

Dr. Krauter András

Óravázlatok a Geodézia I. tantárgy előadásaihoz

Az óravázlatok a Geodézia I. tantárgy tananyagának gyors áttekintésére készültek az Építőmérnöki Kar hallgatói számára.

Tanuláshoz Krauter András: Geodézia című jegyzetét ajánljuk
(Műegyetemi Kiadó, 2002, azonosító: 95030).

Az óravázlatok elején nem a tanulmányi hét, hanem az előadás sorszáma szerepel.

Tartalomjegyzék

1. előadás: A földi helymeghatározásról. Magasság, magasságmérés, a szintezőműszer felépítése. A szintezőműszer vizsgálata. A szintezés szabályos hibaforrásai és szabályai. Vonalszintezés, részletpontszintezés	1-1
1.1. Optikai szintezés	1-2
1.2. A libellás szintezőműszer felépítése.....	1-3
1.3. A libellás szintezőműszer vizsgálata	1-4
1.4. A szabályos mérési hibákról	1-5
1.5. A szintezés szabályos hibaforrásai és szabályai	1-6
1.6. Vonalszintezés, hossz- és keresztshelvény-szintezés	1-7
2. előadás: Vízszintes mérések. A szögmérés műszere, a teodolit	2-1
2.1. A vízszintes helymeghatározásról	2-1
2.2. A szögmérés műszere, a teodolit.....	2-1
2.3. A teodolit felépítése	2-1
2.4. A távcső.....	2-2
2.5. A vízszintes kör.....	2-3
2.6. Leolvasóberendezések.....	2-3
2.7. A körleolvasás automatizálása	2-4
2.8. Libellák	2-5
2.9. Magassági kör	2-7
3. előadás: A szögmérés szabályos hibaforrásai. A teodolit vizsgálata. Irányérték, iránymérés	3-1
3.1. A szögmérés szabályos hibaforrásai.....	3-1
3.2. Műszerhibák	3-1
3.3. Felállítási hibák	3-2
3.4. Külső körülmények okozta hibák.....	3-2
3.5. A teodolit vizsgálata.....	3-2
3.6. Irányérték	3-3
3.7. Iránymérés.....	3-3
3.8. Külponos iránymérés központosítása.....	3-4
4. előadás: Vetítés, vetületek. Országos alappontok hálózata. A geodéziai adatok nyilvántartása	4-1
4.1. Vetületi átszámítások	4-3
4.2. Országos alapponthálózatok.....	4-3
4.3. A klasszikus megoldás	4-3
4.4. Hazánk vízszintes alapponthálózatai	4-3
4.5. A vízszintes alappontok megjelölése.....	4-4
4.6. Hazánk magassági alapponthálózatai	4-5
4.7. A magassági alappontok megjelölése.....	4-6
4.8. A geodéziai adatok nyilvántartása.....	4-6
5. előadás: Trigonometriai magasságmérés. Távolságok meghatározása: javítások, redukciók.....	5-1
5.1. Építmények magasságának meghatározása	5-2
5.2. A szintfelület görbültségének hatása	5-3
5.3. A légköri sugárgörbület (a refrakció) hatása	5-3
5.4. Távolságok meghatározása	5-4
5.5. A ferde távolság redukálása a vízszintesre	5-4
5.6. A vízszintes távolság redukálása az alapfelületre.....	5-5
6. előadás: A számítógéppel kezelt térkép. A térkép digitalizálásának különböző módszerei	6-1
6.1. A hagyományos és a számítógéppel kezelt térkép, az adatnyerés módjai.....	6-1
6.2. A vektoros és a raszteres ábrázolás	6-1
6.3. Digitalizálás különböző módszerekkel: digitalizáló asztal, szkennel.....	6-2
6.4. Képernyő-digitalizálás, félautomatikus és automatikus vektorizálás.....	6-2
6.5. A digitalizálás munkafolyamata.....	6-3

1. előadás: A földi helymeghatározásról. Magasság, magasságmérés, a szintezőműszer felépítése. A szintezőműszer vizsgálata. A szintezés szabályos hibaforrásai és szabályai. Vonalszintezés, részletpontszintezés

A geodézia **tudományos** feladata: a Föld (mint égitest) alakjának, méreteinek és nehézségi erőterének meghatározása, valamint a földfelszín bármely pontján végrehajtandó helymeghatározás elméleti megalapozása. A geodézia **gyakorlati** feladata: a földfelszínen vagy annak közelében lévő természetes alakzatok és mesterséges létesítmények alakjelző pontjai helyzetének meghatározása (felmérés), ezen alakzatok és létesítmények mérethelyes ábrázolása (térképezés), valamint térképen tervezett létesítmények alakjelző pontjainak megjelölése a természetben (kitűzés).

A Föld fizikai (valóságos) alakja a szárazföldek és a tengerek felszíne által alkotott felület. A Föld matematikai (elméleti) alakja a szabad folyadékfelszín egyensúlyi alakja, ha a folyadékra csupán a nehézségi erő hat. (A nehézségi erő első közelítésben a földi tömegvonzásból és a Föld tengely körüli forgásából származó két erő eredője.) Az ilyen felületen egy tömegpontot mozgatva a nehézségi erővel kapcsolatos munkavégzés nincs, ezért ez a felület **a nehézségi erő munkavégző képességének (potenciáljának) szintfelülete**. Ilyen felület végtelen sok van; közülük azt, amely valamely tenger meghatározott középszintje magasságában helyezkedik el, külön elnevezéssel **geoidnak** nevezzük. A geoid alakját tekintjük a Föld matematikai (elméleti) alakjának. Több geoid létezik, mert az egyes tengerek középszintje nincs ugyanazon a szintfelületen: az eltérés deciméter nagyságrendű.

Valamely felület meghatározásának egyik módja, ha a felületet megfelelően kiválasztott és összekapcsolt pontok hálózatával helyettesítjük. Ez a módszer mindkét földalak meghatározására alkalmas: a terepen megjelölt ponthálózat a valóságos földalakat, a pontok tengerszintre vetített képe az elméleti földalakat jelenti.

A pontok térbeli helyzetét mérési eredményekből kiszámítható koordinátahármas adja meg. Ennek módja az ún. alapfelületi koordináta-rendszerben a következő: 1. kiválasztjuk az alapfelületet (rögzítjük annak matematikai paramétereit); 2. matematikai kapcsolattal (vetítéssel) egymáshoz rendeljük az alapfelületet és a pontokat; 3. meghatározzuk a pontok vetületének helyét az alapfelületen (két alapfelületi koordináta); 4. meghatározzuk a pont és az alapfelület távolságát a vetítés vonalán mérve (egy magassági koordináta).

A kiválasztott alapfelületnek egyrészt jól kell közelítenie a geoidot, hogy a helyettesítéssel járó hibák minél kisebbek legyenek, másrészt matematikai felületnek kell lennie, hogy a felületi koordináták kiszámíthatók legyenek. Ilyen felület a **forgási ellipszoid**, amelynek nagyságát és alakját, azaz két paraméterét (fél nagytengelyhossz = a ; első numerikus excentricitás $e^2 = \frac{a^2 - b^2}{b^2}$, b a fél kistengelyhossz) valamint elhelyezkedését úgy választják meg, hogy az ellipszoid a legjobban simuljon a geoidhoz.

Az alapfelületi koordináták (a geoidhoz, azaz a tengerszinthez simulás miatt ezeket **vízszintes** koordinátáknak is nevezzük) meghatározására szolgáló ún. vízszintes mérésekkel később foglalkozunk. A harmadik koordinátának, az ellipszoid feletti h magasságnak a meghatározása a legutóbbi időig **két különálló feladatot jelentett**, mert ez a h magasság két magasságrész összege: $h = N + H$, ahol N a geoid távolsága az ellipszoidtól (ennek meghatározása az elméleti geodézia

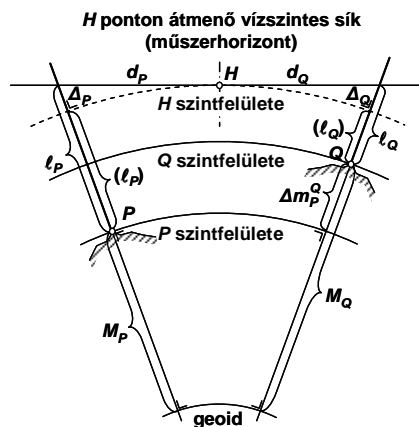
feladata), H pedig a pont geoid (tengerszint) feletti magassága. Megjegyezzük, hogy a műholdas helymeghatározás lehetővé tette az ellipszoid feletti magasság közvetlen meghatározását.

A gyakorlati geodézia a pontok tengerszint feletti magasságának meghatározásával foglalkozik. Valamely pont tengerszint feletti magasságát rendszerint úgy állítjuk elő, hogy meghatározzuk a pont és egy ismert tengerszint feletti magasságú pont magasságkülönbségét. A magasságkülönbség meghatározásának lehetőségei:

- a **szintezés** lényege, hogy a két pont közelében előállítjuk egy szintfelület elemi darabkáit (**hidrosztatikai szintezés**) vagy a szintfelület egy érintősíkját (**optikai szintezés**), majd meghatározzuk a pontok függőleges távolságát a felületelemektől vagy az érintősíktól;
- a **trigonometriai magasságmérés** alap gondolata, hogy a magasságkülönbség függőleges távolság, amely függőleges síkháromszögből kiszámítható, ha a háromszög kellő számú független adata ismert;
- a **fizikai magasságméréshez** fizikai mennyiségeket mérünk, és a magasságkülönbséget fizikai összefüggések felhasználásával számítjuk ki. A **barométeres magasságmérés** lényege, hogy a légnyomás a tengerszint feletti magasságtól (is) függ, így a két ponton megmért légnyomás különbségéből kiszámítható a pontok magasságkülönbsége.

1.1. Optikai szintezés

A magasságkülönbség meghatározásakor egy geodéziai távcsővel felszerelt ún. **szintezőműszer** irányvonalát és fekvő irányzsalát tartalmazó **horizontsík** vízszintessé tételével előállítjuk a viszonyítási síkot, majd leolvassuk a fekvő irányzsal helyzetét a meghatározandó magasságkülönbségű pontokra függőlegesen felállított egy-egy beosztott **szintezőléc** távcsőben keletkezett képén.



