és sík dőféspontja

(A gyakorlatban ritkábban fordul elő) (3. ábra) A dőféspont-szerkesztést az alábbi lépésekben hajtottuk végre:



3. ábra

1. Első vetítősíkot (segédsíkot) illesztettünk az egyenes első képe mellé, amely az ABC síkot m^I metszésvonalban metszette.
2. Megrajzoltuk a metszésvonal második vetületét is (m^{II}).
3. Mivel a dőféspontnak az egyenesen is, a metszésvonalon is rajta kell lennie, a második képen közös pontjukból adódott a dőféspont második képe (D^{II}).
4. D^{II} pont rendezője az egyenes első képén kimetszi a dőféspont első vetületét (D^I).
5. A láthatóságot szemlélet alapján döntöttük el. (Megkönnyítheti döntésünket, ha az alakzatot pl. háromszög-vonalzó és ceruza segítségével „eljátsszuk”).

Az egyenes nyompontja: A nyompont is dőféspont, az egyenes képsíkkal alkotott dőféspontja (Lásd az 1.előadást!).

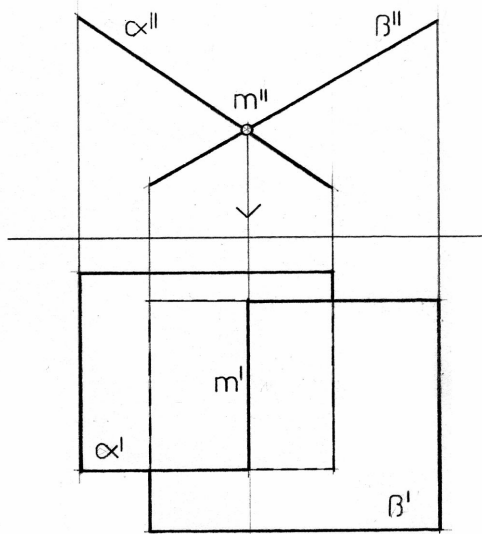
3.2. Metszésvonal

A síklapú testek síkjai élekben metszik egymást. Két sík metszésvonala, a síkok közös pontjainak összessége, egyenes. A metszésvonal megrajzolásához elegendő két pontjának ismerete. Az alábbiakban különböző helyzetű síkok metszésvonalait szerkesztjük meg.

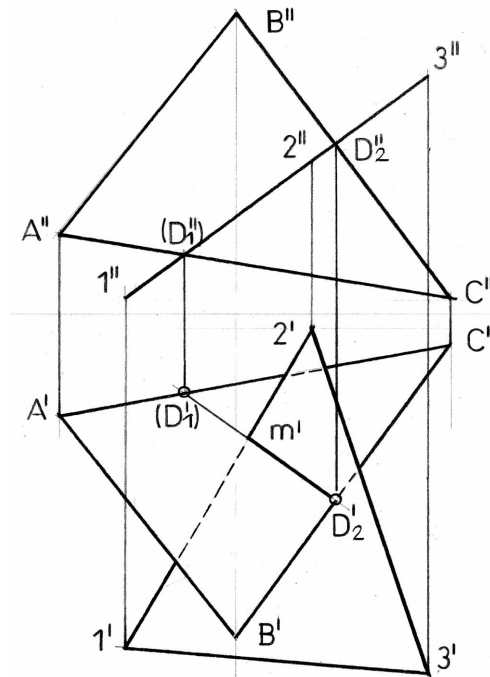
3.2.1. Különböző helyzetű síkok metszésvonala

1. Feladat: „Vetítősíkok metszésvonala”

Szerkesszük meg két téglalap-idommal adott összemetsződő második vetítősík közös metszésvonalát (4.ábra)!



4. ábra



5. ábra

A második képen a metszésvonal vetítő helyzetben látszik, képe egy pont (m^{II}). Ezt rendezővel az első képre vetítve kapjuk annak első vetületét (m^I). A metszésvonal természetesen csak a két sík közös szakaszán helyezkedhet el. A láthatóságot a vetítés iránya alapján döntjük el: Az első vetületen \bullet -nak a metszésvonaltól balra eső része, f -nak a jobbra fekvő felülete látszik, mivel ezek a síkrészek vannak magasabban.

2.Feladat: „Általános helyzetű sík és vetítősík metszésvonala”

Szerkesszük meg az általános helyzetű ABC és a második vetítősík helyzetű $I23$ háromszög-idomok közös metszésvonalát (5. ábra)!

A metszésvonal egyenesét két pontja kijelöli. A második képen jól látszik, hogy a BC él hol dőfi az $I23$ síkot. Ezt rendezővel BC első képére vetítve adódik a metszésvonal egy pontja (D_2). Hasonló módon szerkesztettük meg az AC egyenes és az $I23$ -sík metszéspontját is (D_1): A D_1 és D_2 pontokon átfutó egyenes a keresett metszésvonal egyenese. A tényleges metszésvonal ennek az a szakasza, amelyik mindkét síkkal közös. A láthatóságot a síkok térbeli elhelyezkedésének elképzelésével állapítottuk meg. Látható, hogy a két sík nem metszi át teljesen egymást, csupán egymásba hasítanak.

Nyomvonal: A síknak a képsíkokkal alkotott metszésvonalai a nyomvonalak (1. előadás).

3.3. Fedélidom-szerkesztés



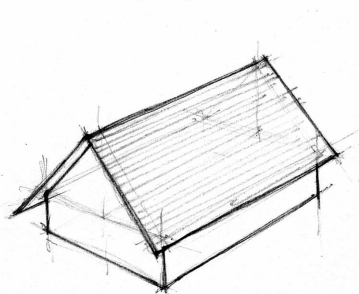
2. kép

Az építőmérnöki gyakorlatban sokszor előforduló feladat magastetők szerkesztése, megalkotása. A fedélidom a tetősíkok összessége, az azok által létre hozott geometriai alakzat. A fedélidom-szerkesztés lényegében ezek vetületeinek megszerkesztését jelenti. Ismerjünk meg először néhány egyszerű tetőformát és tetőélt (fedélélt)!

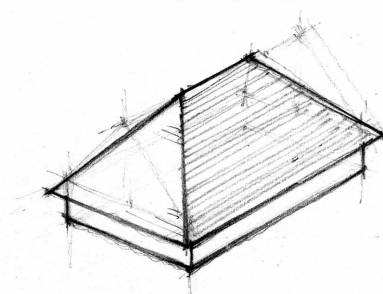
3.3.1. Tetőformák, tetőélek

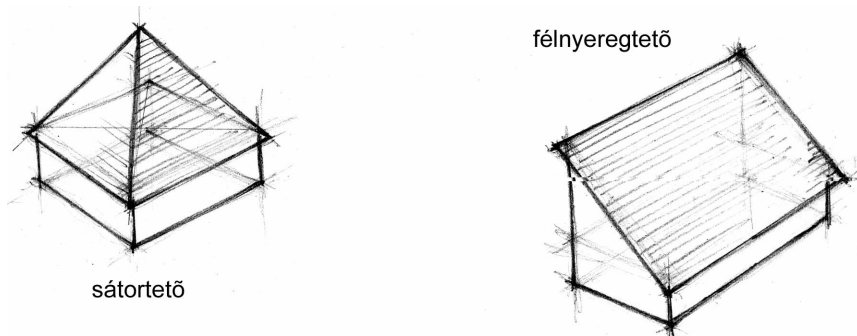
A 6. ábrán a gyakorlatban előforduló legegyszerűbb tetőformákat rajzoltunk meg:

nyeregtető



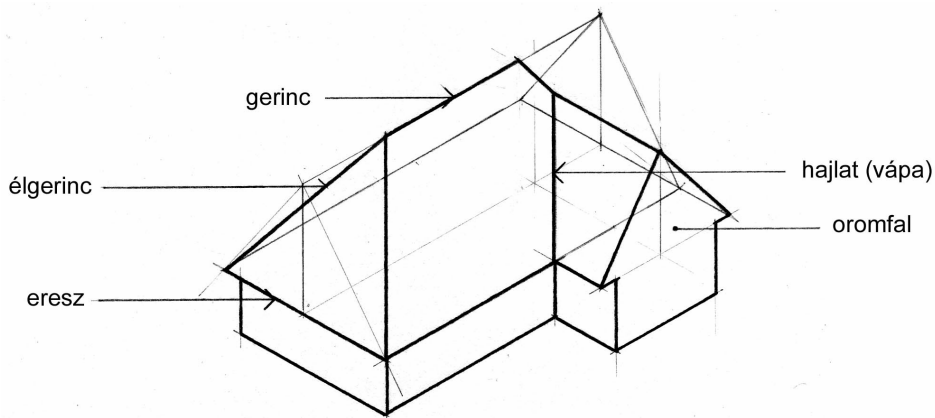
kontyolt nyeregtető





6. ábra

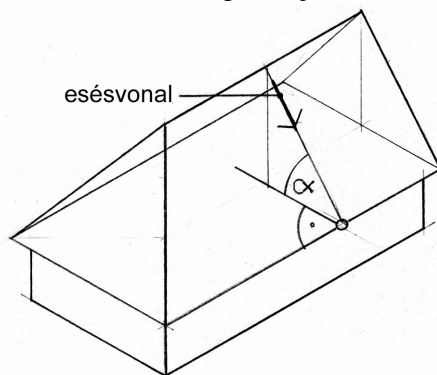
Összetett fedélidom élei (7. ábra):



7. ábra

A tetősíkok meredeksége (hajlásszöge):

Hajlásszög alatt a tetősík vízszintessel bezárt szögét értjük (8. ábra).



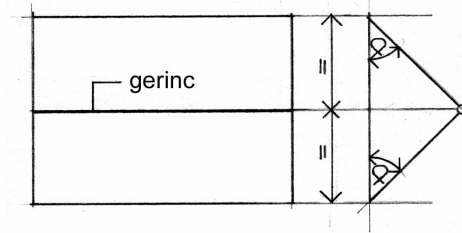
8. ábra

3.3.2. Azonos meredekségű tetők fedélélei

Az épületek tetőzetén a fedélsíkok leggyakrabban azonos hajlásszögűek.

A gerincvonal helyzete:

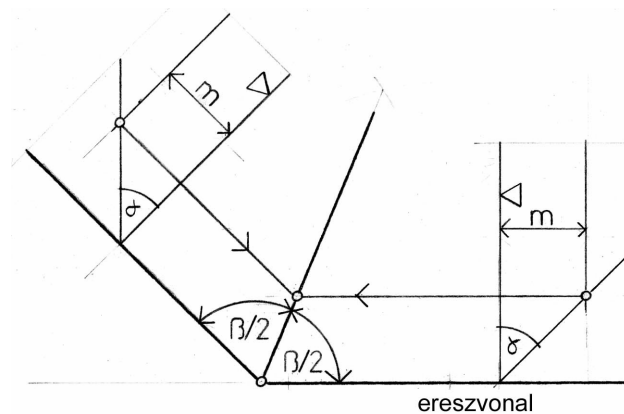
A 9. ábrán párhuzamos ereszevonalaktól induló azonos hajlásszögű tetősíkokat szerkesztettünk. Ezek metszésvonala a vízszintes helyzetű gerinc, amely vetületben felezi az ereszevonalak távolságát és párhuzamos azokkal (nyeregtető).



9. ábra

Az élgerinc vonala:

A 10. ábrán egy kontytető ereszeit rajzoltuk meg felülnézetben. Könnyen belátható, ha az ereszevonalakból kiinduló tetősíkok azonos hajlásszögűek, a tetősíkok metszésvonala az első vetületen szögfelező.



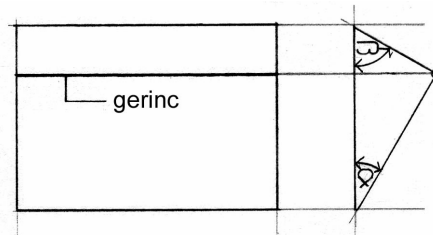
10. ábra

3.3.3. Különböző meredekségű tetők fedélélei

Bár ritkábban, de találkozunk olyan tetőkkel is, amelyeknél a fedélsíkok különböző hajlásszögűek.

A gerinc helyzete:

A 11. ábrán párhuzamos ereszevonalakból kiinduló különböző meredekségű tetősíkokat rajzoltunk. A gerincvonal helyzetét a síkok vetítésíkká (élbe) transzformált képe segítségével szerkesztettük meg. Látható, hogy a gerinc vetülete az ereszevonalakkal párhuzamos, de nem felezi az ereszevonalak távolságát, a meredekebb oldal felé mozdult el.