1-1. ábra. Az optikai szintezés alapelve

Az 1-1. ábra alapján a P és a Q pontok magasságkülönbsége

$$\Delta m_P^Q = M_Q - M_P = (l_P) - (l_Q).$$

Ha a P és Q lécpontoktól egyenlő távolságra állítjuk fel a szintezőműszert, akkor $\Delta_P = \Delta_Q$, így $(l_P) - (l_Q) = l_P - l_Q$, azaz a lécleolvasások különbsége a magasságkülönbség helyes értékét adja.

Ha a P és Q pont egymástól távolabb van, vagy magasságkülönbségük túlságosan nagy, akkor a két pont magasságkülönbségét több műszerállásban kell meghatározni a szomszédos pontok magasságkülönbségének előjeles összegzésével:

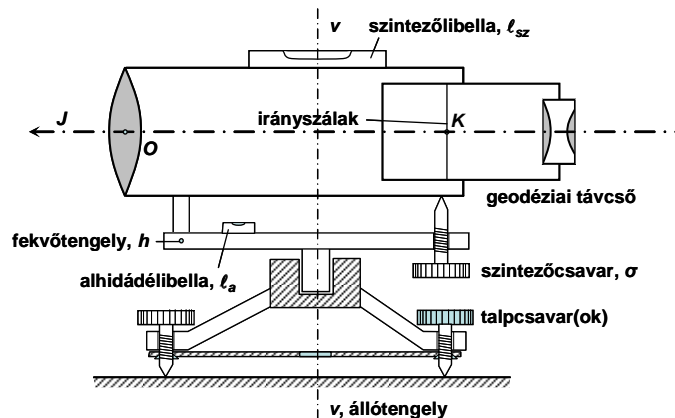
$$\Delta_P^Q = \Delta_P^{K_1} + \Delta_{K_1}^{K_2} + \dots + \Delta_{K_{n-1}}^Q$$

Minden K ún. **kötőpontra** kétszer olvasunk le, először a haladási iránnyal egyezően („előre”, ℓ_e), másodszer a haladási iránnyal ellentétesen („hátra”, ℓ_h). Az i -edik műszerállásban mért magasságkülönbség $\Delta m_i = \ell_{i,h} - \ell_{i,e}$ (a „hátra” leolvasás az $i - 1$ -edik, az „előre” leolvasás az i -edik kötőponton álló lécre vonatkozik), a végpontok magasságkülönbsége pedig $m = \sum \Delta m_i$. Ellenőrzésül kiszámítandó: $m = \sum \ell_{i,h} - \sum \ell_{i,e}$.

1.2. A libellás szintezőkészítés felépítése

A libellás szintezőkészítés horizontális síkját csöves libella és egy finom mérőcsavar, a szintezőkészítés segítségével tehetjük vízszintessé. A csöves libelláról a teodolit felépítésének ismertetésekor részletesebben lesz szó, most elegendő annyit tudnunk, hogy a libella buborékjának középpontja mindig a libellacső legmagasabb pontjában van. Ha a szintezőkészítéssel a buborékot középre állítjuk, akkor a libellatengely vízszintes lesz, és igazított készítés esetén a vele párhuzamos horizontális sík is vízszintes helyzetbe kerül.

A készítés felépítése az 1-2. ábrán látható.



1-2. ábra. A libellás szintezőkészítés felépítése

A készítéssel nem kell pont fölé állni, ezért a készítésállvány egyszerűbb kivitelű. A **szintezőléc** fából, újabban műanyagból vagy alumíniumból készül, félbehajtható, beosztása centiméterenként váltakozó fekete-fehér sávokból áll.

A nagyobb pontosságot biztosító **szabatos** szintezőkészítések jellemzői: érzékenyebb szintezőlibella; erősebb nagyítású távcső; a fekvő irányszál az egyik oldalon ékszerűen szétnyílik a látómező szélé felé; a lécek nem hajthatók össze; a centiméteres vagy fél centiméteres beosztás vonásokból áll, a vonásokat beállítható nagyságú erővel feszített invárszalag hordozza; a lécleolvasás pontossága a távcső elé helyezett ún. optikai mikrométer használatával fokozható; a készítésállvány lábai nem tolhatók össze.

A kötőpontokon a léceket rendszerint **szintezősarura** helyezik, amely csökkenti a lécsüllyedést, és biztosítja, hogy a lécecsatlakozás magassági helyzete a „hátra” és az „előre” irányítás között változatlan maradjon.

A szintezés meggyorsítására olyan műszereket készítettek, amelyekben a szintezőlibellát helyettesítő ún. **kompenzátor** a nehézségi erő hatására elmozdulva az irányvonalat vízszintessé teszi. A kompenzátor automatikusan működik, ha az állótengelyt közelítőleg (néhány szögperces pontossággal, ehhez egy másik ún. szelencés libellát használunk) függőlegessé tettük. Működési elvének megfelelően a **kompenzátoros szintezőkészletnek** nincs szintezőlibellája, sem fekvőtengelye, sem szintezőcsavarja. A kompenzátoros műszerrel a mérés gyorsabb, de a gépek, járművek okozta talajrezgés vagy a szél hatására a kompenzátor rezgése megnehezíti (esetleg lehetlenné teszi) a léceleolvasást. Ezek a szintezőkészletek is készülhetnek egyszerű és szabatos kivitelben.

1.3. A libellás szintezőkészlet vizsgálata

1. Az alhidádélibella legyen igazított az állótengelyhez $\ell_a \perp v$

Ha teljesül, akkor a szelencés alhidádélibella buborékjának középre állítása után a szintezőlibella buborékja az alhidádé (a távcső) bármely helyzetében középre állítható a szintezőcsavarral.

A vizsgálathoz az állótengelyt a szintezőlibella használatával kell függőlegessé tenni. Minthogy a szintezőlibella csövén nincs beosztás, a szintezőcsavarral középre állítjuk a szintezőlibella buborékját, majd leolvassuk (vagy megjelöljük) a szintezőcsavar állását (σ_1). A műveletet megismételjük, miután a szintezőlibellát és a távcsövet (az alhidádéval együtt) 180°-kal átforgattuk az állótengely körül (σ_2). Ezután a szintezőcsavart a $\sigma_n = \frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$ középhelyzetbe állítjuk, majd két egymásra merőleges irányban a talpcsavarral középre állítjuk a szintezőlibella buborékját. Ekkor az állótengely függőleges, tehát az igazításhoz a szelencés libella buborékját szükség esetén középre állítjuk a libella igazítócsavarjaival.

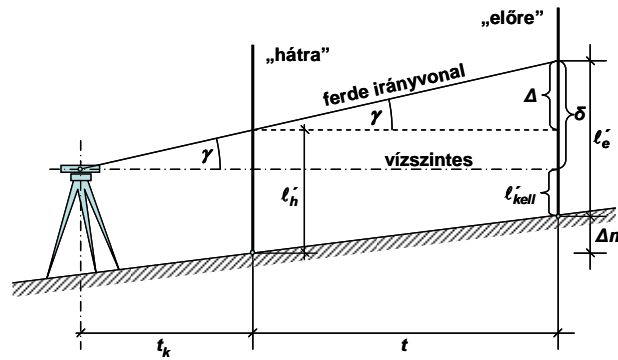
2. A fekvő irányszám legyen merőleges az állótengelyre $sz_h \perp v$

Ha zavaró a szálferdesség, a szátkereszt forgató igazításával szüntethető meg.

3. A szintezőlibella legyen igazított a távcső irányvonalához $\ell_{sz} \parallel J$

Ha a feltétel nem teljesül, **irányvonal-ferdeségről** beszélünk, mert a szintezőlibella középre állításakor csak a szintezőlibella tengelye lesz vízszintes, az irányvonal (és ebből adódóan a horizontsík) nem. A vizsgálat lépései:

- ♦ meghatározzuk két, egymástól 30-50 m távolságban lévő pont Δm magasságkülönbségét többszöri méréssel és a lécektől egyenlő távolságban felállított műszerrel; az egyenlő léctávolságok miatt Δm mentes az irányvonal-ferdeség hatásától;
- ♦ a szintezőkészletet a két pont szakaszán kívülre, a 2-1. ábrán látható módon elhelyezve többszöri méréssel újra meghatározzuk a magasságkülönbséget; $\Delta m'$ tartalmazza az irányvonal-ferdeség hatását.



2-1. ábra. Az irányvonal-ferdeség meghatározása

Az ábra alapján: $\Delta = l'_e + \Delta m - l'_h = \Delta m - (l'_h - l'_e) = \Delta m - \Delta m'$ és $\tan \gamma = \frac{\Delta}{t} = \frac{\Delta m - \Delta m'}{t}$, ahonnan a γ irányvonal-ferdeség kiszámítható.

Ha igazítással meg akarjuk szüntetni az irányvonal-ferdeséget, akkor kiszámítjuk a vízszintes irányvonalhoz tartozó $l'_{kell} = l'_e - \delta$ lécleolvasást, ahol $\delta = (t_k + t) \tan \gamma$, a fekvő irányszálat a szintezőcsavarral erre a leolvasásra állítjuk, majd a szintezőlibella buborékját a függőleges igazítócsavarokkal középre állítjuk.

Kompenzátoros szintezőkészítések vizsgálatakor az eltérések a következők:

- az 1. pontban leírt vizsgálat végrehajtásakor az állótengelyt szintezőlibella hiányában a távcsövön ideiglenesen rögzített csöves libella használatával tesszük függőlegessé;
- a 3. pontban leírt vizsgálatot is az említett „vendéglibellával” gondosan függőlegessé tett állótengely mellett végezzük; az l'_{kell} lécleolvasást a kompenzátor igazítócsavarjával állítjuk be;
- ellenőrizni kell, hogy nincs-e a műszernek **horizontferdesége**. A horizontferdeség a kompenzátor hibás működéséből adódó és a távcsőhajlással arányos hiba, amely akkor lép fel, ha az állótengely nem függőleges (tehát van távcsőhajlás). A horizontferdeség vizsgálatakor ismert nagyságú távcsőhajlások sorozatából állapítjuk meg a kompenzátor hibáját, majd a kompenzátor megfelelő igazítócsavarját használva próbálgatással kísérjük meg ezt a hibát elfogadható mértékűre csökkenteni.

1.4. A szabályos mérési hibákról

A szabályos mérési hibákra jellemző, hogy meghatározott körülmények között meghatározott módon és mértékben lépnek fel. A szabályos hibák hatása meghamisítja a mérési eredményeket, ezért a mérésekből ezeket a hatásokat lehetőség szerint ki kell küszöbölni. A kiküszöbölés lehetőségei:

1. A hibát kiváltó ok megszüntetése (pl. a mérőkészítés igazításával) vagy elkerülése (mérési utasítások betartásával). Hátránya, hogy a hibahatásokat nem küszöböli ki teljesen.
2. Olyan mérési módszer alkalmazása, amelynek során a megismételt mérés eredményében a szabályos hiba hatása az eredeti mérés szabályos hibahatásával azonos nagyságú, de ellentétes előjelű, így a két mérési eredmény számtani középértéke mentes a szabályos hiba

hatásától. Elterjedten alkalmazzák hagyományos mérőműszerekkel végzett mérések során. Hátránya, hogy kétszeresére növeli a mérésidőt.

3. A hibahatás kiszámítása és a mérési eredmény javítása. Elterjedten alkalmazzák automatizált mérőműszerekben, ahol a számítóeszköz is rendelkezésre áll.

1.5. A szintezés szabályos hibaforrásai és szabályai

Az ℓ léceleolvasás $\delta\ell$ szabályos hibájából levezethető az egyetlen $\Delta m = \ell_h - \ell_e$ magasságkülönbség $\delta\Delta m = \delta\ell_h - \delta\ell_e$ szabályos hibája és a végpontok $m = \sum \Delta m$ magasságkülönbségének $\delta m = \sum \delta\Delta m$ szabályos hibája. A lényeges kérdések:

1. A magasságkülönbségek összegzésekor milyen körülmények között halmozódik veszélyesen az egyes szabályos hibák hatása?
2. Az egyes szabályos hibahatások hogyan csökkenthetők a legeredményesebben?
3. Milyen szabályokat kell betartanunk ahhoz, hogy a szabályos hibahatások a lehető legkevésbé érvényesüljenek a végeredményben?

Feltételezzük, hogy a szabályos hibák egymástól függetlenek, tehát szétválaszthatók, és hogy az eredményt csak az éppen vizsgált hibahatás terheli.

A szintfelület görbültségének hatása akkor lép fel, ha egy-egy műszerállásban a műszer nem egyenlő távolságban áll a lécpontoktól. Ha legalább lépéssel kijelöljük az egyenlő műszer-léc távolságokat, akkor a hiba nem halmozódik veszélyesen.

A **műszerhibák** közül az **irányvonal-ferdeség** oka lehet

- ♦ igazítatlanság; ennek hatása egyenlő műszer-léc távolságok esetén kiesik, és egyébként sem halmozódik veszélyesen;
- ♦ a szintezőlibella buborékjának pontatlan középre állítása; a hatás nem halmozódik veszélyesen;
- ♦ egyoldalú hőhatás; veszélyesen halmozódhat, ezért a műszert ernyővel kell védeni a hőhatástól.

A **horizontferdeség** a kompenzátoros szintezők veszélyesen halmozódó hatású szabályos hibája. Már említettük, hogy a hiba oka a kompenzátor hibás működése, de a hibahatás csak akkor lép fel, ha az állótengely nem függőleges. Ez utóbbi a szelencés alhidádélibella igazítatlanságának a következménye. A hiba hatása kiesik, ha minden magasságkülönbséget kétszer mérünk meg, és az eredmények számtani középértékét képezzük. Az első mérés előtt „objektív hátra”, a második mérés előtt „okulár hátra” távcsőhelyzetben hozzuk középre a talpcsavarokkal a szelencés libella buborékját. Belátható, hogy ha a szintezést ellentétes irányban megismételjük (ún. oda-vissza szintezést végzünk), akkor elegendő műszerállásonként egyetlen („objektív hátra”) mérést végezni, mert így is elvégezzük az előírt két mérést valamennyi műszerállásban.

A **fekvőtengely külpontossága** veszélyesen halmozódó hatású hibát okoz, ha a hibahatást kiváltó állótengely-ferdeség oka a szelencés libella igazítatlansága, a hatás tehát az állótengely gondos függőlegessé tételével csökkenthető.

A **léchibák** közül a **talpponthiba** azt jelenti, hogy a lécebeosztás kezdővonása nem esik a léctalp síkjába. Egyetlen lécet használva a hiba hatása mindig kiesik, két lécet használva pedig akkor, ha a műszerállások száma páros.

A **lécbeosztás hibáinak** hatása veszélyesen halmozódik, ha a végpontok között nagy a magasságkülönbség. A hibahatás mérési módszerrel nem küszöbölhető ki, a beosztást időről időre ellenőrizni (komparálni) kell. Komparáláskor (a szó jelentése: összehasonlítás) a szintezőléc beosztását egy hiteles beosztással hasonlítjuk össze.

A **lécferdeség** hatása is veszélyesen halmozódik, ha a végpontok között nagy a magasságkülönbség, és ha a ferdeséget a léccel felállításához használt szelencés libella igazíthatatlansága okozza. A hatás a libella igazításával csökkenthető.

A **külső körülmények okozta hibák** közül a **műszersüllyedés** hatása veszélyesen halmozódik. A hibahatás ún. szimmetrikus észlelési programmal (a leolvasások sorrendje: hátra – előre – előre – hátra) vagy oda-vissza szintezéssel csökkenthető.

A **lécsüllyedés** hatása is veszélyesen halmozódik. A hatás megfelelő kötőpontok kiválasztásával vagy oda-vissza szintezéssel csökkenthető.

A **szintezési refrakció** szabálytalan összetevője, a **légrezgés** bizonytalanná teszi a léccleolvasást, szabályos összetevője, a **talajközeli refrakció** veszélyesen halmozódó hatású hibát okoz, ha a végpontok között nagy a magasságkülönbség. A hibahatás ellen mérési utasítások betartásával védekezhetünk. Ennek megfelelően szintezni csak légrezgésektől mentes időben szabad. A szintezésre minden körülmények között alkalmas időszakok: a napkelte után félórával kezdődő kétórás időszak és a napnyugta előtt félórával befejeződő kétórás időszak. A talajközeli refrakció hatásának csökkentésére előírások korlátozzák a megengedett legkisebb léccleolvasást (30-50 cm) és a megengedett legnagyobb léctávolságot (70-40 m) a szintezéstől elvárt pontosságtól függően.

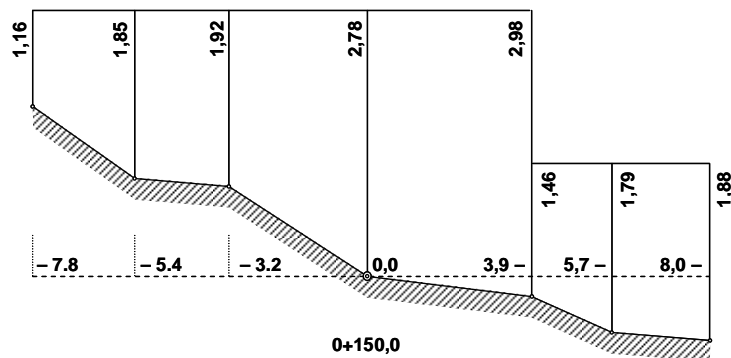
A leírtak alapján a szintezés legfontosabb szabályai:

1. A szintezőműszert a lécpontoktól egyenlő távolságra állítsuk fel.
2. A műszert védjük a hőhatástól.
3. A szintezőlibella buborékját a léccleolvasás előtt gondosan állítsuk középre, és leolvasás után ellenőrizzük a buborék helyzetét.
4. A léccel mozdulatlanul tartjuk függőleges helyzetben.
5. A szintezőléc beosztását időnként komparálással ellenőrizzük.
6. Mindig oda-vissza szintezzünk, lehetőleg páros számú műszerállással.
7. Csak mérésre alkalmas időben szintezzünk.

1.6. Vonalszintezés, hossz- és keresztaszvénny-szintezés

Negyedrendű vonalszintezéssel a felsőrendű magassági alappontok (lásd később) között olyan pontok magasságát határozzuk meg, amelyeket a felmérés vagy a kitűzés során közvetlenül felhasználunk. A vonal kezdő- és végpontjának ismert magasságát a szomszédos alappontokkal összeszintezve ellenőrizzük. A szintezéshez egyszerű szintezőműszer és sávos osztású szintezőléc elegendő, de a léceken mindhárom fekvőszáznál le kell olvasni milliméter élességgel, és valamennyi leolvasást fel kell használni a magasságkülönbség kiszámításához. Kötőpontként szintezősaru használható, a lépéssel megállapított műszer-léc távolság a 75 m-t is elérheti. A szintezést elegendő egy irányban végezni. A záróhibát a műszerállások száma szerint egyenletesen kell elosztani. Negyedrendű szintezési alappontként más célt szolgáló kövek (pl. birtokhatárkövek) legmagasabb pontjának magasságát határozzuk meg.

Hossz-szelvény szintezésekor a tengelyvonal szomszédos magassági töréspontjainak vízszintes távolságát a ferde távolság megméréseivel a szintezésből nyert magasságkülönbségek felhasználásával határozzuk meg. A magassági töréspontok mellett a hossz-szelvény ún. szelvénypontjainak a magasságát is meghatározzuk. (A szomszédos szelvénypontok azonos és kerek – pl. 100 m-es – távolságban vannak egymástól.) Szintezéskor a kötőpontokon milliméter, a részletpontokon (a magassági töréspontokon és a szelvénypontokon) centiméter élességgel olvasunk le. A jegyzőkönyvben a hagyományos „hátra” és „előre” rovatok (oszlopok) között egy „részlet” oszlop is található, ide kerülnek a részletpontokon álló szintezőléceken tett leolvasások. A vonalat ismert magasságú pontok között kell vezetni, a záróhibát a műszerállások száma szerint egyenlően kell elosztani. A részletpontok tengerszint feletti magasságát úgy kapjuk, hogy a kötőpontok magasságának ismeretében kiszámítjuk a műszerhorizont magasságát, majd abból rendre levonjuk a részletpontokra vonatkozó lécleolvasásokat.