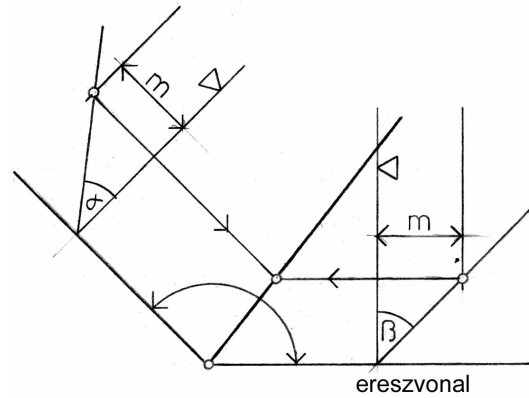


11. ábra

Az élgerinc helyzete:

A 12. ábrán kontyolt tető ereszéit rajzoltuk meg felülnézetben, ahonnan különböző meredekségű fedélsíkok indulnak. Megszerkesztettük mindkét fedélsík vetítésíkká (élbe) transzformált képét is. A csatlakozó tetősíkok metszésvonala, az élgerinc természetesen az ereszevonalak metszéspontjából indul ki. Mindkét tetősíkot elmetsszük egy tetszőleges, de azonos

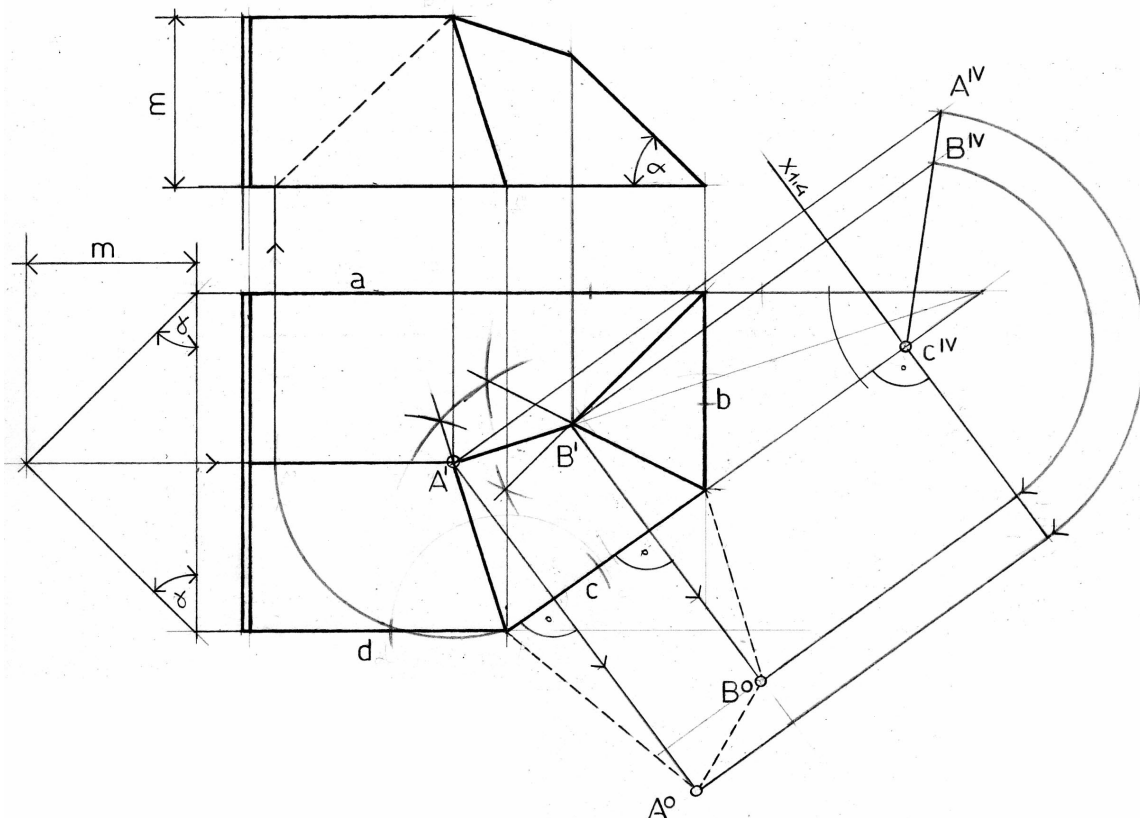
magasságban futó vízszintes szeletelő síkkal (első fősíkkal). A metszévonalak természetesen egyenesek, amelyek egy pontban metszik egymást és kijelölik az élgerinc helyét. Látható hogy az élgerinc most nem szögfelező, a meredekebb tetősík felé hajlik.



12. ábra

3.3.4. Feladat: „Azonos hajlású tető”

a. Szerkesszük meg az ereszvonalaival megadott, egyik oldalán oromfallal lezárt tető fedélidomát! A fedélsíkok hajlásszöge azonos: α (13. ábra).



13. ábra

A szerkesztés menete:

1. Szögfelezők szerkesztésével megrajzoltuk az élgerincek egyenesét.
2. Felező párhuzamosok segítségével megrajzoltuk a párhuzamos ereszek közötti gerincvonalat.
3. Az a-c ereszelek közötti ferde gerinc a csúcspontok összekötésével már megrajzolható, de ettől függetlenül is megszerkeszthető, mivel a gerinc egyenese az a és c meghosszabbításában keletkező csúcspontba fut be és a csúcsonál lévő szöget felezi (ellenőrzési lehetőség).

b. Rajzoljuk meg a tető előlnézetét!

A vízszintes gerinc magasságát (m) céltranszformációval határoztuk meg. A b -hez tartozó sík második vetítősík, előlnézeti képe a vízszintessel \bullet -szöget bezáró egyenes.

c. Szerkesszük meg az A csúcsba befutó élgerinc valódi hosszát!

Számos tetőél és tetősík a vetületekben nem a valódi méretét mutatja. Az anyagok megrendeléséhez, az elemek méretre szabásához, előgyártásához azonban szükségünk van a szerkezeti elemek tényleges hosszára, alakjára, felületére..

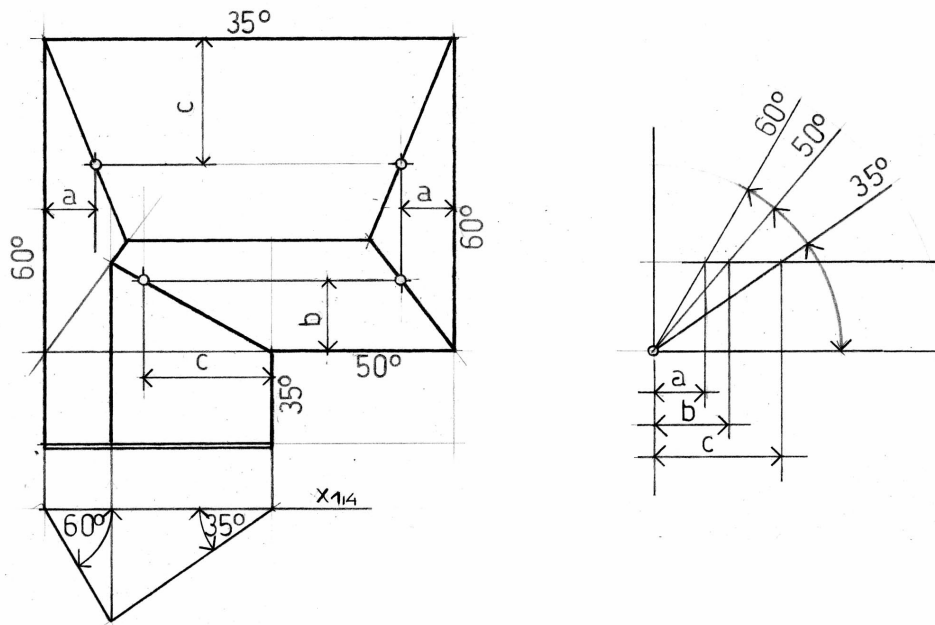
Az A töréspontba futó élgerinc akkor látszódná valódi méretében, ha valamelyik képsíkkal párhuzamos lenne. Hogy ilyen lehessen, a csúcson átfutó függőleges tengely körül az élgerincet a második képsíkkal párhuzamos helyzetbe forgattuk, és szaggatott vonallal megrajzoltuk előlnézeti képét. Ezen már valódi hosszát mutatja.

d. Szerkesszük meg a c ereszelhez tartozó fedélsík valódi képét!

A szóban forgó tetősíkot vízszintes helyzetű ereszvonalra mentén az első képsíkkal párhuzamos helyzetbe forgattuk: A csúcspontok ereszeltől mért merőleges távolságának meghatározásához a tetősíkot ereszelére merőlegesen felvett képsíkon (4.képsík) „élbe” transzformáltuk. A tetőfelület valódi alakját szaggatott vonallal ábrázoltuk.

3.3.4. Feladat: „Különböző hajlású tető”

Szerkesszük meg az ereszeleivel megadott tető fedélidomát! A tetősíkok különböző meredekségűek, a hajlásszögeket az ereszelek mentén tüntettük fel (14. ábra).



14. ábra

A gerincvonalak megszerkesztése: A 60° és 35° - os tetősíkokat elválasztó gerinc vonalát a csatlakozó tetősíkok transzformált képe alapján rajzoltuk be.

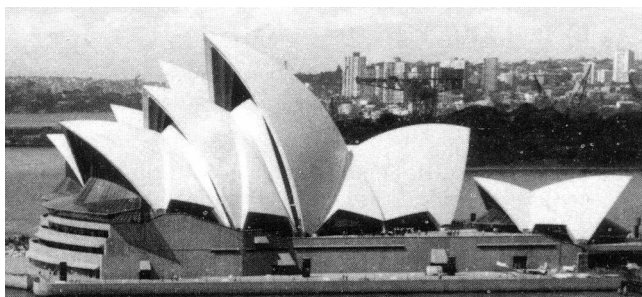
Az élgerincek helyzetének megszerkesztése:

Külön ábrán felrajzoltuk valamennyi eltérő tetősík élben látszó képét hajlásszögek ismeretében. Egy tetszőleges magasságban felvett vízszintes segédsíkkal (első fősík) elmetszettük a tetősíkokat, amely a tetősíkokból az eresztől különböző vízszintes távolságban futó metszésvonalakat vágott ki. A tető felülnézetére rárajzoltuk a kapott metszésvonalakat, amelyek páronként metszették egymást. Ezek a metszéspontok tűzték ki a csúcsból kiinduló élgerincek egyenesét.

4. E l ő a d á s

Témája: 4.1 Síklapú testek síkmetszése 4.2 Forgásfelületek síkmetszése

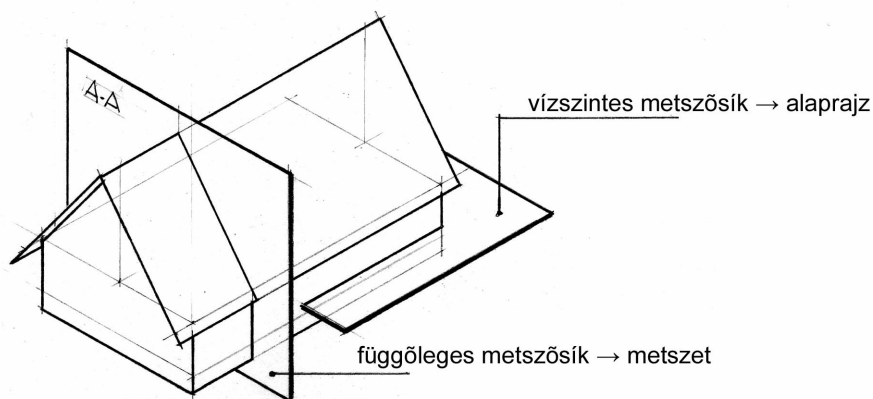
4.Síkmetszés



1. kép

Az építészeti, építőmérnöki rajzok készítése során gyakran alkalmazzuk a síkmetszésekből nyert tapasztalatainkat: egy tetőn kibúvó kéménytest ábrázolásához pl. szükségünk van a kémény mint test, és a tető, mint sík által létrehozott metszésvonal ismeretére. Íves tetőfülkék kialakítása során ismernünk kell a tetőcsatlakozás vonalát, a fedés kivitelezéséhez, az anyagok megrendeléséhez tisztában kell lennünk a felület palástjának területével, „szabásmintájával”.

A síkmetszet-szerkesztések leggyakoribb építészeti alkalmazása alaprajzok és (függőleges) metszetek készítése. Az **alaprjzok** a padlósíkok felett vízszintes síkkal (első fősíkkal) készített metszetek; a **metszetek** függőleges síkokkal (általában a 2. vagy a 3. képsíkkal párhuzamos síkokkal) készülnek (1. ábra). Alaprajzok és metszetek révén képesek vagyunk az építmények belső kialakítását, szerkezeti felépítését ábrázolni.

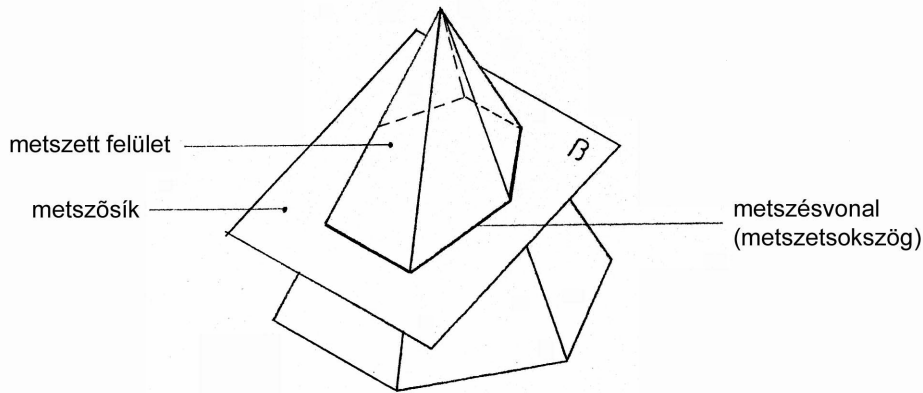


1.ábra

Ha egy testet egy síkkal elmetszünk, síkmetszet keletkezik. A metszés során ismernünk, ábrázolnunk kell a metszett felületet, és a metszésvonalat. A metszésvonal és metszterület megszerkesztésének módszere lényegesen különbözik síklapú és forgástestek esetében, ezért külön tárgyaljuk azokat.

4.1. Síklapú testek metszése

Ha síklapú testet síkkal elmeteszünk, a metszősík elmeteszi a test éleit, más szóval a test élei dőfnek a metszősíkot. Az egy lapon fekvő metszéspontokat összekötő egyenes szakaszok a test egyes lapjainak és a metsző síknak a metszészvonalai. A metszészvonalak összessége adja a metszetsokszöget. A kimetszett sokszög csúcsai tehát az oldaléleknek és a metszősíknak dőféspontjai, a sokszög oldalai az oldallapoknak és a metszősíknak a metszészvonalai.



2. kép

Az alábbiakban síklapú test metszésére mutatunk példát.

4.1.1. Feladat: „Gúla metszése általános síkkal”

A 2. ábrán egy szabályos ötoldalú gúla és egy általános helyzetű sík két vetületét adtuk meg. A síkot első nyomvonalával (n_1) és egy pontjával (P) rögzítettük.

- Szerkesszük meg a gúla és a sík metszészvonalát!
- Rajzoljuk meg a test metszett felületének valódi képét!
- Ábrázoljuk a metszősíkkal lecsonkolt gúla palástjának az a alapélhez tartozó lapját valódi méreteivel (szabásmintájával)!