2-2. ábra. Mérési vázlat kereszt-szelvény-szintezéshez

A **kereszt-szelvény-szintezés** kiindulópontja a tengelypont, a kereszt-szelvény és a hossz-szelvény metszéspontja. Jegyzőkönyv helyett a 2-2. ábra szerint vázlatot készítünk a kereszt-szelvényről, feltüntetve a magassági töréspontok vízszintes távolságát a tengelyponttól és a lécleolvasást a töréspontokra állított szintezőléceken. A tengelypont magasságát a hossz-szelvény szintezéséből ismerjük, ahhoz hozzáadva a tengelypontra vonatkozó lécleolvasást megkapjuk a horizontális magasságát. A részletpontok magasságát a már megismert módon számítjuk ki.

Az előadás anyaga az ajánlott irodalomban:

Krauter: Geodézia; 2.1, 2.2; 2.5 és 2.8 alfejezetek 6.1.1 fejezetrész; 9.2.1 és 10.2.1 fejezetrész

2. előadás: Vízszintes mérések. A szögmérés műszere, a teodolit

2.1. A vízszintes helymeghatározásról

Célja: a pontok alapfelületi megfelelői helyzetének meghatározása. A meghatározáshoz az alapfelületként megismert forgási ellipszoid kisebb területen egyszerűbb felületekkel helyettesíthető:

- ♦ gömbbel, ha a munkaterület egy 13 km sugarú körbe foglalható;
- ♦ síkkal, ha a munkaterület egy 4 km sugarú körbe foglalható.

A vízszintes helymeghatározás szempontjából

- ♦ azonos fogalmak a pont és a rajta átmenő függőleges egyenes; az egyenes és a rá illeszkedő függőleges sík; a vízszintes szög és a szögszárra illeszkedő két függőleges sík lapszöge;
- ♦ két pont távolságán a két pont alapfelületi megfelelője közötti legrövidebb felületi vonal (legnagyobb gömbi kör, síkbeli egyenes) hosszát értjük.

A vízszintes helymeghatározáshoz az alapfelületen értelmezett (vízszintes) szögek és távolságok meghatározása szükséges.

2.2. A szögmérés műszere, a teodolit

A vízszintes szög a csúcának függőlegesén bárhol megmérhető, tehát a terepen megmért szög alapfelületi szögnek is tekinthető. A vízszintes irányok egymáshoz viszonyított helyzetét **irányszöggel** rögzíthetjük. Valamely i irány δ_i irányszöge az a szög, amelyet egy kiválasztott kezdőirány sűrol, miközben azt az óramutató járásával egyezően az adott irányba forgatjuk. Két irány által bezárt szög úgy számítható ki, hogy a szög tere felé nézve jobb oldali szög szár irányszögéből levonjuk a bal oldali szög szár irányszögét.

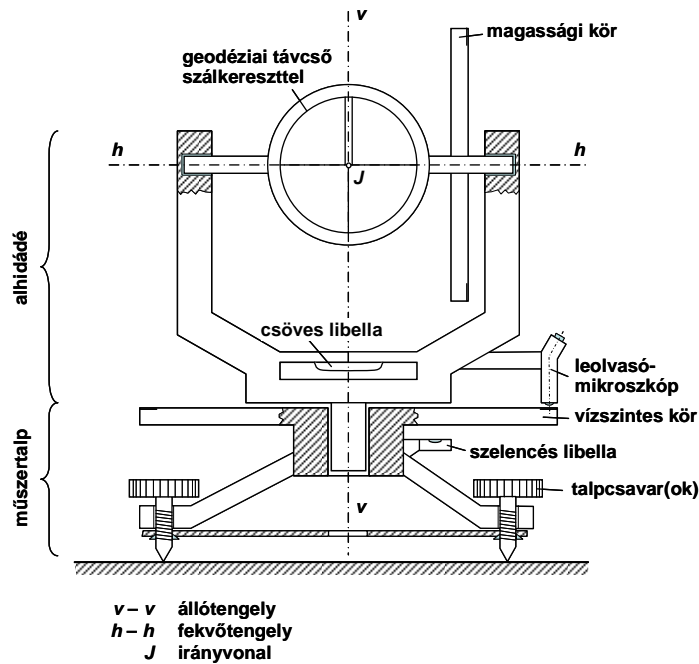
2.3. A teodolit felépítése

A fontosabb részek a 3-1. ábrán láthatók.

A szögmérés feltételei:

1. Ha az álló irányszám és az irányvonal (első közelítésben az objektív optikai középpontja és a szátkereszt metszéspontja által meghatározott egyenes tárgyterbe, tehát az objektív elé eső része) alkotta álló irány sík merőleges a $h-h$ fekvőtengelyre, amely viszont merőleges a $v-v$ állótengelyre, és ha az irányvonal és az állótengely metsző egyenesek, akkor az alhidádé (lásd az ábrán) forgatásakor az álló irány sík az állótengely körül fordul el.
2. Ha a beosztott vízszintes kör síkja merőleges az állótengelyre, középpontja pedig arra illeszkedik, akkor az alhidádé elfordulásának mértéke a beosztott körön megmérhető.
3. Ha az állótengelyt úgy tesszük függőlegessé, hogy meghosszabbítása menjen át a mérendő szög csúcspontján, akkor az álló irány síkot a szög szárra irányába forgatva a jobb ol-

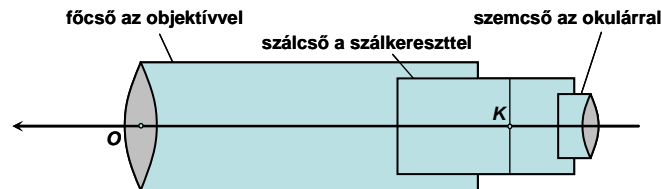
dali és a bal oldali szögşár leolvasott irányşzögének különbsége éppen a mérendő vízszintes şög lesz.



3-1. ábra. A teodolit felépítése

2.4. A távcső

Az egyszerű geodéziai távcső (3-2. ábra) három csőből áll: az objektívet a főcső, a szálkeresztet a szálcső, az okulárt a szemcső tartalmazza.

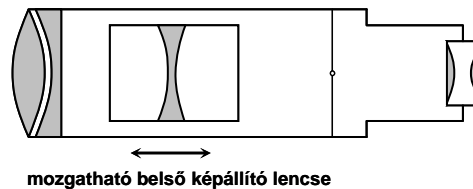


3-2. ábra. Egyszerű geodéziai távcső

Az okulár hosszirányú mozgatásával (menetes foglalatának forgatásával) a szálkereszt képe a kényelmes látás távolságába állítható. A szálcső mozgatásával pedig a különböző tárgytávolságban lévő tárgyak (a szögşárakat definiáló ún. pontjelek) képe állítható a szálkereszt síkjába. A pontjelet akkor mondjuk vízszintes értelemben beirányzottnak (megirányzottnak), ha képe szimmetrikus az álló irányşzálhoz képest.

A távcső şögnagyítása az objektív és az okulár gyűjtőtávolságának hányadosa, jó közelítéssel az objektívátmérő és az okulár ún. pupillanyílása átmérőjének viszonya. A geodéziai műszerek távcsövének şögnagyítása 25-40-szeres. Egyszerű geodéziai távcsővel a megfelelő şögnagyítás csak nagy távcsőhosszal biztosítható. A **belső képállítású távcsővel** (3-3. ábra) viszont rövid távcsővel is nagy şögnagyítás érthető el, emellett a szálkereszt is védettebb.

A belső képállítás hátránya, hogy az ún. színeltérés miatt a kép szélei elmosódottak, emiatt az irányşás nehezebb.



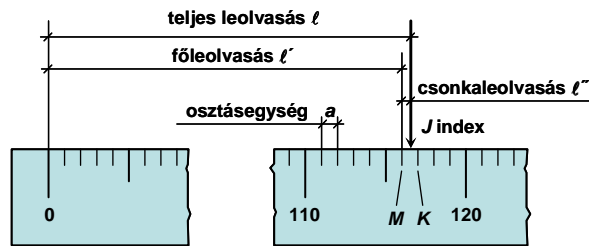
3-3. ábra. Belső képállítású távcső

2.5. A vízszintes kör

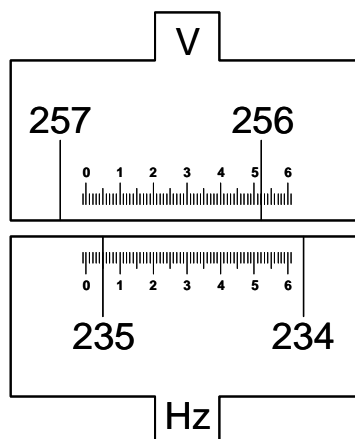
A vízszintes kör beosztása régebben ezüstszalagra készült karcolással, az újabb műszereken a beosztás üvegtárcsán fotográfiai eljárással, maratással készül. A 60-as fokrendszerű beosztás legkisebb egysége a műszer pontosságától függően 1° és $10'$ közötti érték.

2.6. Leolvasóberendezések

A leolvasóberendezések a szöghelyzet meghatározására szolgálnak. A leolvasás valamely beosztás kezdővonalára és a beosztáshoz használt indexvonal közötti távolságnak vagy ívhossznak meghatározása a beosztás mértékegységében. Részei közül a főleolvasás a kezdővonal és az indexvonal közötti távolság, a csonkaleolvasás az indexvonal és az indexvonal közötti távolság vagy ívhossz, a csonkaleolvasás az indexet megelőző beosztásvonal és az indexvonal közötti távolság vagy ívhossz (3-4. ábra).



3-4. ábra. A leolvasás és részei

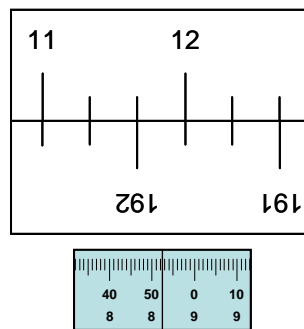


3-5. ábra. Beosztásos mikroszkóp látómezeje;

$$Hz = 235^\circ 05,0' = 235^\circ 05' 00'', \quad V = 256^\circ 52,1' = 256^\circ 52' 06''.$$

A geodéziai műszerekben használatos leolvasóberendezések közül a **beosztásos mikroszkóp** jellemző típusának látómezejében (3-5. ábra) Hz a vízszintes, V a magassági körleolvasást jelenti. A főbeosztás egysége 1° , a mikrométer-beosztás 60 osztásközből áll. A két beosztás számozása ellentétes irányú. A főleolvasást a mikrométer-beosztásban található főbeosztásvonás értéke adja, és ugyanez a főbeosztásvonás szolgál indexül a csonkaleolvasáshoz. A csonkaleolvasás tizedbecslése is lehetséges, így a teljes leolvasás tizedperc élességű.

Az **optikai mikrométeres** mikroszkóp működésének alapja a síkpárhuzamos üveglemez sugáreltérítő hatása. A leolvasásokat egyesítő berendezésnek egy átmérő mentén két indexe van, a két index a beosztott kör megfelelő diametrális részletével együtt egyazon mikroszkóp látómezejében van vetítve. Az optikai mikrométer segítségével a diametrális beosztásrészletek osztásvonásai egy egyenesbe (koincidenciába) állíthatók; ekkor a mikrométer beosztásán éppen a csonkaleolvasás látható (3-6. ábra).



3-6. ábra. A coincenciás leolvasómikroszkóp látómezeje

A főleolvasás előállításához a látómező bal oldali szélén található és egyenes állású számmal (az ábrán 11) jelölt osztásvonástól megszámláljuk az osztásközöket a 180° -kal eltérő és fordított állású számmal (az ábrán 191) jelölt osztásvonásig. Az index – ha lenne – felezné a két beosztásvonás távolságát. Ezt a fél távolságot úgy is megkaphatjuk, ha az osztásközök számát (az ábrán öt) a $20'$ -es beosztásköz fél értékével, $10'$ -cel szorozzuk. Az ábrán tehát a főleolvasás $11^\circ 50'$, a csonkaleolvasás tizedbecsléssel $8'52,5''$, a teljes leolvasás tehát $11^\circ 58'52,5''$.

2.7. A körleolvasás automatizálása

A napjainkban egyre elterjedtebb **elektronikus teodolitok** a körleolvasást automatikusan állítják elő. A leolvasás kettes számrendszerben számítógépi feldolgozásra alkalmas módon rögzíthető, de hagyományos jegyzőkönyv céljából tízes számrendszerbeli alakban is megjelenik a kijelzőn. (A napjainkban gyártott elektronikus körleolvasású műszerek a távolság „automatikus” megméréseire is alkalmasak, ezeket a műszereket **mérőállomásoknak** nevezzük.)

A **főleolvasás** automatizálására szinte kizárólag a **számlálás** módszere használatos. A módszer lényege, hogy a műszer megfelelő szerkezeti elemének (vízszintes körleolvasás esetén az alhidádénak, magassági körleolvasás esetén a távcsőnek) forgatása közben a leolvasóberendezés folyamatosan számolja az index előtt elhaladó osztásközöket, és a számlálás eredményét folyamatosan hozzáadja a számológép korábbi tartalmához. Az eredmény csak akkor helyes, ha a leolvasóberendezés a forgásirányt is érzékeli: az óramutató járásával megegyező forgásirányban a számlálás eredménye hozzáadódik a számológép tartalmához, ellentétes irányban pedig abból levonódik. Ha a forgás akár rövid időre is leáll, a vezérlő egység az irányzást befejezettnek tekintti, és megjeleníti a kijelzőn a számológép tartalmát. A leolvasóberendezés (a műszer) bekapcsolásakor a vízszintes körleolvasás számológépének első tartalma (a kijelzett érték) közömbös, a magassági körleolvasás azonban a vízszintes vagy a függőleges távcsőhelyezethez viszonyított,

ezért bekapcsolás után a távcsövet lassan körbe kell forgatni a fekvőtengely körül. A számológéppel tartalma akkor válik zérussá, amikor a távcső irányvonala áthalad a kijelölt vízszintes vagy függőleges helyzeten: ez a művelet a magassági kör inicializálása.

A **csonkaleolvasás** a számlálás (az irányzás) befejezte után állítható elő, amikor az index és a beosztott kör egymáshoz képest már mozdulatlan. Előállításának számos módszere ismert, ezek közös lényege az index helyzetének interpolációja a beosztás egységében. A berendezés két mennyiséget mér: az egyik az index és az azt megelőző beosztásvonás távolságával, a másik az indexet közvetlenül közrefogó két beosztásvonás távolságával, tehát a beosztásköz nagyságával arányos. A két mennyiség hányadosa adja a csonkaleolvasást a beosztásköz mértékegységében.

2.8. Libellák

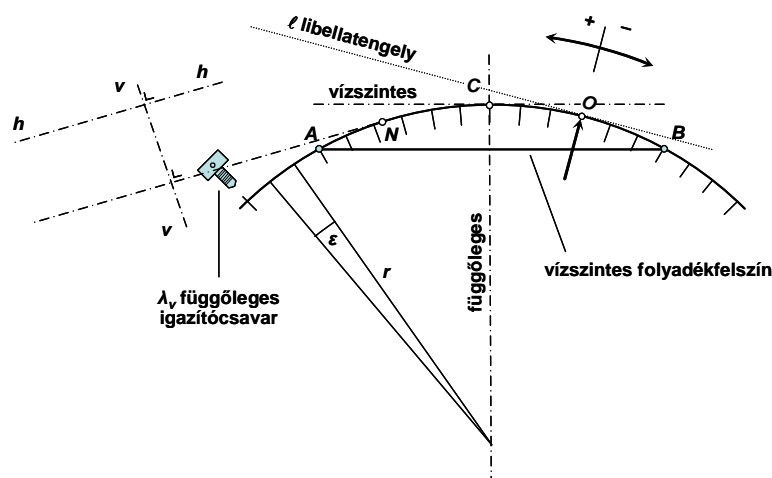
A libellák segítségével egyenesek (tengelyek) függőlegessé vagy vízszintessé tehetők, továbbá közel vízszintes vagy közel függőleges egyenesek (tengelyek) dőlésszöge vagy hajlásszöge meghatározható. A **szelencés libella** hengeres üvegedényének felső zárólappja belül gömbsüveg alakú. A kitöltő folyadék gőze néhány milliméter átmérőjű buborékot alkot, amely a csiszolt felület legmagasabb helyét foglalja el, a buborék középpontjában tehát a felület érintősíkjára vízszintes. A libellával használt eszköz hajlása vagy dőlése a felület tetőpontja körül maradt kör és a buborék relatív helyzetéből állapítható meg.

A **csöves libella** csiszolt felületének tengelyirányú függőleges metszete kör. A libellacső beosztása a középső beosztásvonástól kezdődően növekvő számozású, a jól látható függőleges igazítócsavar(ok) felé eső beosztásrész pozitív. Két szomszédos beosztásvonás távolsága 2 mm, a beosztássegységhez tartozó középponti szög a libella állandója

$$\varepsilon'' = \frac{2}{r[\text{mm}]} \rho'',$$

ahol r a libellakörív sugara, ρ'' a radián szögmásodpercekben kifejezett értéke: $206\,264,8'' \approx 2 \cdot 10^5''$. A libellaállandó jellemző értékei $5''$ és $20''$ közöttiek.

A csöves libella fontos pontjai a 3-7. ábrán láthatók.



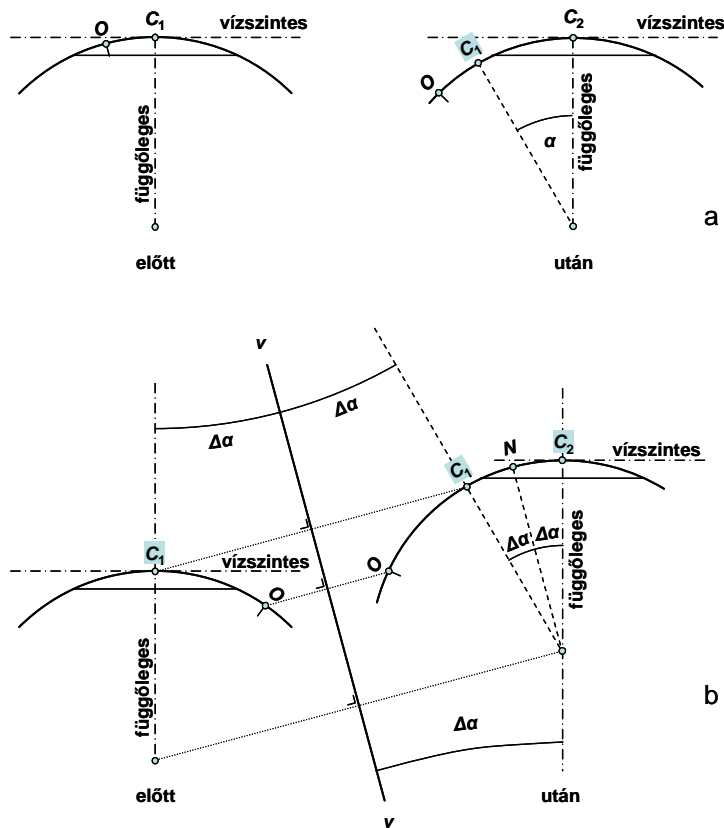
3-7. ábra. A csöves libella fontos pontjai

Az ábrán a libellakörív N normálpontjában a libellakörív érintője a libellával együtt használt $v-v$ állótengelyre merőleges vagy a $h-h$ fekvőtengellyel párhuzamos.

Belátható, hogy ha N és C egybeesnek, akkor az állótengely (megfelelő vetülete) függőleges vagy a fekvőtengely vízszintes; ha N és O esnek egybe, akkor a libellát a tengelyhez igazítottak mondjuk. Ha ekkor a buborékot középre állítjuk, azaz C is egybeesik O -val, akkor a megfelelő tengely függőleges/vízszintes lesz.