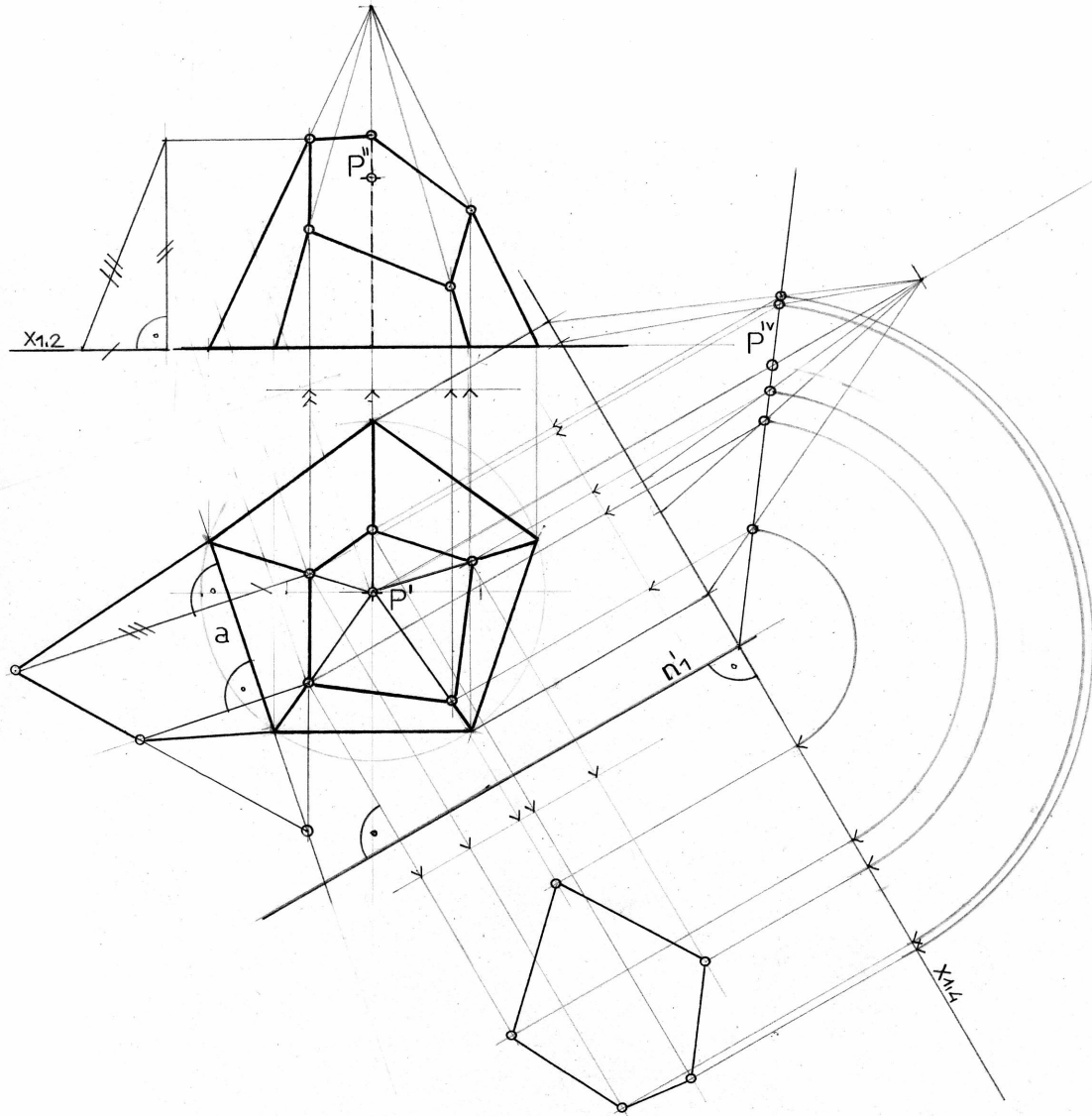
a. A metszészvonal megszerkesztése

A metszészvonal zárt síkbeli sokszög, melynek csúcspontjait a test-élek és a metszősík dőféspontjai adják. A feladat nehézségét az adja, hogy a metszősík általános helyzetű, így nem látható közvetlenül, hol vannak a dőféspontok.

Ezt leküzdendő céltranszformáció segítségével a síkot vetítősíkká (élbe) transzformáltuk. A negyedik képen a dőféspontok közvetlenül leolvashatók és azokat rendezők segítségével az első, majd a második vetületre vetítve megrajzoltuk a metszetsokszög képét.

A sík vetítősíkká transzformálásához az új, negyedik képsíkot annak első nyomvonalára (n_1) merőlegesen vettük fel. A test és sík képét természetesen merőlegesen vetítettük az új képsíkra, majd az $x_{1,4}$ tengely körül az első képsíkba forgattuk.

Végül a gúlatest megmaradó részén a test- éleket vastag vonallal kihúztuk, a nem láthatóakat szaggatott vonallal jelöltük. A láthatóságát szemlélet alapján döntöttük el.



2. ábra

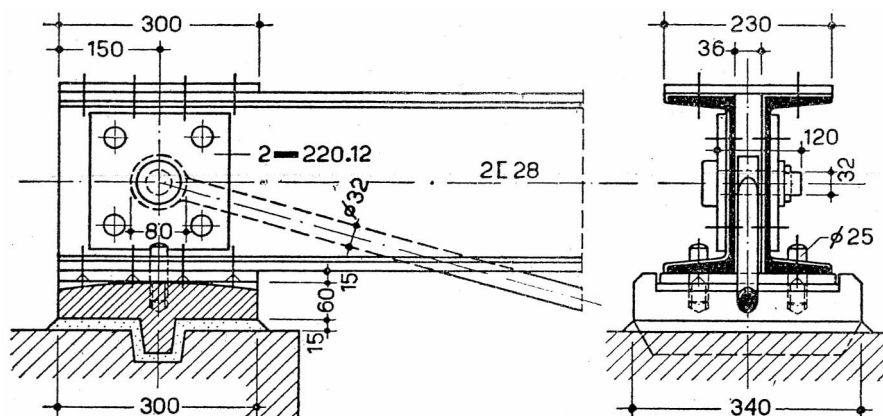
b. A metszett felület valódi képének megszerkesztése

Tekintve, hogy a metszősík, így a metszett felület is általános helyzetű, képei a vetületeken torzulnak. Valódi nagyságú képét úgy állítottuk elő, hogy a síkot első nyomvonala, mint tengely körül az első képsíkba forgattuk. Ehhez felhasználtuk a sík vetítősíkká transzformált képét.

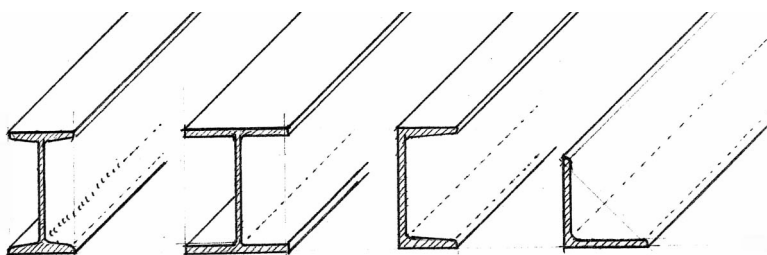
c. Az a élhez tartozó palástlap valódi képe

A palástlapot - az előzőekhez hasonlóan – alapéle körül az első képsíkba forgattuk, ahol az valódi képét mutatja. A forgatás során a leforgatott pontok tengelytől mért távolságait a 2.2.1 pontban megismert módszerrel szerkesztettük meg.

4.1.2. Rúdszerû testek ábrázolása

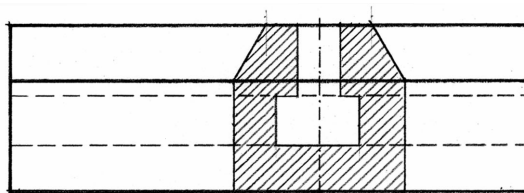


3. kép: Alulfeszített idomacél-tartó nézete, metszete



4. kép: Idomacélok

A műszaki életben gyakran használunk rúdszerû alkatokat; fa profilokat, rúd-és idomacélokat, alumínium szelvényeket, stb. Ezeket gyakran egyetlen vetületükkel ábrázoljuk, pl. előlnézetben, amibe berajzoljuk és vékony vonalkázással jelöljük a rúd éleire merőleges keresztmetszeti képét (szelvényét) is (3. ábra).

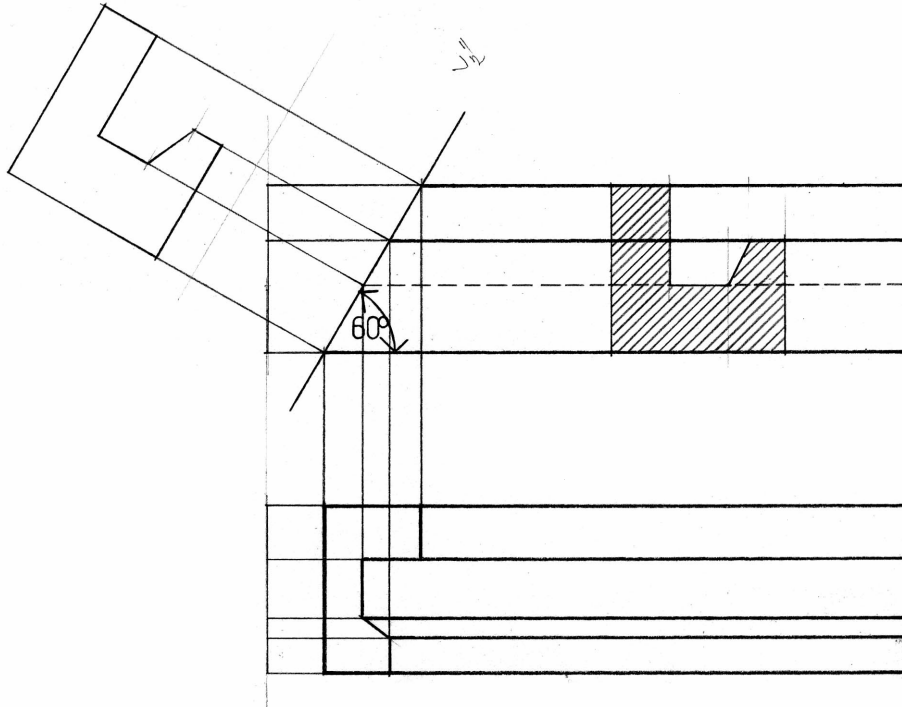


3. ábra

Feladat: „Keretelem”

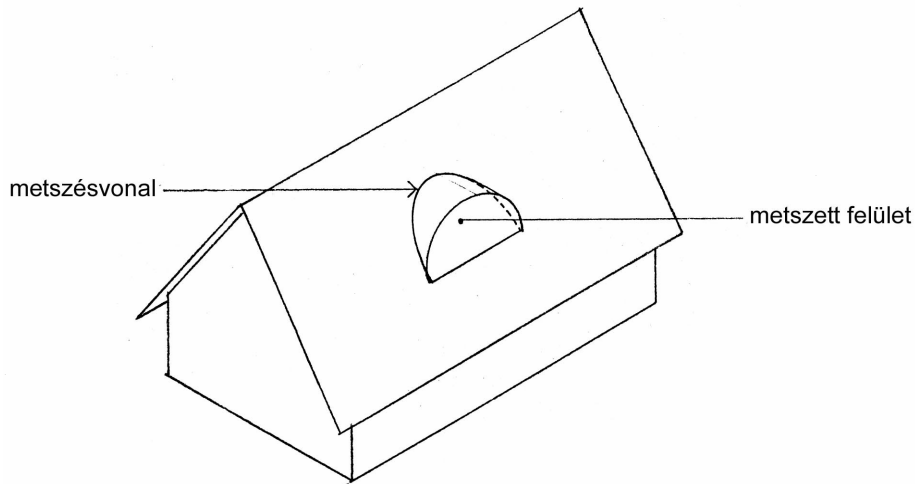
A 4. ábrán egy keményfából kialakított rúd előlnézetét és beforgatott metszetét ábrázoltuk. A rúdvéget keretkészítés céljából 60°-os vetítősíkkal lemetszük.

- Rajzoljuk meg a lemetszett rúd első képét (felülnézetét)!
- Szerkesszük meg a metszett felület (a ragasztandó felület) valódi képét!



4. ábra

4.2. Forgástestek síkmetszése



5. kép

Az építészeti gyakorlatban gyakran fordulnak elő forgásfelületek metszésével összefüggő ábrázolási feladatok is. A forgásfelületek metszésvonala általában görbe vonal.

A metszésvonal előállításához megszerkesztjük a görbe számos pontját, majd ezeket (pl. görbevonalzó segítségével) összerajzoljuk. A metszésvonal pontjait általában segédsíkokkal (fősíkokkal) állítjuk elő oly módon, hogy a segédsíkkal mind a forgásfelületet, mind a metszősíkot elmetsszük. A síkmetszet pontjai a testből kimetszett görbe és a síkból kimetszett

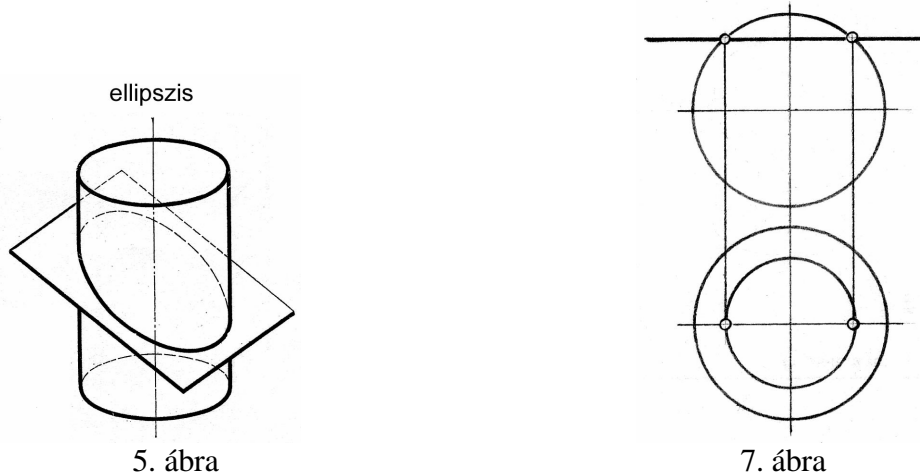
egyenes közös pontjai (szeletelő módszer). Megkönnyíti a görbe kirajzolását, ha egyes megszerkesztett pontjaiba a görbe érintőjét is megrajzoljuk.

4.2.1. Forgásfelületek metszetgörbéi

A gyakorlatban legtöbbször előforduló forgásfelületek a henger, a kúp és a gömb. Ezek síkmetszetei a síkmértanból ismert görbe vonalak:

a) A henger metszetei

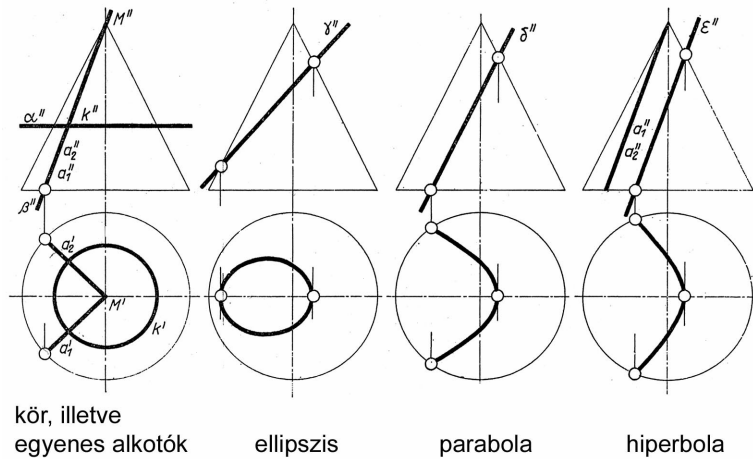
A tengelyével párhuzamos sík a hengerből alkotókat metsz ki. Tengelyére merőleges metszete kör, ferde metszete ellipszis (5. ábra).