A libella **elforgatásával** (3-8. ábra) megmérhetjük a függőleges hosszszelvényre merőleges tengely körüli elfordulás α szögét. Ha a buborék középpontja az elforgatással C_1 -ből C_2 -be kerül, akkor $\alpha = (c_2 - c_1)\epsilon$, ahol c_2 és c_1 a buborékközéppontokhoz tartozó leolvasás, amelyet az a pozitív (a függőleges igazítócsavarok felé eső) és a b negatív buborékvégekhez tartozó leolvasásokból számítunk: $c = \frac{a+b}{2}$.

A libella állandóját ismert mértékű elforgatásból számíthatjuk ki.



3-8. ábra. Műveletek a csöves libellával: a – elforgatás; b – átforgatás

A libella **átforgatása** (3-8. ábra) közel függőleges állótengely körüli 180°-os forgatást jelent. Az ábra alapján a buborékmozdulás és a tengely ferdeségi szöge között az összefüggés:

$$2\Delta\alpha = (c_2 - c_1)\epsilon, \text{ tehát } \Delta\alpha = \frac{1}{2}(c_2 - c_1)\epsilon.$$

Ha a ferde állótengely nincs a libella függőleges hosszszelvényének síkjában, akkor a teljes ferdeségi szög az egymásra merőleges $\Delta\alpha_x$ és $\Delta\alpha_y$ vetületekből számítható ki: $\Delta\alpha \approx \sqrt{\Delta\alpha_x^2 + \Delta\alpha_y^2}$.

Az ábrából látható, hogy a C_1C_2 körív felezőpontja az N normálpont, tehát az állótengely függőlegessé tételekor a buborék középpontját a $c_N = \frac{c_1 + c_2}{2}$ leolvasásra kellene állítani; helyette a pozitív buborékvéget állítjuk az $a_N = \frac{a_1 + a_2}{2}$ helyzetbe.

Állótengely függőlegessé tételekor a közelítő függőlegessé tétel után meghatározzuk a pozitív buborékvég normálpontnak megfelelő a_N helyzetét, majd a szögmérő műszer talpcsavarjai által kijelölt két egymásra merőleges ún. főirányban a pozitív buborékvéget a megfelelő talpcsavarokkal a kiszámított leolvasásra állítjuk.

2.9. Magassági kör

A teodolitot magasságkülönbségek meghatározására is használjuk, ilyenkor az álláspont és az irányzott pont függőleges síkjában lévő szöget mérjük meg. A szög egyik szárát beirányzás után a műszer irányvonala jelöli ki, a másik szár vízszintesen előre (magassági szög) vagy függőlegesen felfelé (zenitszög) mutat.

Magassági szögméréskor az irányzás helyét (a fekvő irányszálnak a pontjel képéhez viszonyított helyzetét) a mérési jegyzőkönyvben fel kell tüntetni.

A beosztott magassági kör a távcsővel együtt forog, a diametrál helyzetű indexeket összekötő egyenesnek vízszintesnek/függőlegesnek kell lennie, és át kell mennie a kör középpontján. A vízszintes helyzetet az észlelő állítja be indexlibella segítségével, más műszerekben a függőleges helyzetet a nehézségi erő hatására indexkompenzátor hozza létre automatikusan. A kör számozása leggyakrabban folytatólagos (0° – 360°), a kör felerősítése zenitszög szerinti: ilyenkor közel vízszintes irányvonal mellett a leolvasás közel 90° , illetve a távcső áthajtása után közel 270° , a zenitszög értéke pedig

$$z = \frac{z^I + 360^\circ - z^{II}}{2},$$

ahol z^I és z^{II} a szabályos hibahatások kiküszöbölése érdekében ún. két távcsőállásban végzett mérés során kapott körleolvasások. Első távcsőállásban a magassági kör az okulár felől nézve bal kéz felé esik. Az első távcsőállásból a távcső szükséges mértékű áthajtásával és az alhidádé 180° -os átforgatásával hozhatjuk a műszert a második távcsőállásba.

Az előadás anyaga az ajánlott irodalomban:

Krauter: Geodézia; 5.1 alfejezet, 5.2.1 fejezetrés

3. előadás: A szögmérés szabályos hibaforrásai. A teodolit vizsgálata. Irányérték, iránymérés

3.1. A szögmérés szabályos hibaforrásai

A szabályos hibák hatásának kiküszöbölésére (csökkentésére) már megismert módszerek közül

- az igazítás csak csökkenti a hibahatásokat, és csak szakműhelyben hajtható végre;
- a módszerként használt két távcsőállásban végzett mérés általánosan elterjedt;
- a hibahatás kiszámítása és az eredmény javítása az elektronikus teodolitokban (mérőállomásokban) használatos.

Feltételezzük, hogy a hibahatások függetlenek, tehát szétválaszthatók, és egy-egy hibahatás vizsgálatánál csak a vizsgált hiba lép fel. A hibákat δ -val, hatásukat (δ) -val jelöljük.

3.2. Műszerhibák

A műszerhibák közül csak azokkal a **mértékadó** szabályos hibákkal foglalkozunk, amelyek hatása a leolvasóképességet lényegesen meghaladhatja.

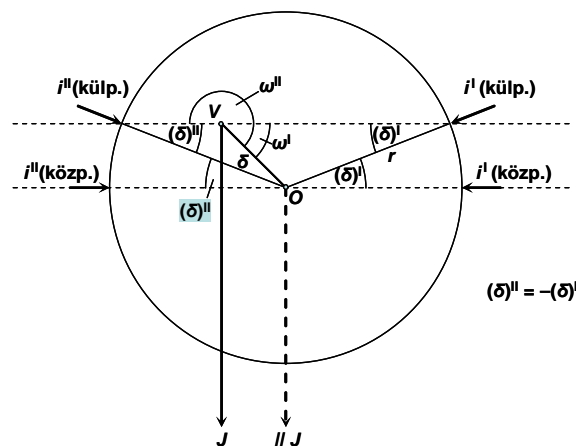
A **kollimációhiba** abból adódik, hogy az irányvonal nem merőleges a fekvőtengelyre. Hatása

$$(\delta) = \frac{\delta}{\sin z},$$

ahol z a zenitszög. A hatás két távcsőállásban végzett méréssel kiküszöbölhető.

A **fekvőtengely merőlegességi hibája** azt jelenti, hogy a fekvőtengely nem merőleges az állótengelyre. Hatása $(\delta) = \delta \cot z$, és két távcsőállásban végzett méréssel kiküszöbölhető. A **horizontális távcsőkülpontosság** azt jelenti, hogy az irányvonal és az állótengely kitérő egyenesek.

Hatása $(\delta) = \arcsin \frac{\delta}{d}$, ahol δ a kitérő egyenesek távolsága, d az irányzott pont vízszintes távolsága a műszer állótengelyétől. A hatás két távcsőállásban végzett méréssel kiküszöbölhető.



4-1. ábra. A beosztott kör külpontossága

A **beosztott kör külpontossága** azt jelenti, hogy a kör középpontja nincs az állótengelyen. Igen veszélyes hibaforrás: egyetlen mikronnyi külpontosság is több szögmásodpercnyi hibát okozhat.

Hatása a 4-1. ábra szerint $(\delta) = \arcsin\left(\frac{\delta}{r} \sin \omega\right)$, ahol δ a külpontosság nagysága, ω a külpontosság iránya (az indexhez viszonyított szöghelyzete), r a beosztott kör sugara.

Az ábrából látható, hogy egyetlen leolvasóindexet használva a hiba hatása két távcsőállásban végzett méréssel kiküszöbölhető, diametrál helyzetű két indexet alkalmazva pedig a hiba hatása a leolvasások középértékéből már egyetlen távcsőállásban végzett mérés esetén is kiesik.

A **magassági szögmérés** mértékadó műszerhibái közül az **indexhiba** a magassági kör rögzítési hibájából, valamint az indexeket beállító szerkezet igazítási hibájából származik. A hiba hatása $(\delta) = \delta$, két távcsőállásban végzett méréssel kiküszöbölhető. A **vertikális távcsőkülpontosság** azt jelenti, hogy az irányvonal és a fekvőtengely kitérő egyenesek. Hatása $(\delta) = \arcsin \frac{\delta}{d'}$, ahol δ a kitérő egyenesek távolsága, d' az irányzott pont ferde távolsága a műszer fekvőtengelyétől. A hiba hatása két távcsőállásban végzett méréssel kiküszöbölhető.

3.3. Felállítási hibák

Pontraállási hibáról akkor beszélünk, ha a függőleges állótengely meghosszabbítása nem megy át a mérendő szög csúcsán. Hatása nem küszöbölhető ki két távcsőállásban végzett méréssel, ezért – különösen rövid irányok esetén – a pontraállást gondosan kell elvégezni.

Az **állótengely ferdeségének** hatása sem küszöbölhető ki két távcsőállásban végzett méréssel, ezért mérés előtt az állótengelyt gondosan függőlegessé kell tenni. A ferdeségnek csak a fekvőtengely irányába eső összetevője (vetülete) okoz hibát. Ezt az összetevőt a fekvőtengellyel párhuzamosan szerelt csöves alhidádélíbella kimutatja, ezért mérés közben érdemes ellenőrizni a buborék helyzetét.

3.4. Külső körülmények okozta hibák

Állványelcsavarodásról akkor beszélünk, ha mérés közben a beosztott kör (a műszerrel együtt) elfordul egy, a kör síkjára merőleges tengely körül. Az ok legtöbbször az egyoldalú felmelegedés; a hibahatást az időben állandónak feltételezzük. Ekkor a hiba hatása egyetlen távcsőállásban végzett méréssel is megállapítható, ha a legelőször mért irányt utolsó irányként újra mérjük (horizontzárás). A mutatkozó eltérést a sorozat irányaira egyenletesen osztjuk el. Mínthogy azonban más hibahatások kiküszöbölésére a mérést egyébként is két távcsőállásban végezzük, az állványelcsavarodás hatása kiküszöbölhető, ha második távcsőállásban az irányokat fordított sorrendben mérjük. Ekkor ugyanis a két mérési eredmény középértéke valamennyi irány esetében azonos időpontra vonatkozik. Az azonos hibahatás miatt az irányok egymáshoz viszonyított helyzete mentes lesz a hiba hatásától.