5. ábra

7. ábra

b) A kúp metszetei (6. ábra)



kör, illetve
egyenes alkotók

ellipszis

parabola

hiperbola

6. ábra

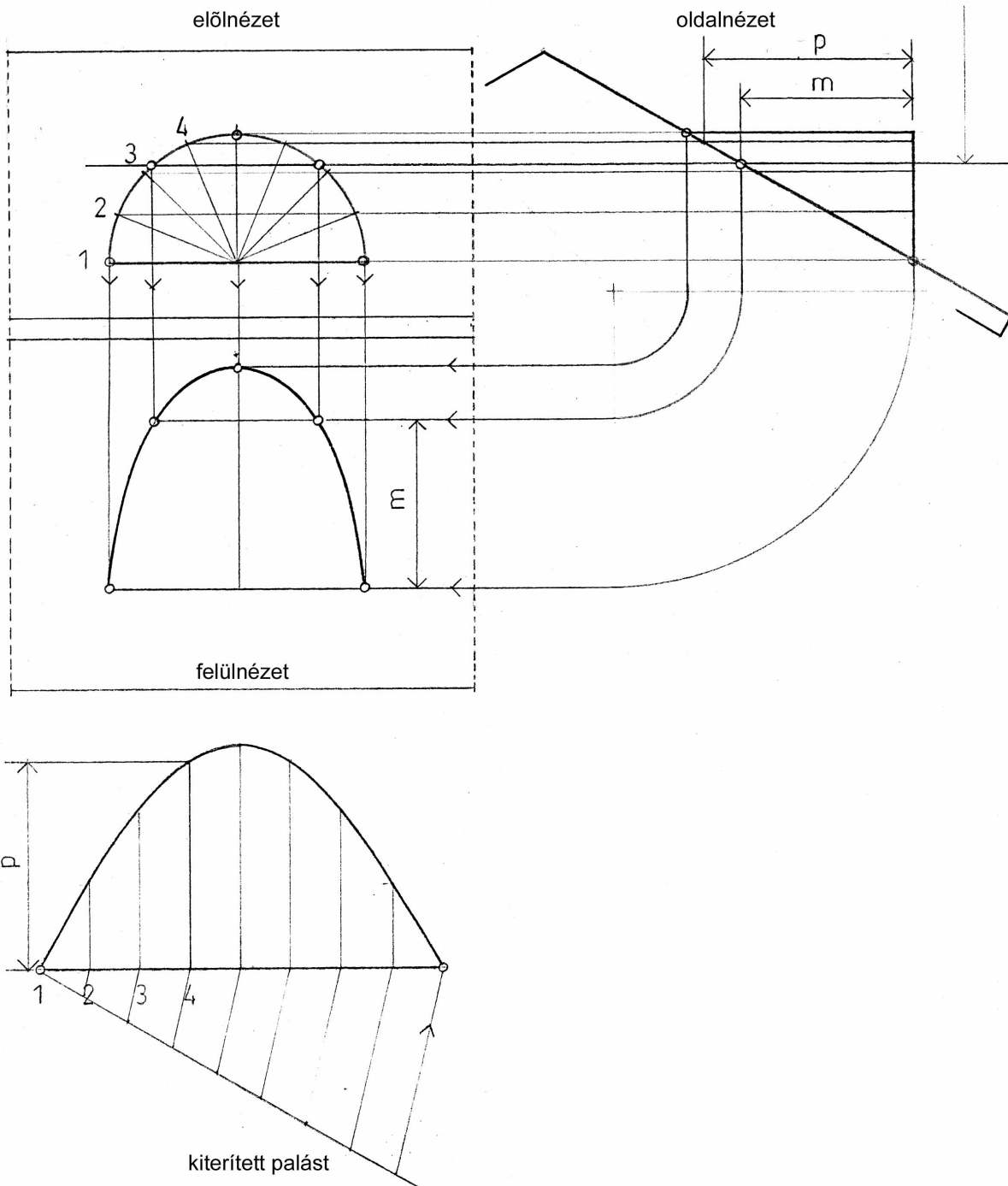
c) A gömb metszetei

A gömböt minden metszősíkja körben metszi (7. ábra).

Az alábbiakban példát mutatunk forgásfelületek síkmetszésére és palástfelületének kiterítésére:
4.2.2 Feladat: „Álló tetőablak”

A 8. ábrán egy beépített tetőtér megvilágítását szolgáló, a tetősíkból kiemelkedő félhenger alakú ablakfülke elől- és oldalnézetét adtuk meg.

- Szerkesszük meg az ablakfülke felülnézeti képét!
- Rajzoljuk meg a fülke-palást kiterített hálóját (fedésének szabásmintáját)!



8. ábra

a. A metszésvonal megszerkesztése

A fél henger síkmetszete fél ellipszis lesz. A tengelyvégpontok első képét a második és harmadik kép alapján állítottuk elő. Közbenő metszésvonalpontokat (ellipszispontokat) síkmértani módszerekkel is szerkeszthetünk, de ezúttal az általánosabban alkalmazható szeletelő eljárással szerkesztettünk ilyeneket: Első fősíkokkal elmetszettük (szeleteltük) mind a fél hengert, mind a metsző tetősíkot. Ezek a segédsíkok a hengerből alkotópárokat, a tetősíkból egyeneseket metszettek ki, amelyeket a felülnézeti rajzon ábrázoltunk. Közös pontjaik egyben a metszetgörbe pontjai is. Minden segédsíkos metszés két-két görbepontot eredményez. Ezeket görbevonallal összerajzolva kaptuk a tetőfülke metszésvonalának felülnézeti képét.

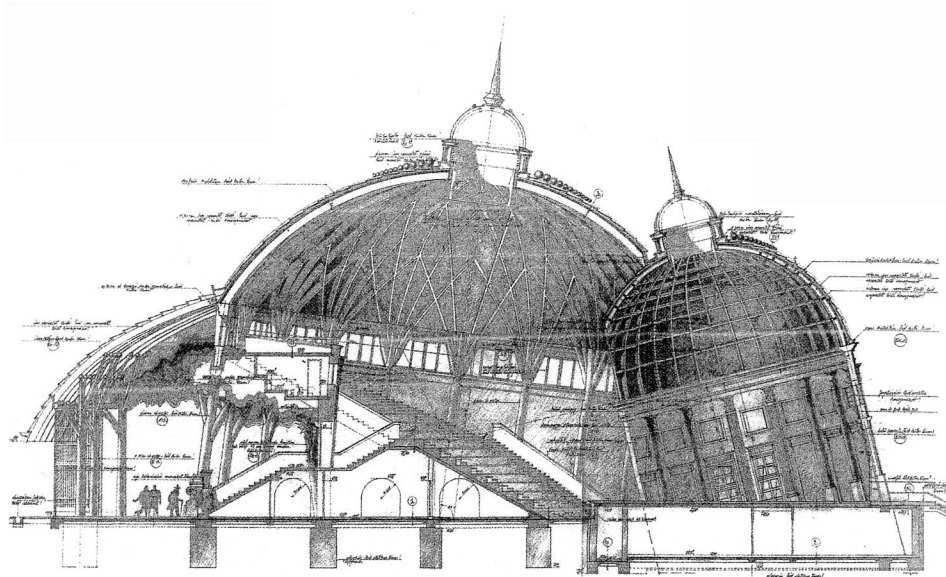
b. A palástfelület síkba terítése

A tetőfülke palástjának kiterített képére pl. a fedés elkészítésénél lehet szükség (szabásminta). A lemezfedés legnagyobb kifejtett szélessége a félkör kerületével azonos. Legnagyobb hosszát a középső, leghosszabb hengeralkotó (harmadik kontúralkotó) hosszáról az oldalnézetről mértük át. A görbe további pontjait a hengeralkotók segítségével szerkesztettük meg: Az elölnézeti képen a félkör kerületét egyenlő ívszakaszokra osztottuk. Az osztópontokat a szakaszfelosztás ismert módszerével felmértük a fedés kiterített képére. Az egyes osztópontokhoz tartozó alkotóhosszakat az oldalnézet alapján mértük át. Az így kapott pontokat végül folytonos görbe vonallal rajzoltuk össze.

5. E l ő a d á s

Témája: 5.1 Síklapú testek áthatása 5.2 Forgástestek áthatása

5. Áthatások



1. kép

Ha két test úgy helyezkedik el a térben, hogy van közös részük, a testek áthatásáról beszélünk. A két testfelület közös pontjainak összessége az áthatási vonal.

Az építőmérnöki gyakorlatban számtalanszor előforduló feladat, hogy egymással áthatásban lévő épülettömegeket, épületszerkezeti elemeket kell a terveken ábrázolnunk. Gyakran meg kell szerkesztenünk ezek palástjának kiterített képét is (szabásmintáját).

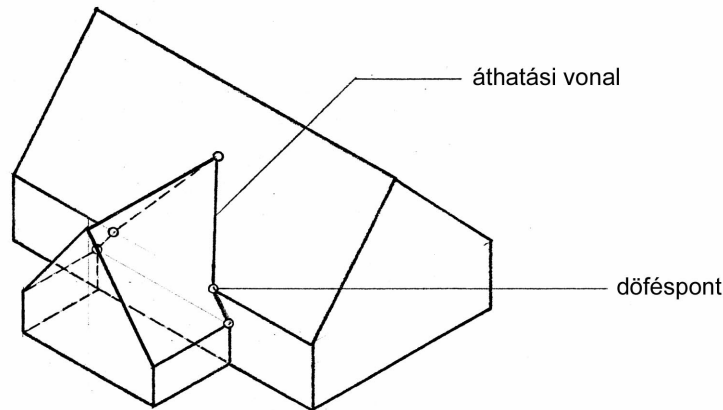
Az áthatás-szerkesztések módszereinek különbözősége miatt célszerű e fejezetben is külön kezelni a síklapú- és forgástesteket.

5.1A síklapú testek áthatása

Az egymással áthatásban lévő síklapú testek élei átdöfik a másik test lapjait, a testek oldallapjai kölcsönösen metszik egymást. A két testfelület közös részén helyezkedik el az áthatási vonal, amely egy térbeli sokszöget alkot (1. ábra). Az áthatási sokszöget úgy szerkesztjük meg, hogy megkeressük mindkét test élének a másik test lapjaival alkotott dőféspontjait (ezek lesznek az áthatási sokszög csúcspontjai), és ezeket megfelelő sorrendben összekötjük

Az áthatásoknak két jellegzetes típusa van: Az egyik esetben az egyik test átlukasztja a másikat, a másik esetben a testek egymásba vágódnak

Az elsőnél az áthatási vonal két különálló, zárt törtvonalból áll, ez a szorosabb értelemben vett áthatás. A második esetben az áthatási sokszög egyetlen összefüggő zárt törtvonal, az ilyen áthatást bemetszésnek is szokás nevezni.



1. ábra

Példaként megszerkesztettük egy fekvő hasábépület és egy négyzetes torony áthatását (bemetszését) (2. ábra).

5.1.1 Feladat: „Hasábépület-gúlatorony áthatása”

- a) Szerkesszük meg a két épülettest áthatási vonalát a láthatóság feltüntetésével felülnézeti és előlnézeti képeiken!
- b) Rajzoljuk meg a toronytest palástjának kiterített képét (szabásmintáját)!

a. Az áthatási vonal megszerkesztése

Mivel az áthatásban résztvevő épületelek és síkok nem vetítő helyzetűek (éleik nem pontokban, síkjaik nem egyenesként látszanak), az élek és lapok dőféspontjainak megszerkesztése nehézkes. A megoldás során céltranszformációt alkalmaztunk: A hasáb vízszintes éleire merőlegesen felvett negyedik képen az élek és síkok vetítő helyzetűek (pontban, illetve egyenesben látszódnak), így a dőféspontok megszerkesztése lényegesen leegyszerűsödött. A dőféspontok, vagyis az áthatási sokszög csúcspontjainak megszerkesztésénél igyekeztünk több megoldási lehetőséget is bemutatni:

1.dőféspont: Az a toronyél és a hasábsík dőféspontja a negyedik képről közvetlenül levetíthető az első képre.