Az **oldalrefrakció** hatása a mérnöki gyakorlatban csak akkor számottevő, ha az irányvonal erősen felmelegedett felület közelében halad tartósan. Ezt a helyzetet kerüljük el.

3.5. A teodolit vizsgálata

A *Májay Péter* által kidolgozott módszerrel a mértékadó szabályos műszerhibákat állapíthatjuk meg, majd hatásukat számítással vehetjük figyelembe az egyetlen távcsőállásban végzett mérés eredményében. Feltételezzük, hogy a vizsgált teodolit kétindexes, így a beosztott körök külpontosság hibája az eredményben nem érvényesül.

A két távcsőállásban végzett mérés eredményében a hibátlan vízszintes körleolvasások különbsége pontosan 180° , a hibátlan magassági körleolvasások összege pedig pontosan 360° . Az eltérést a mértékadó szabályos műszerhibák együttes hatásának tekintjük. Ha olyan mérési körülményeket hozunk létre, amelyek között csak egyetlen ismeretlen hibahatás érvényesül, akkor a hibátlan értéktől való eltérésből kiszámítható a szóban forgó hiba előjeles nagysága. A mérési elrendezések:

1. Közel vízszintes irányvonal mellett egy „végtelen távoli” pontot irányzunk. A nagy irányhossz miatt a horizontális és a vertikális távcsőkülpontosság hatása, a vízszintes irányvonal miatt a fekvőtengely merőlegességi hibájának hatása közel zérus, így kiszámítható a vízszintes körleolvasásokból a kollimációhiba, a magassági körleolvasásokból pedig az indexhiba nagysága.
2. Közel vízszintes irányvonal mellett a műszerhez közeli ismert távolságú pontot irányzunk. A fekvőtengely merőlegességi hibájának hatása továbbra is közel zérus, így a vízszintes körleolvasásokat a már megismert kollimációhiba és a még ismeretlen horizontális távcsőkülpontosság, a magassági körleolvasásokat a már megismert indexhiba és a még ismeretlen vertikális távcsőkülpontosság hatása terheli. A körleolvasásokból tehát kiszámíthatók a még ismeretlen hibák.
3. Viszonylag meredek (kb. 30° -os magassági szögű) irányvonallal a műszerhez közeli ismert távolságú pontot irányzunk. A vízszintes körleolvasásokat terhelő hibahatások közül csak a fekvőtengely merőlegességi hibájának hatása ismeretlen, így ez a hiba is meghatározható. A magassági körleolvasásokat a hibameghatározások pontosságának ellenőrzésére használjuk.

3.6. Irányérték

A szabályos hibák hatásának csökkentése érdekében az irányokat rendszerint két távcsőállásban mérjük, és diametrál helyzetű indexeknél olvasunk le, majd a leolvasások középértékét számítjuk ki. A gyakorlatban elegendő a két távcsőállásban a két indexnél kapott csonkaleolvasásokat közepelni, és a középértéket hozzáadni az első távcsőállásban az első indexnél kapott főleolvasáshoz. Az így adódó összetett eredményt nevezzük **irányértéknek**.

Megjegyezzük, hogy a leolvasásokat egyesítő (koincidenciás) leolvasóberendezés esetében egy-egy csonkaleolvasás a két indexnél leolvasható érték számtani középértéke, így csak a két távcsőállásban (de esetleg többszöri incidenciabeállítással) kapott értékeket kell közepelni. A durva leolvasási hibák elkerülésére a második távcsőállásban is elvégezzük a főleolvasást.

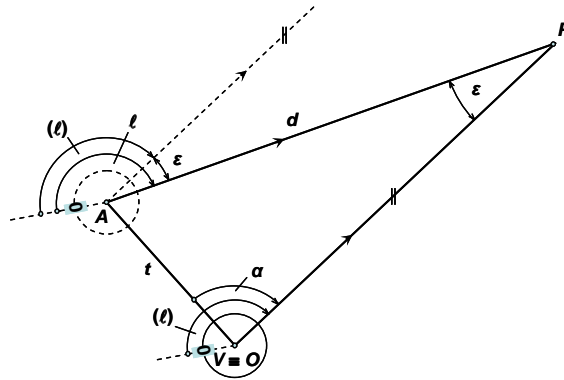
3.7. Iránymérés

Kettőnél több irány vízszintes helyzete meghatározásának általánosan elterjedt módszere az iránymérés. A mérésbe valamennyi irányt bevonjuk, a beosztott kör mozdulatlanságát horizontzárással ellenőrizzük. A két távcsőállásban végzett mérés egy fordulót alkot. A pontosság növelésére a mérést több fordulóban hajtjuk végre: előírás szerint az egyes fordulók között megismételjük a pontraállást és az állótengely függőlegessé tételét, a fordulók n számának megfelelően a beosztott kört $180^\circ/n$ szögértékkel elforgatjuk, az a beosztásterjedelmű leolvasó mikrométert pedig a/n értékkel átállítjuk.

Az iránymérés előnye, hogy viszonylag kevés mérési munkával jár, és az irányértékek (tehát a szögek is) egyformán pontosak. Hátránya, hogy valamennyi mérendő iránynak egyszerre kell látszania, emellett sok irány esetén a mérés elhúzódik, ezért hosszú ideig kell feltételezni az egyenletes állványcsavarodást.

3.8. Külpontos iránymérés központosítása

Külpontos pontraállásról akkor beszélünk, ha a szögmérő műszerrel nem tudunk vagy nem akarunk a megméréndő szög csúcspontjában felállni. A 4-2. ábra szerint ilyenkor az A pont helyett a V ponton állítjuk fel a műszert, majd a t távolság és a α szög megméréseivel biztosítjuk, hogy a mérési eredményeket az A központra tudjuk átszámítani (redukálni): $\ell = (\ell) + \varepsilon$, ahol a központosítási redukció $\varepsilon = \arcsin\left(\frac{t}{d} \sin \alpha\right)$.



4-2. ábra. Külpontos pontraállítás

A külpontosági elemek közül a t vízszintes (!) távolság, amelyet – különösen rövid irányok esetében – gondosan, lehetőleg milliméter pontossággal kell megmérni. Az α szög bal oldali szára mutat a központra, a szöget általában elegendő 1 szögperc pontossággal megmérni. A d távolságot rendszerint elegendő mérethelyes vázlatról lemérni.

Az előadás anyaga az ajánlott irodalomban:

Krauter: Geodézia; 5.2.2, 5.2.3, 5.2.4, 5.2.5 és 5.2.7 fejezetrészek.

4. előadás: Vetítés, vetületek. Országos alappontok hálózata. A geodéziai adatok nyilvántartása

A Föld fizikai alakjának, a földfelszínnek a meghatározásához és ábrázolásához már választottunk alapfelületet (forgási ellipszoid), és egy pontrendszer (az ún. elsőrendű alapponthálózat) pontjai között végzett szögmérés és távolságmeghatározás eredményeit az alapfelületre vetítettük. Az alapfelületi koordináták meghatározásához az alapfelületre redukált mérési eredményekkel számításokat kell végeznünk az alapfelületen. A számítások meglehetősen bonyolultak, ezért érdemes egy, az alapfelülettel matematikai kapcsolatban álló síkot képfelületként választanunk, és a további alappontok és a részletpontok helyének meghatározását ezen a síkon végeznünk. A kapcsolatteremtést **vetítésnek**, az ehhez szükséges matematikai összefüggéseket **vetületi egyenleteknek**, magát a síkot pedig **vetületi síknak** nevezzük.

A vetítés mindig torzulásokkal jár, mert az alapfelület gyűrődések és szakadások nélkül nem teríthető ki a síkba. A geodéziában olyan vetítési módokat választottak, amelyek mellett a vetületi torzulások bizonyos értékeket nem lépnek túl, emellett szögtorzulás nincs: a geodéziában használt vetületek **szögtartó** vetületek.

A hazánkban használt vetületek közös jellemzője a kettős vetítés: az első vetítés alapfelülete forgási ellipszoid, képfelülete az ellipszoidhoz simuló gömb, a második vetítés alapfelülete a simuló gömb, képfelülete sík vagy síkba teríthető felület.

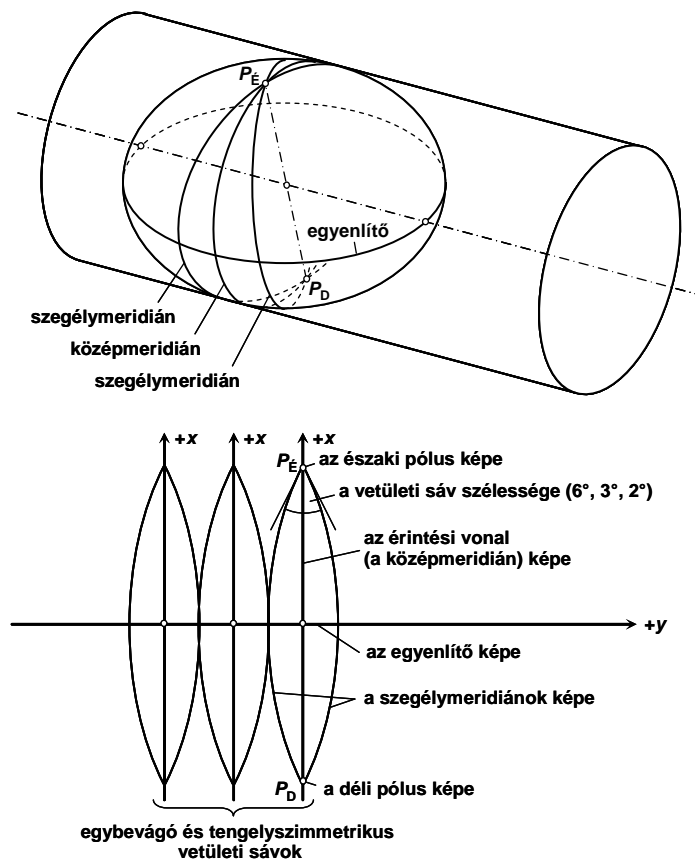
Az országos **sztereografikus** vetület (második) képfelülete a simuló gömböt a budapesti Gellért-hegy elnevezésű alappont gömbi megfelelőjében (ez a vetítés kezdőpontja) érintő sík. A vetületen végezhető számítások síkkoordináta-rendszerének x tengelye a kezdőponton átmenő meridián egyenes képe, az y tengely a meridiánra merőleges legnagyobb gömbi kör szintén egyenes képe. Az x tengely pozitív ága dél felé, az y tengely pozitív ága nyugat felé mutat. A hossztorzulás (hossznövekedés) a vetületi kezdőponttól 127 km-re éri el a megengedhetőnek tekintett kilométerenkénti 10 cm-es értéket. A vetületet az ország egész területén használták annak ellenére, hogy a Budapesttől legtávolabbi (285 km-re lévő) pontban a hossztorzulás kilométerenként 50 cm. A fővárosnak és néhány vidéki városnak önálló (helyi) sztereografikus vetületi rendszere van.