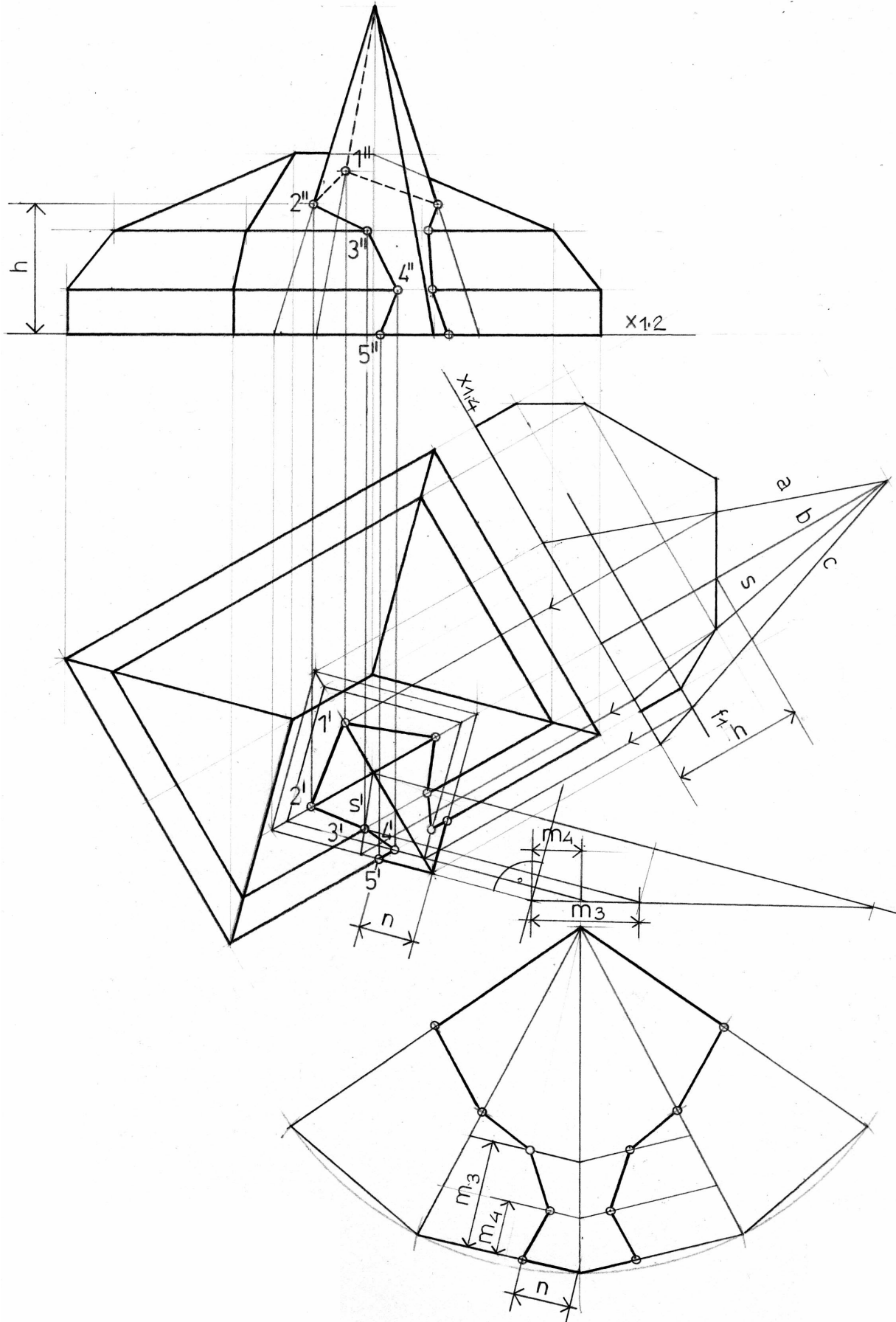
2.dőféspont: Mivel a negyedik képen a b toronyél profilegyenes, ehelyütt csak a dőféspont magasságát tudtuk megmérni. Ezt a b előlnézetére felmérve adódott a 2. dőféspont helye.

3.dőféspont: A negyedik képről „alkotó” módszerrel nyertük az újabb dőféspontot.

4.dőféspont: A hasáb élének magasságában felvett vízszintes metszősík a gúlát az alaplapjához hasonló idomban metszi (négyzet). A négyzetes metszésvonal és a vízszintes hasábél metszéspontja adta a 4. dőféspontot. A vízszintes metszősíkot a negyedik képen vettük fel, itt jól látszik az a és c gúlaélekkel alkotott dőféspontja. (Természetesen a 4. dőféspont is előállítható alkotó módszerrel.)

5.dőféspont: A két test alapéleinek metsződése a felülnézeten látható.

A toronytest másik felén lévő dőféspontok a szimmetria kihasználásával is megszerkeszthetők. Végül a dőféspontokat egyenes szakaszokkal kötöttük össze és a láthatóságra ügyelve húztuk ki.



b. A palástfelület megszerkesztése:

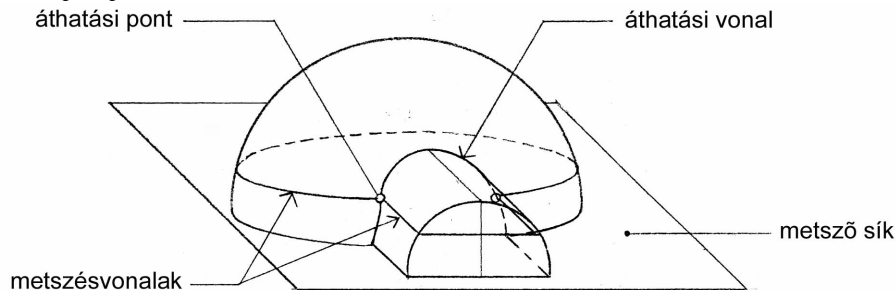
Először megrajzoltuk a torony teljes, áthatás nélküli oldalfelületének kiterített képét:

A négy egyenlőszárú háromszög idom megszerkesztéséhez az alapél valódi hosszát a felülnézetről, a szárak hosszát (a, c) a negyedik képről másoltuk át, ezek ugyanis ehelyütt képsíkkal párhuzamosak, tehát valódi méretben látszódnak.

A háromszög-szárakra ráértük a dőléspontok helyét (1,2). Az oldallap belsejében lévő dőléspontok (3.,4.) berajzolásához felhasználtuk a fősík-metszésvonalakat, és az oldallap vetítősíkká transzformált képét. Az 5. metszéspont képét az első vetületről mértük át. Természetesen a torony-palást valódi képe a korábban megismert leforgatással, egyenként is megszerkeszthető lett volna.

5.2. Forgásfelületek áthatása

Ha két forgásfelület áthatásban van egymással, felületeik közös pontjai általában térgörbe áthatási vonalat alkotnak (3.ábra). Az áthatási görbe pontjait a síkmetszéshez hasonlóan szeletelő módszerrel szerkeszthetjük meg. Az áthatásban résztvevő felületeket olyan segédsíkokkal szeleteljük, amelyek a felületeket egyszerű görbékben metszik. A metszésvonalak közös pontjai (metszéspontjai) áthatási pontok. A kellő sűrűségben előállított áthatási pontokat folyamatos áthatási görbévé rajzoljuk össze.



3. ábra

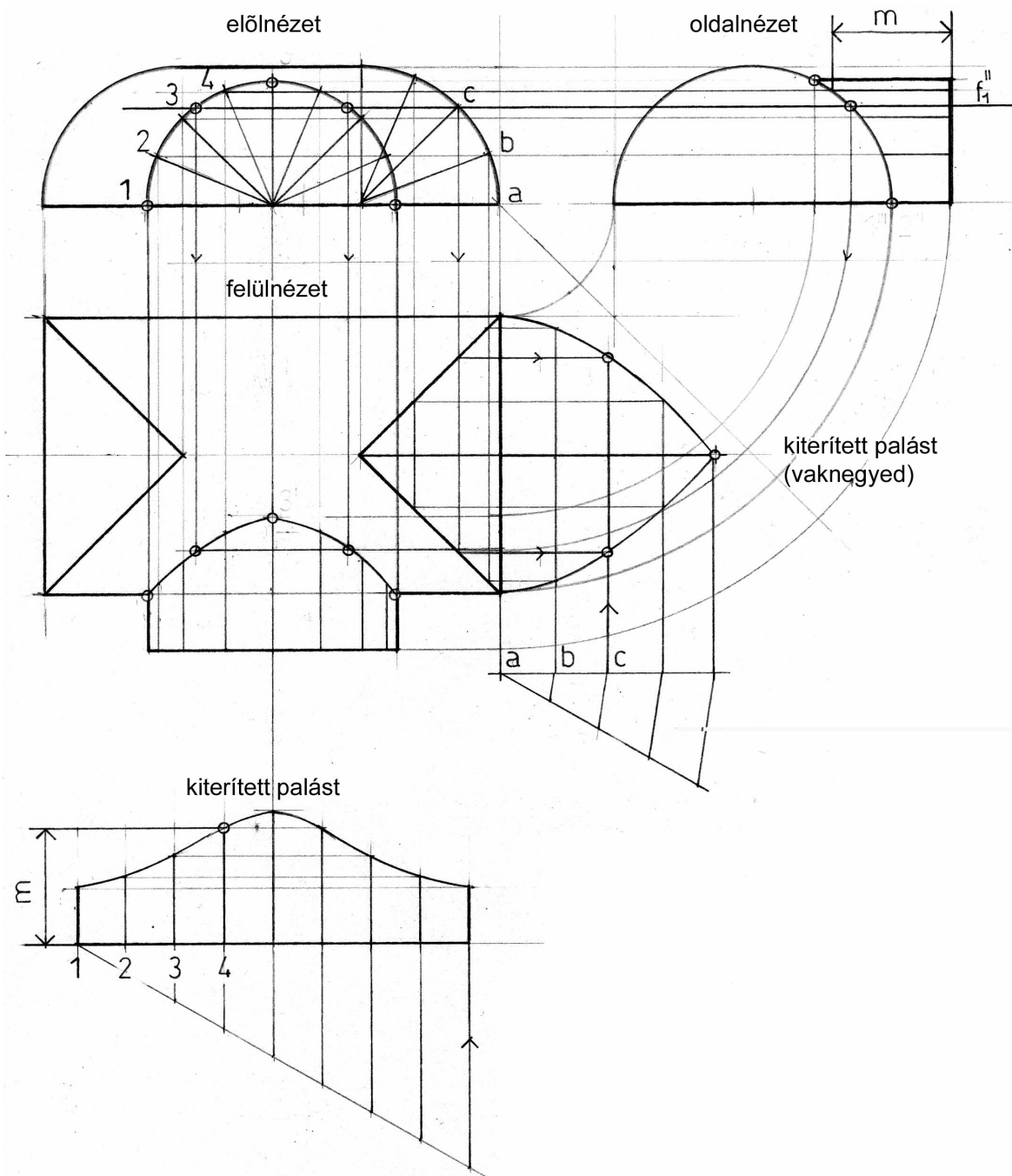
A 4. ábrán példaként megrajzoltuk egy úgynevezett teknőboltozat és a hozzá csatlakozó fiókboltozat áthatását. A feladatot kiegészítettük a palásfelület megszerkesztésével is.

5.2.1 Feladat: „Teknő- és dongaboltozat áthatása”

- Rajzoljuk meg a vetületeivel adott fél-forgáshenger alakú teknőboltozat és a hozzá csatlakozó kisebb méretű dongaboltozat áthatási vonalát!
- Szerkesszük meg a dongaboltozat valamint a teknőboltozat lezáró felületének (vaknegyedének) kiterített képét!

a. Az áthatási görbe megszerkesztése

Először az áthatási vonal legszélső pontjait szerkesztettük meg: Az alapélek metszéspontjait (sarokpontokat) a felülnézet alapján, a legmagasabban fekvő áthatási pontot a harmadik kép kontúralkotója segítségével találtuk meg. Az áthatási görbe további pontjait szeletelő eljárással állítottuk elő: Vízszintes segédsíkokkal (első fősíkokkal) elmetstettük mindkét csatlakozó fél hengert. A szeletelő síkok ezekből alkotópárokot metszettek ki, amelyek metszéspontjai egyben áthatási pontok. (Az áthatási görbe nagyobb görbületű szakaszainál célszerű sűríteni a szeletelő síkok felvételét). Végül a pontokat folyamatos áthatási görbévé rajzoltuk össze.



4. ábra

b. A palástfelület kiterített képe:

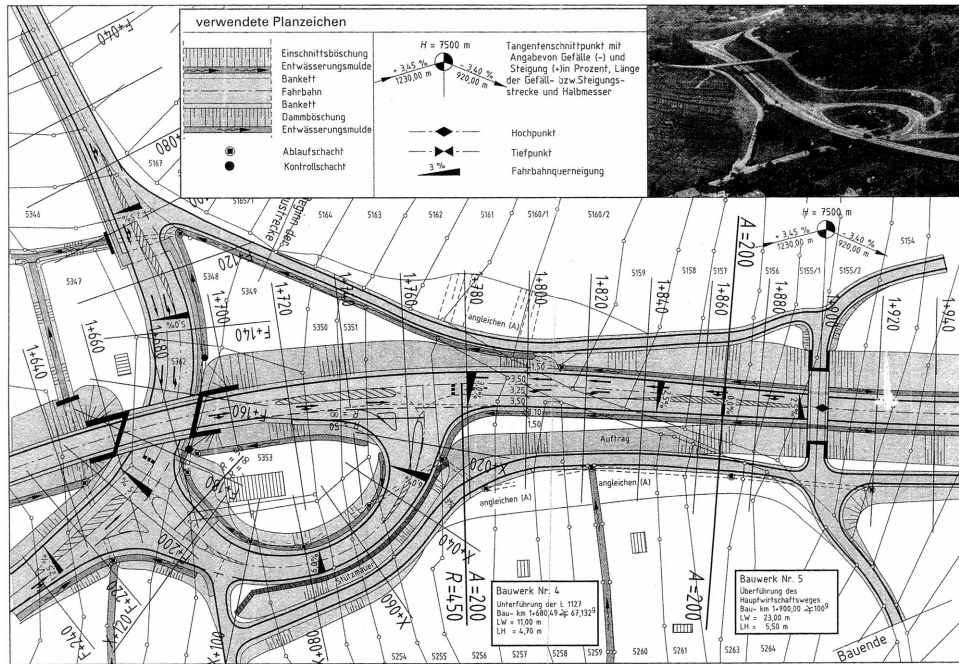
A dongaboltozat palástját a síkmetszéseknél már megismert módszerrel fejtettük síkba: Először kimértük a palást teljes szélességét, ami a félkör kerületével azonos, majd az előnézeti képen felosztottuk a félkörívvet nyolc azonos ívhosszúságú szakaszra, és az osztópontokat a kiterített képen is előállítottuk. Az oldalnézetről az osztópontokra átmértük a hozzájuk tartozó alkotóhosszakat. Az így kialakult pontsor alapján megrajzoltuk a dongaboltozat szabásmintájának lezáró görbét is.

Hasonlóképpen szerkesztettük meg a teknőboltozat lezáró vaknegyedének kiterített hálóját is.

6. E l ő a d á s

Témái: 6.1 Mérészamos ábrázolás 6.2 Axonometrikus ábrázolás

6.1. Mérészamos ábrázolás

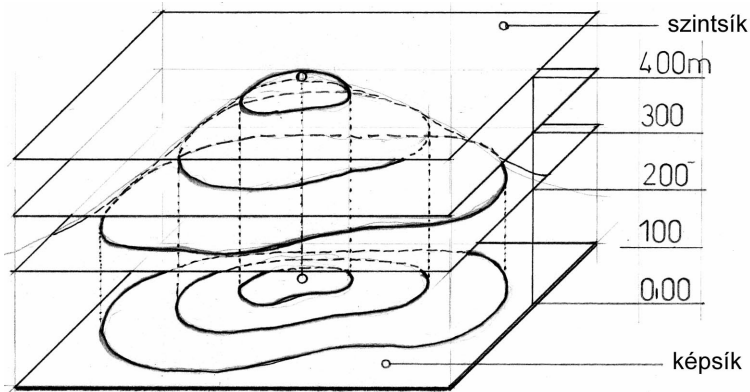


1. kép

Az építészmérnöki és építőmérnöki gyakorlatban sokszor előforduló feladat földművek, terepfelületek, helyszínrajzok, útpályák ábrázolása. Ezek célszerű ábrázolási módja a kótás ábrázolás (projekció) vagy mérőszamos ábrázolás.

Az ábrázolás egyetlen vízszintes képsíkon történik. Erre vetítjük merőleges vetítéssel az alakzatok képét. Az alakzatok jellemző pontjainak a kiinduló síktól (alapsíktól) mért magasságát számadatokkal (mérőszámokkal, kótákkal) adjuk meg.

Az ábrázolási módszert a térképészek már régóta használják; lényegét ehelyütt egy terepalakzaton mutatjuk be (1.ábra):



1.ábra (térbeli kép)

Az alakzatot egyenlő magasságban felvett vízszintes síkokkal (szintsíkokkal) képzeletben elmetsszük. Az így keletkező metszésvonalakat szintvonalaknak (rétegvonalaknak) nevezzük. Ábránkon a szintsíkokat 100 m-es magasságkülönbséggel (magasságlépcsőben) vettük fel. Ezek képét merőlegesen a vízszintes képsíkra vetítjük, és a szintvonalakra ráírjuk magassági mérőszámaikat.

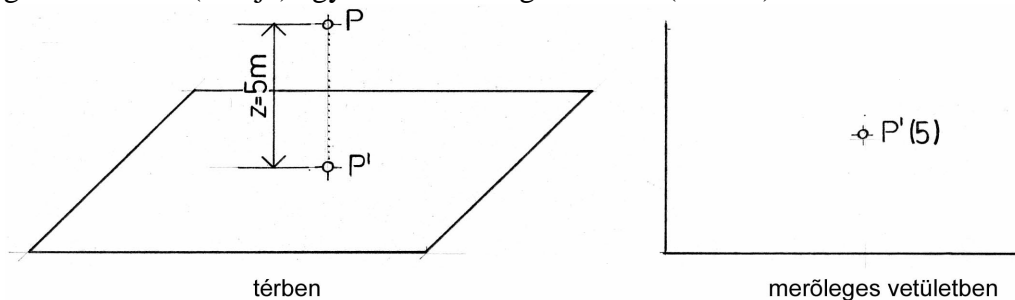
A magasságot a szakmai gyakorlatban ún. abszolút magasságban adjuk meg, ami egy nemzetközileg megválasztott kiinduló alapsíktól, a Balti tenger szintjétől mért magasságot jelent.

Az ábrázolt alakzatok nagy mérete miatt a rajzi ábrázolás természetesen kicsinyítéssel történik. Például az M 1:200 méretarány azt jelenti, hogy a rajzon 1 cm-nek a valóságban 200 cm, azaz 2 m felel meg, vagyis a rajzi hosszúság a valóság 200-ad részére kicsinyül.

6.1.1 Pontok, egyenesek, síkok ábrázolása

Pont ábrázolása

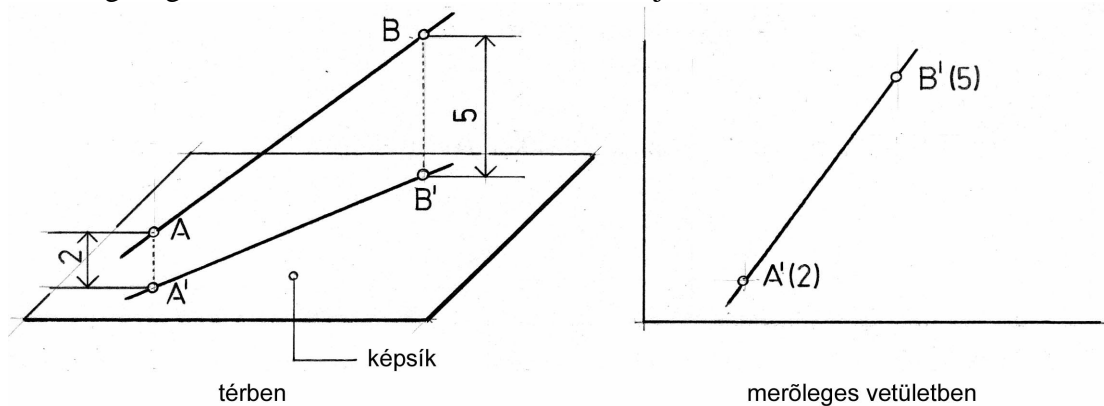
A pontot egy merőleges vetülete (felülnézete) és egy választott vízszintes síktól (a képsíktól) mért magassági mérőszáma (kótája) egyértelműen meghatározza (2. ábra).



2. ábra

Egyenes ábrázolása

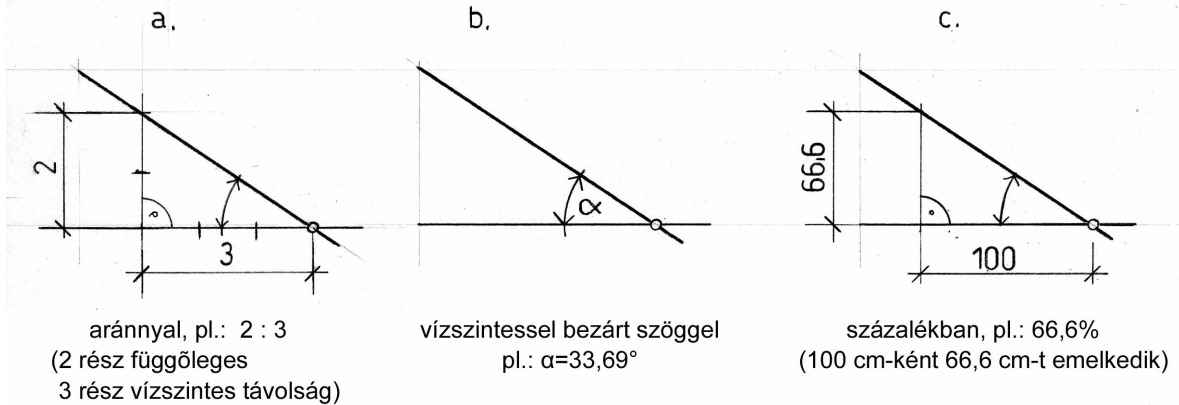
Egyenesek megadása történhet például két pontjuk segítségével: A 3. ábrán az egyenest A és B pontjainak segítségével ábrázoltuk szemléletes térbeli rajzon és mérőszámokkal.



3. ábra

Az egyenes meredeksége

Terepépítmények, utak, vasutak tengelyvonalának (egyenesének), valamint töltések, rézsűk síkjának, terepfelületeknek a lejtését (esését) többféleképpen is megadhatjuk (4. ábra):



4. ábra

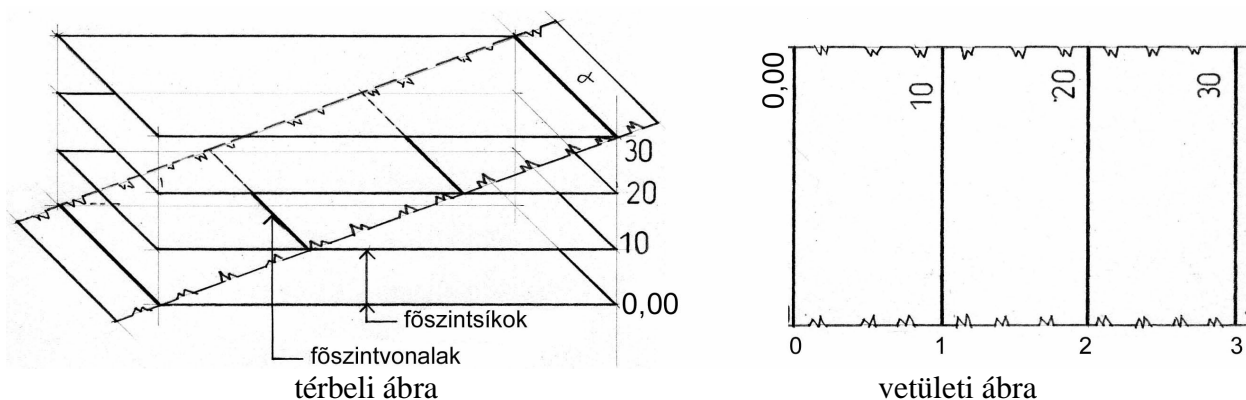
a) vízszintes síkkal bezárt szög segítségével, pl.: $\alpha = 33,69^\circ$ (4.a ábra),

b) aránnyal, pl.: A 2:3 arányú lejtő azt jelenti, hogy az egyenes 3 m-es szakaszon 2 m-t emelkedik (4.b ábra),

c) százalékban, pl.: A 66,6 %-os lejtő azt jelenti, hogy a lejtő 100 cm-en annak 66,6 százalékával (azaz 66,6 cm-t) emelkedik (4.c ábra).

Síkok ábrázolása

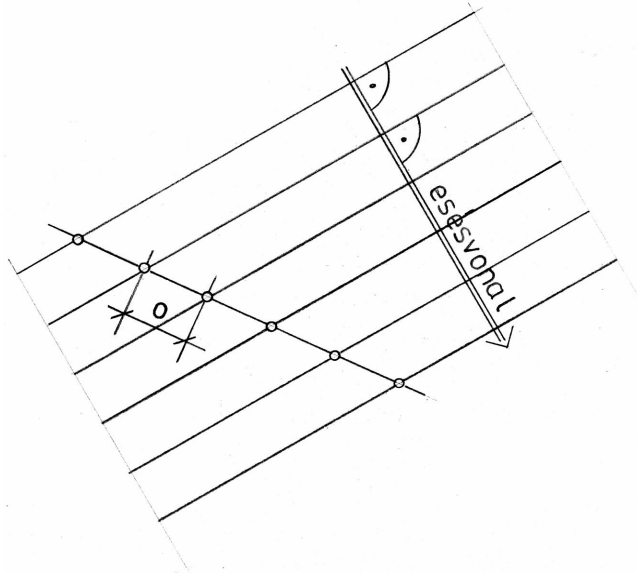
Az 5. ábrán egy általános helyzetű lejtős síkot (földrézsűt) ábrázoltunk térben és mérőszám vetületben. A síkot képzeletben 10 m-enként vízszintes síkokkal, úgynevezett főszint-síkokkal elmesztettük, amelyek az alakzataból úgynevezett főszintvonalakat metszettek ki. Ezek a metszévonalak a vízszintes vetületen párhuzamos és egymástól egyenlő távolságra futó egyenesekként látszanak. A szintvonalakra magassági mérőszámokat írva, alkalmasak sík ábrázolására.



5. ábra

Lejtők esésvonala

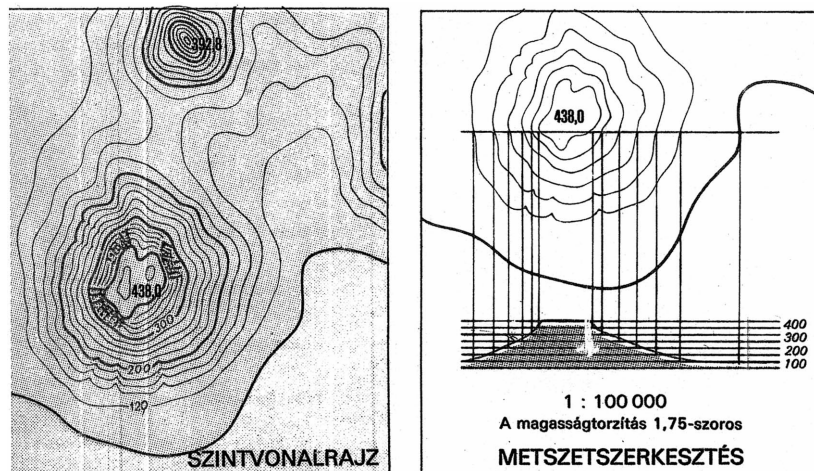
A 6. ábrán egy lejtős síkot (terefelületet) ábrázoltunk főszintvonalai segítségével. A gyakorlatban szokásos kettős vonallal ábrázoltuk a sík egy esésvonalát is. Az esésvonal a sík legmeredekebb egyenese, a szintvonalak közötti távolság, az osztóköz (o) ez esetben a legkisebb. Az esésvonal vetülete a szintvonalak vetületeit derékszögben metszi. Dőlésszöge (vízszintessel bezárt szöge) megegyezik a sík dőlésszögével.



6. ábra

6.1.2 Görbe felületek ábrázolása

Ha az ábrázolandó felület pl. terepfelület nem sík, a szintvonalak (rétegvonalak) vízszintes helyzetű görbék. A szintvonalakon feltüntetjük alapszinttől mért magasságaikat is. A 7. ábrán a térképészetből vett példán mutatjuk be terepfelületek ábrázolását. A terepmetszettel való összevetéséből is jól látható, hogy a sűrűbb szintvonalak meredekebb, a ritkábban elhelyezkedők lankásabb lejtőt ábrázolnak a felülnézeten.



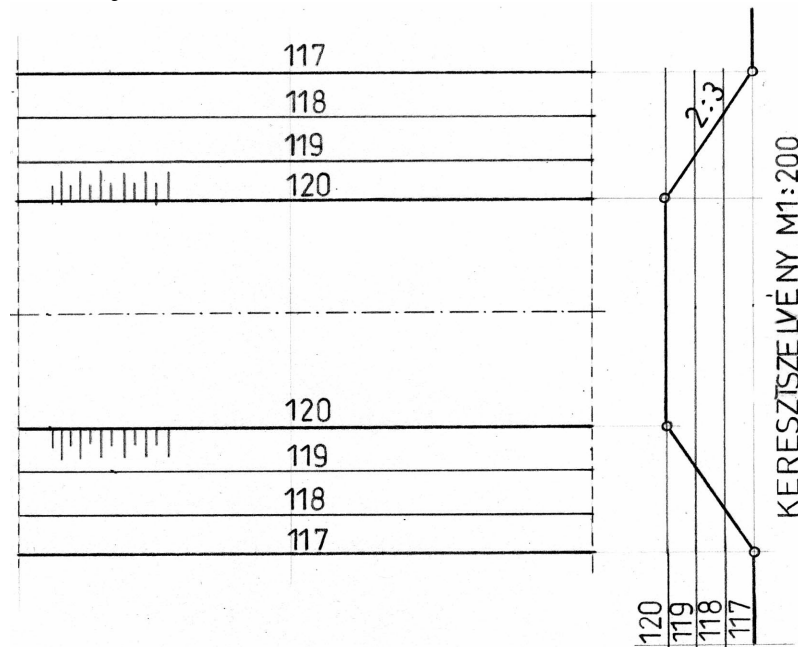
7. ábra

6.1.3 Földmunka-szerkesztési feladatok

Az alábbiakban a mérőszámok ábrázolására mutatunk néhány példát:

1. Feladat: „Földgát”

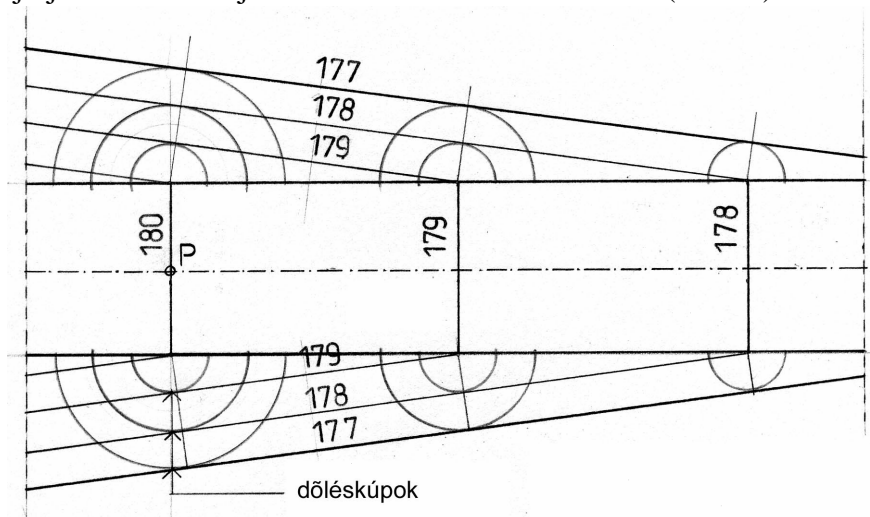
Egy töltésre épült út tengelye vízszintes, magassága az alapsíktól 120,00 m, a környező sík terület magassága 117,00 m. Szerkesszük meg a gát részűjét, ha lejtése 2:3 arányú! Készítsük el a földgát keresztmetszeti rajzát is (8. ábra)!



8. ábra

2. Feladat: Lejtős út

Egy töltésen átvezető földút lejtése 10 %, P pontja 180,00 m magasan fekszik. A töltés részfelületének lejtője 3:4. Ábrázoljuk az úthoz simuló földrészüket (9. ábra)!

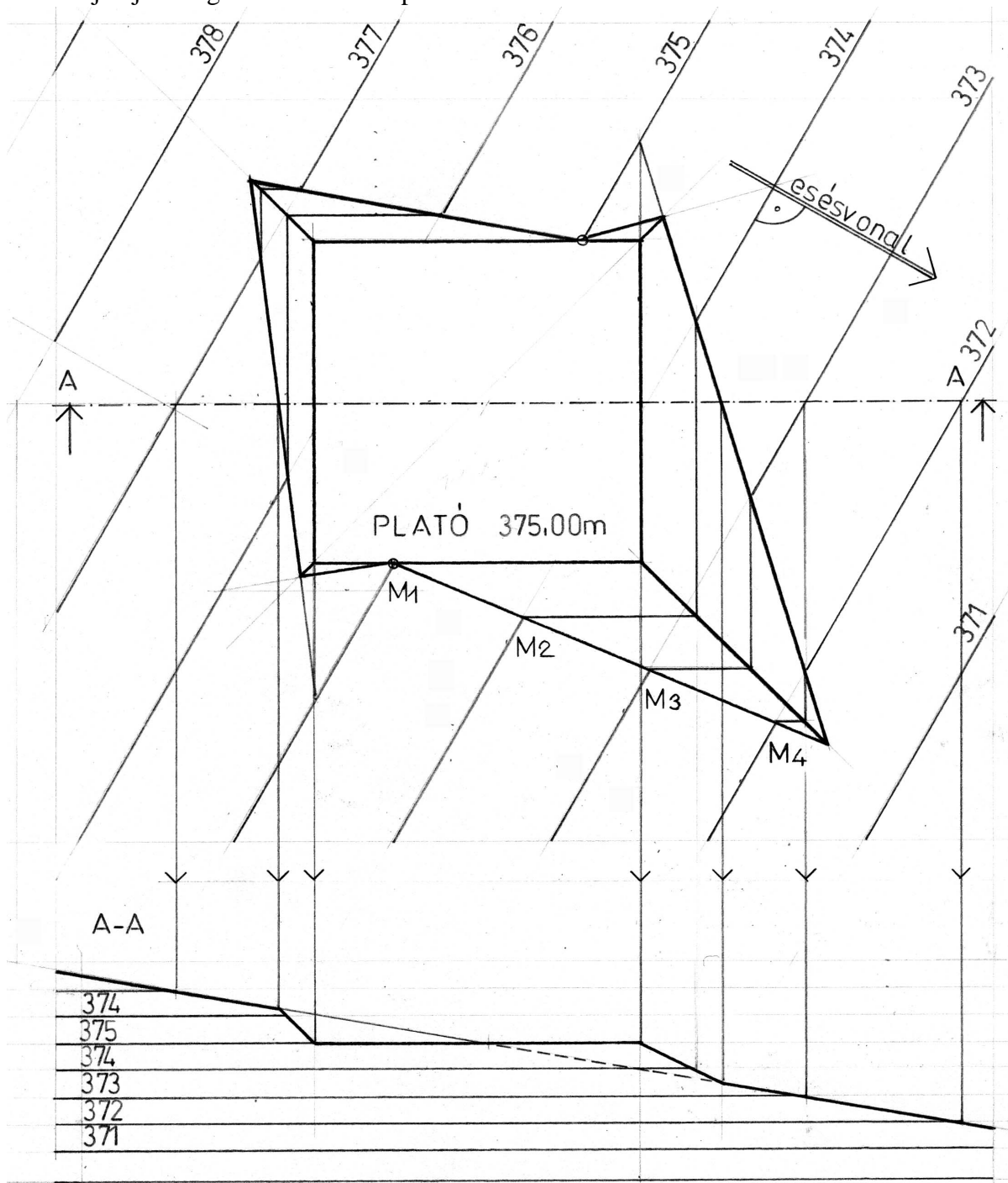


9. ábra

3. Feladat: „Plató”

Lejtős terepen bevágással és feltöltéssel vízszintes felületet (platót) alakítunk ki építmény elhelyezése végett. A terep esése 20 %-os, a bevágások meredeksége 1:1, a feltöltéseké 1:2 arányú. A plató magassága 375,00 m Bf.

- Szerkesszük meg a plató kialakítását (10. ábra)!
- Rajzoljuk meg a kialakított terep A-A metszetét!

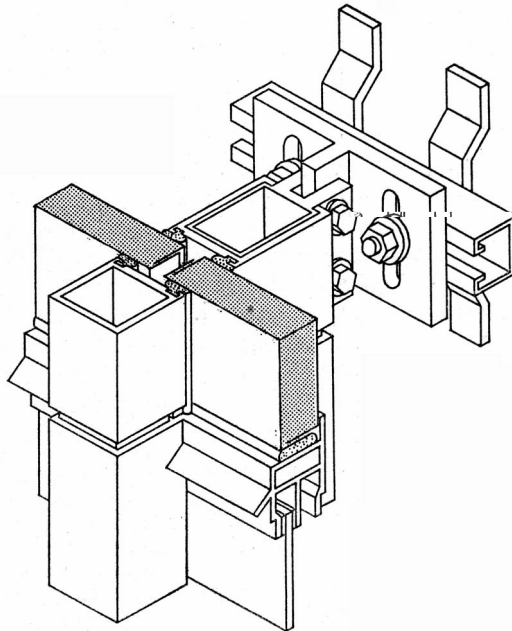


10.ábra

A szerkesztés menete:

- a.
 1. A tereplejtés ismeretében megrajzoltuk a platót övező részük szintvonalait (rétegvonalait).
 2. Megkerestük a terepfelület és a rézsüfelület azonos magasságú szintvonalainak metszéspontjait (M1, M2, stb.).
 3. Az ezeket összekötő egyenesek adják a rézsü- és terepfelület keresett metszévonalát.
- b. A szintvonalaknak a metszősíkkal alkotott metszéspontjai segítségével megszerkesztettük a kialakított plató A-A metszetét.

6.2. Axonometrikus ábrázolás



2. kép

Az építőmérnöki rajzoknál alkalmazott merőleges vetítési rendszerben az ábrázolandó testeket általában alaphelyzetben szoktuk ábrázolni, azaz a test jellemző élei párhuzamosak ill. merőlegesek a képsíkokkal. Ez esetben az ábrázolás egyszerű, gyors és a test legtöbb éle és lapja valódi méretben, torzulásmentesen látszik.

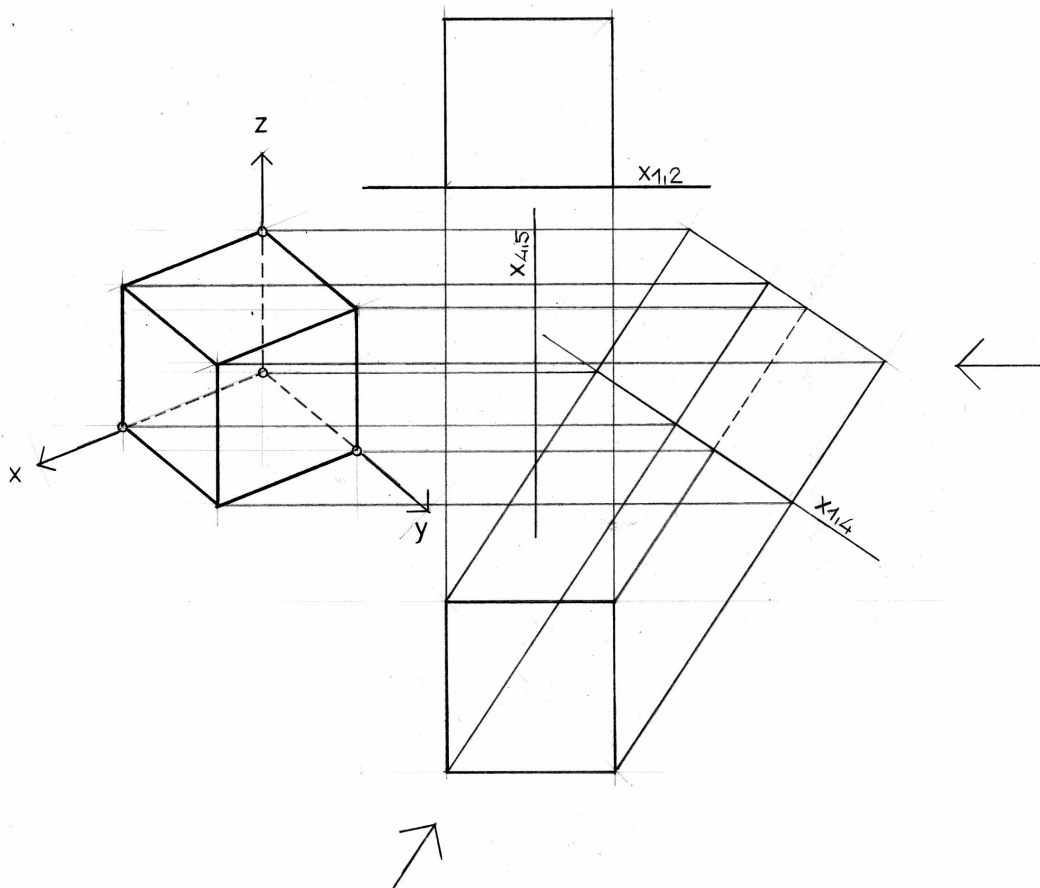
A kapott kép azonban nem szemléletes, aminek az az oka, hogy az alakzat több pontja és éle a vetületeken egybe esik, fedésben van.

Több vetületből fejben, képzeletünkben kell rekonstruálni a tárgy térbeli alakját, ami bonyolultabb alakzat esetén még a rajzolásban járatos szakembereknek is gondolt okozhat.

Transzformáció segítségével szerkeszthetünk ugyan szemléletes (ötödik) képet, ahol a pontok és egyenesek vetületei nem kerülnek fedésbe, ez azonban hosszadalmas, sok szerkesztést igénylő.

A 11. ábrán megrajzoltuk egy kocka ötödik képét. Három egymásra merőleges síkja egy térbeli koordináta rendszert alkotnak. A síkok metszévonalai tengelykeresztet képeznek, ábránkon ezeket x , y , z -nek neveztük. Miután egy alakzat ötödik képét végtelenül sokféleképpen

megrajzolhatjuk, a térbeli ábrázoláshoz tengelykeresztek elvileg tetszés szerint felvehetők. Ha az egyes tengelyirányokba eső méretváltozásaikat (rövidüléseiket) is ismernénk, segítségükkel gyorsabban, egyszerűbb módon tudnánk szemléletes képeket készíteni.



11. ábra

6.2.1. Ábrázolás a gyakorlatban használt tengelykeresztekkel

A műszaki gyakorlatban kialakult a tengelykeresztek felvételének néhány egyszerű módja, és kialakult az is, hogy ezekre az élekre milyen rövidülésben kell felmérni az egyes szakaszokat ahhoz, hogy legalább arányaiban valóságghû képet kapjunk az ábrázolandó tárgyról.

A tengelykereszt térbeli koordinátarendszert alkot, melynek kezdőpontja az O csúcspont.

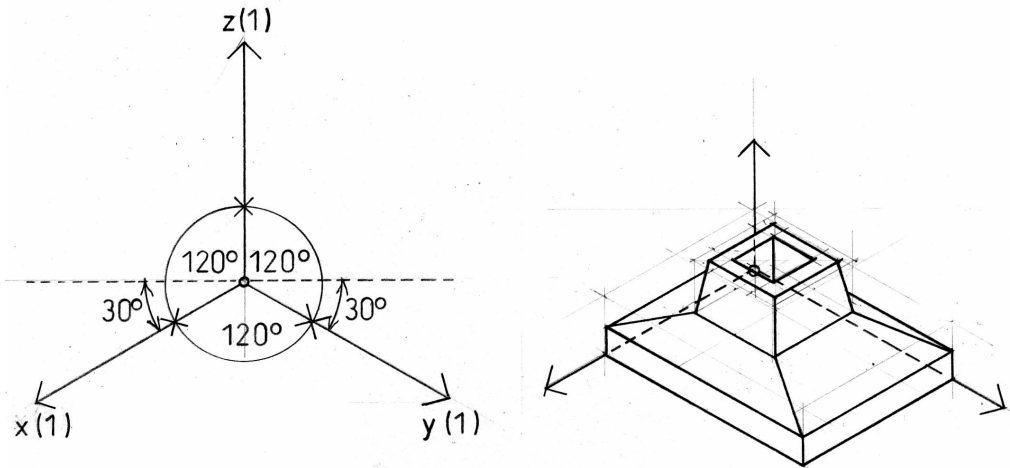
Azt az ábrázolási eljárást, amikor az alakzat pontjait egy térbeli koordinátarendszerhez viszonyítva ábrázoljuk, axonometrikus ábrázolásnak nevezzük. Az elnevezés a tengelyekre utal: axis = tengely.

Az építőmérnöki ábrázolásban használt tengelykeresztek:

a. Egyléptékű tengelykereszt (izometrikus tengelykereszt)

A három tengely képe páronként 120° -os szöget zár közre, a méreteket mindhárom tengelyre eredeti méretben, rövidülés nélkül mérjük fel.

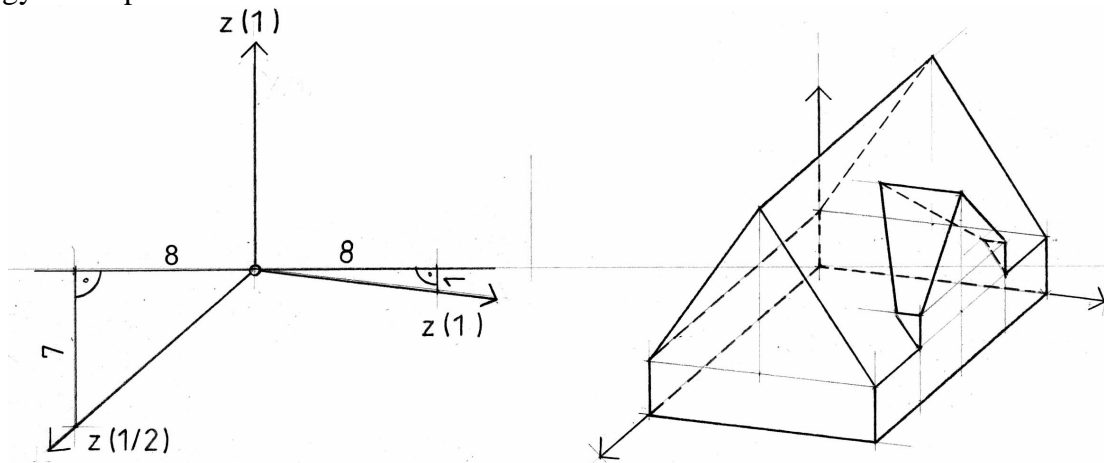
A 13. ábrán megszerkesztettük egy egyszerű alakzat (vasbeton kehelyalap) izometrikus képét.



12. ábra

b. Kétléptékű (dimetrikus) tengelykereszt

A tengelyek megszerkesztését és a tengelyirányú rövidüléseket a 13. ábrán adtuk meg. Ehelyütt egy egyszerű épületformán mutattuk be a módszer alkalmazását.



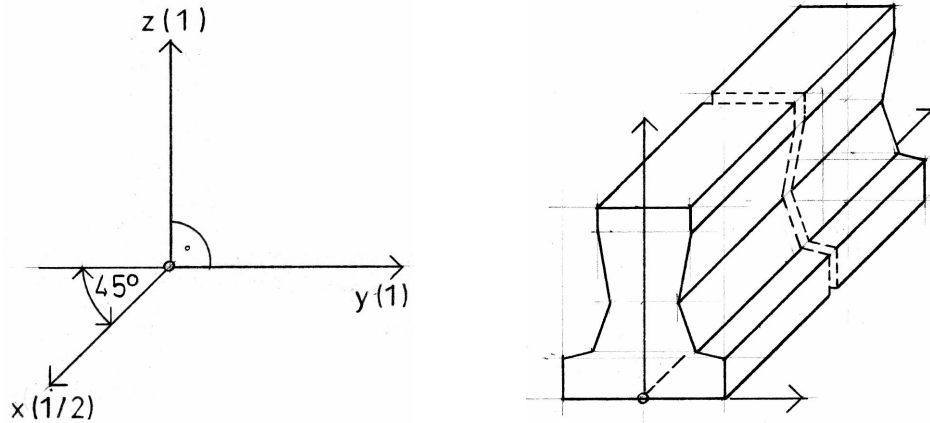
13. ábra

c. Kavalier-tengelykereszt

Az y és a z tengely képe merőleges egymásra, az x tengely képe a vízszintessel 45° -os szöget zár be. Az y és z tengelyek irányába eső méreteket változatlan léptékben, az x -irányba esőket fél vagy $2/3$ méretűre zsugorítjuk (14.ábra).

A tengelykereszt segítségével megrajzolt kép nem felel meg az alakzat ötödik képének, a kép a testek vetett árnyékához hasonló.

Példaként egy előregyártott vasbeton födémgerenda képét szerkesztettük meg kavalier axonometriában.

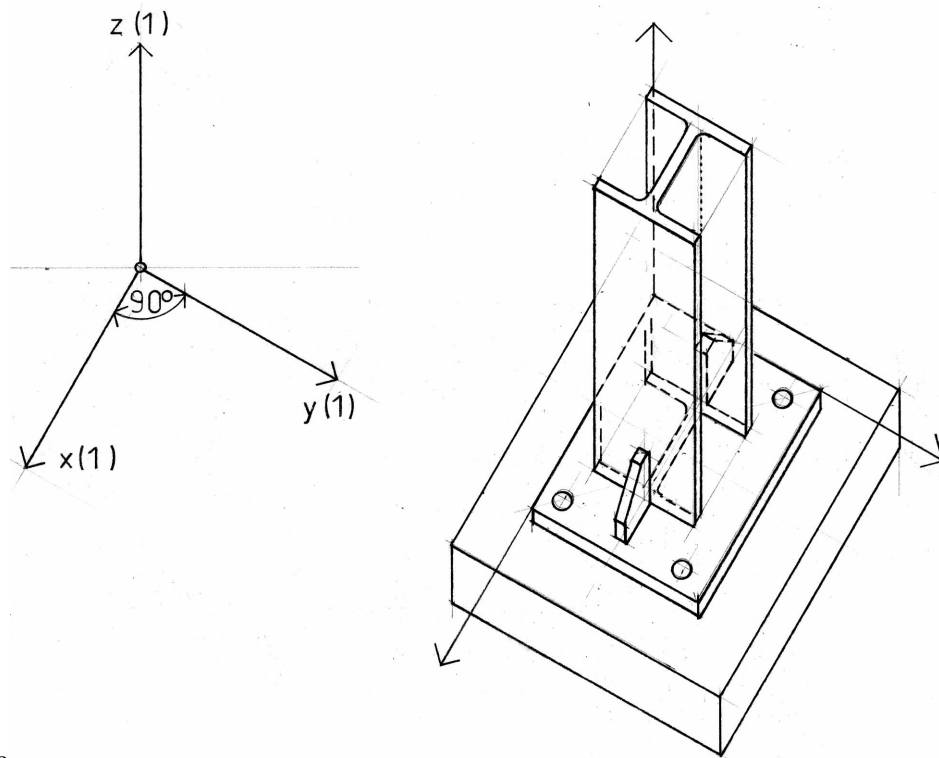


14. ábra

d. Katona-perspektíva:

A kavalier-axonometria egyik formája, amelynél az x - y síkot tekintjük képsíknak, az x és az y tengelyeket vesszük fel egymásra merőlegesen, a z tengely irányát tetszőlegesen választjuk meg. Szerkesztésnél az alakzat felülnézetét rajzlapunkon eredeti alakban, helyezzük el, a z iránnyal minden pontján át párhuzamos egyeneseket húzunk, és ezekre felmérjük a pontoknak az alaplap feletti magasságát változatlan léptékben (15.ábra).

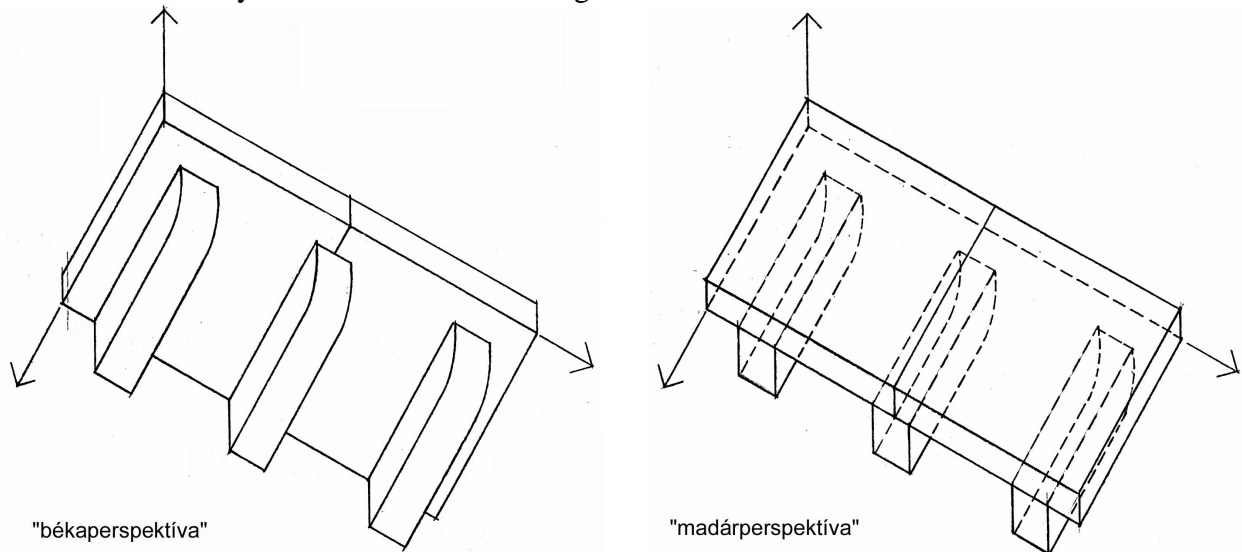
Példaként egy acél oszlop talpkialakítását ábrázoltuk katona-perspektívában. A z -tengelyt függőlegesen vettük fel.



15. ábra

Ezzel az eljárással egyaránt szerkeszthetünk rálátásos képet, ezt "madárperspektívának" nevezzük, és alálátásos képet, ez a "békaperspektíva" (16.ábra). Példaként egy kőkonzolokkal

alátámasztott erkélylemez szerkesztettük meg alá- és rálátásos változatban.

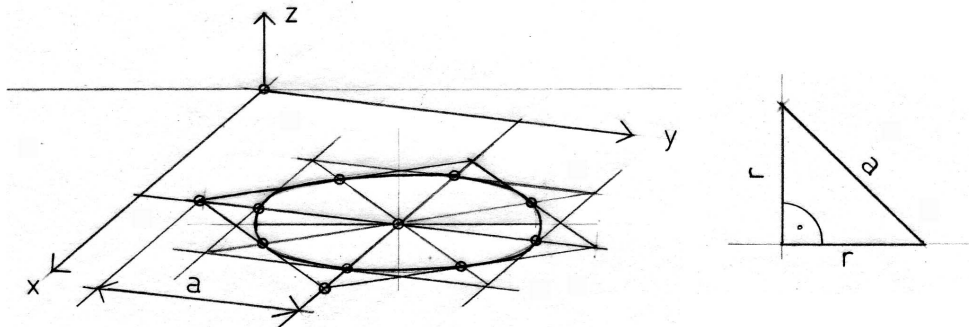


16. ábra

6.2.2. A kör axonometrikus képe:

Az építőmérnöki szerkezetekben gyakran fordulnak elő köralakzatok is.

A 17. ábrán megszerkesztettük az x, y síkban fekvő O középpontú r sugarú kör képét kétléptékű axonometriában.

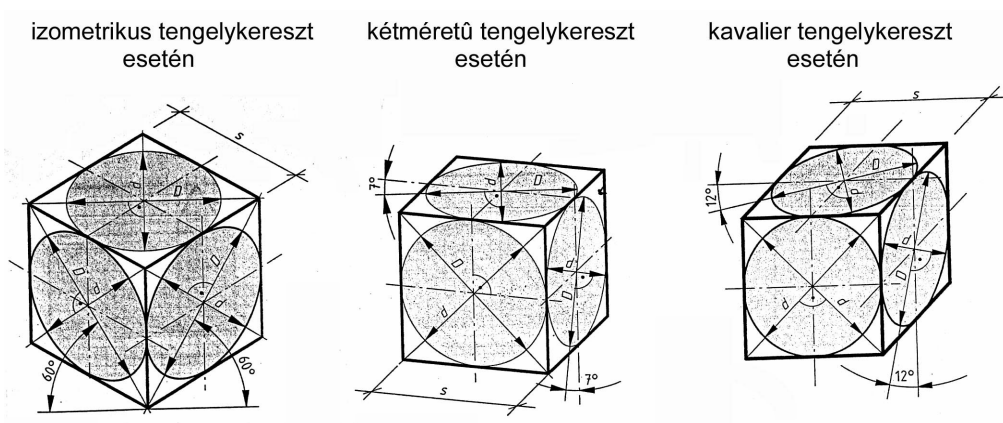


17. ábra

Az y iránnyal párhuzamos körátmérő valódi hosszúságú, x irányú párját felére rövidítve mértük fel. Megrajzoltuk az x és y irányokkal párhuzamos oldalú befoglaló négyszöget. A kör középpontjából (O) felmértük x és y irányban a sugárból szerkesztett átló távolságot. Az ezeket összekötő egyenes a kör érintője, amelynek az átlókkal alkotott metszéspontja a kör további pontját szolgáltatja. Az ilyen módon szerkesztett pontokat görbe vonalzó segítségével rajzoltuk össze ellipszissé.

A $z-x$ és $z-y$ síkban, vagy ezzel párhuzamos síkokban fekvő körök hasonlóképpen szerkesztetők.

A 18. ábrán körök axonometrikus képeit szerkesztettük meg különböző tengelykeresztek felhasználásával.



18. ábra

* * *

Ajánlott irodalom

Lőrincz-Petrich: Ábrázoló geometria (1998)
 Baticz-Kólya: Műszaki rajz (1995)
 Vermes Imre: Geometria. Útmutató és példatár építőmérnök hallgatók számára
 (Egyetemi jegyzet 2002)
 Pethes: 222 Ábrázoló geometriai feladat (1963)