Az országos **hengervetületet** 1908-ban a történelmi Magyarország méreteihez választották, emiatt a megengedettnél nagyobb hossztorzulások elkerülésére a vetület három rendszerét, az északi (HÉR), a középső (HKR) és a déli (HDR) rendszert vezették be. A vetület alapfelülete a simuló gömb, képfelülete körhenger palástja. A henger a gömböt a vetület kezdőpontján átmenő és a Gellért-hegyi meridiánra merőleges legnagyobb gömbi kör mentén érinti. A három rendszernek három különböző kezdőpontja van, a Gellért-hegy elnevezésű pont egyik rendszernek sem kezdőpontja. A három síkkoordináta-rendszer közös x tengelye a Gellért-hegyi meridián egyenes képe, a három y tengely a három érintő kör egyenes képe. Mindhárom rendszer dél-nyugati tájolású. A hossztorzulás az y tengelytől 90 km távolságban éri el a kilométerenkénti 10 cm-es értéket, egy-egy rendszer tehát az y tengelyre szimmetrikus 180 km szélességű sávban használható.

Hazánk jelenleg is használt vetületét 1975-ben vezették be **egységes országos vetület** (EOV) elnevezéssel. Alapfelülete egy újabb simuló gömb, képfelülete az alapfelületet metsző körhenger palástja. A vetület kezdő meridiánja a Gellért-hegyi meridián, kezdőpontja a HKR kezdőpontjának helye az új alapfelületen. A síkkoordináta-rendszer x tengelye a kezdő meridián egyenes képe, y tengelye a kezdőpontban a kezdő meridiánra merőleges legnagyobb gömbi kör szintén egyenes képe. A koordináta-rendszer észak-keleti tájolású. A vetületi koordináta-rendszer kez-

dőpontját az ország területén kívül eső alkalmasan megválasztott pontba helyezték át, így az ország területén egyrészt nincsenek negatív koordináták, másrészt az új X koordináták 400 km-nél kisebbek az új Y koordináták pedig 400 km-nél nagyobbak, így kisebb a koordináták felcserélésének veszélye. A képfelületnek az alapfelület „alá” süllyesztése miatt az y tengelytől északra és délre egy-egy 75 km-es sávon a hossztorzulás hosszrövidülést jelent, amelynek legnagyobb értéke (7 cm/km) az y tengelyen mutatkozik. Az ország más területein a hossztorzulás hossznövekedést jelent, amelynek legnagyobb értéke az ország legészakibb pontján 26 cm/km, a legdélibb ponton 23 cm/km.

A nemzetközi vetületek közül a **Gauss-Krüger vetület** az egykori Varsói Szerződés tagállamainak közös katonai vetülete volt. Alapfelülete forgási ellipszoid, képfelülete az alapfelületet egy meridiánellipszis mentén érintő (elliptikus) henger palástja (7-1. ábra). A vetületi sávok x koordináta-tengelye az érintési meridián egyenes képe, y tengelye pedig az egyenlítő szintén egyenes képe. A koordináta-rendszerek az északi félgömbön észak-keleti tájolásúak. A hossztorzulás az x tengelytől távolodva növekszik, emiatt egy-egy vetületi sáv csak meghatározott ún. szegélymeridiánok között használható. Az ún. topográfiai térképek nemzetközi beosztása 6° -os sáv szélességű (a szegélymeridiánok földrajzi hosszúságkülönbsége 6°). A sáv szélén a legnagyobb a hossznövekedés; hazánk közepes földrajzi szélességén (47°) 64 cm/km. A műszaki feladatok megoldásához használt ún. nagy méretarányú térképek sáv szélessége 3° illetve 2° , a hossznövekedés 16 cm/km illetve 7 cm/km.



7-1. ábra. Gauss-Krüger vetület

A Gauss-Krüger vetület előnye, hogy egy-egy sáv az északi pólustól a déli pólusig terjed, így az egész Föld ábrázolásához 6° -os rendszerben 60 sáv elegendő. A koordináta-rendszerek y tengelye közös, a vetületi sávok egybevágók és mindkét tengelyre szimmetrikusak, ezért a vetületi számítások eredményét elegendő egyetlen negyed sávra vonatkozóan táblázatba foglalni.

A NATO tagállamaiban napjainkban is használt vetület, az **UTM** (*Universal Transverse Mercator*) a *Gauss-Krüger* vetület redukált („süllyesztett”) változata.

4.1. Vetületi átszámítások

A leggyakoribb esetben két olyan vetület között kell átszámítást végezni, amelyek eltérő alapfelülete között nincs matematikai kapcsolat, vannak viszont olyan ún. közös pontok, amelyek koordinátái mindkét vetületen ismertek. Az átszámítás alapja a koordináta-transzformáció, a transzformációs egyenletek együtthatóit a **közös pontok** felhasználásával számítjuk ki azzal a feltétellel, hogy a közös pontok eredeti és transzformált ponthelye távolságának négyzetösszege a legkisebb legyen.

A **Helmert-féle transzformáció** az egyik síkbeli ponthálózatot úgy illeszti a másikhoz, hogy a hálózatot eltolja x és y irányban, elforgatja az xy koordinátasíkban, és megváltoztatja a méretarányát. A **négyparaméteresnek** is nevezett transzformáció az alakzatokat önmagukhoz geometriailag hasonló alakzatokba viszi át, ezért **hasonlósági** transzformációnak is szokás nevezni. **Térbeli** hálózatok egymásba illesztéséhez **hétparaméteres** transzformáció használatos, a három új transzformációs együttható: eltolás z irányban, elforgatás az yz és a zx koordinátasíkban. Ezt a transzformációt a műholdas helymeghatározás eredményeinek feldolgozása során alkalmazzuk.

4.2. Országos alapponthálózatok

A földi helymeghatározás elméleti megalapozása az elméleti geodézia feladata, a helymeghatározás végrehajtásával a gyakorlati geodézia foglalkozik. A helymeghatározás során természetes alakzatok és mesterséges létesítmények alakjelző pontjainak (röviden: a részletpontoknak) a helyzetét határozzuk meg ún. részletes felméréssel. A felmért alakzatokat rendszerint térképen is ábrázoljuk.

A mérési hibák „parttalan” terjedésének megakadályozására a részletpontokat nem egymáshoz, hanem előre kiválasztott, a terepen megjelölt és kellő pontosságú ún. **alappontokhoz** képest kell meghatározni.

4.3. A klasszikus megoldás

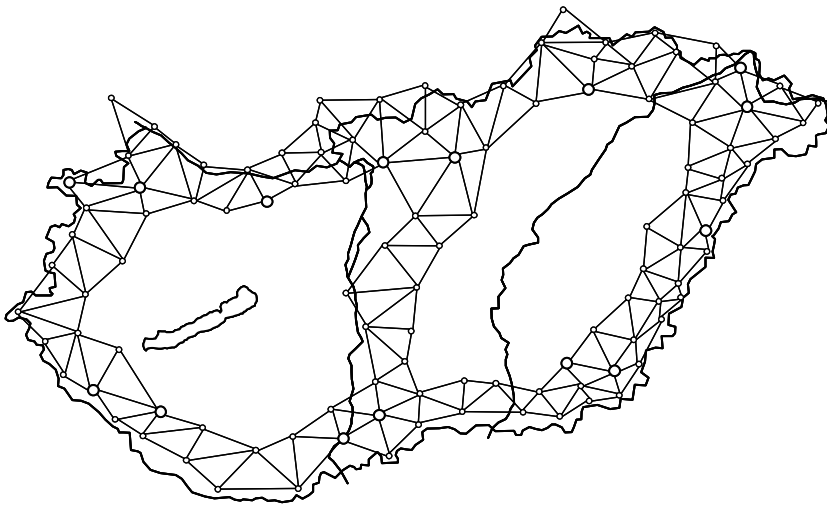
A részletes felméréshez szükséges alappontsűrűség a terep fedettségétől, a felmérés módszerétől és a mérőeszközök teljesítőképességétől függ, de mindenképpen igen nagy számú alappontra van szükség. Ilyen sok pont együttes meghatározása műszaki és gazdasági szempontból egyaránt kivihetetlen, ezért a felméréshez szükséges alappontsűrűséget több lépésben, az alappontok rendszerének fokozatos sűrítésével alakították ki. Az alappontok rendszere tehát **hierarchikus** felépítésű.

A részletpontok térbeli helyzetének meghatározásához szükséges térbeli alapponthálózat(ok) helyett egymástól **elkülönült vízszintes és magassági** alapponthálózatokat létesítettek. Ennek első sorban gyakorlati (méréstechnikai) okai vannak.

4.4. Hazánk vízszintes alapponthálózatai

A második világháború komoly károkat okozott az alapponthálózatokban, ezért a sürgős újjáépítési munkákhoz új hálózatokra volt szükség. Először egy – az országhatár mentén húzódó, átla-

gosan 30 km oldalhosszúságú – keretláncolatot létesítettek, amelyet a Duna-Tisza között vezetett lánccal erősítettek meg (7-2. ábra).



7-2. ábra. Hazánk elsőrendű vízszintes alappontrendszere, a keretlánccal

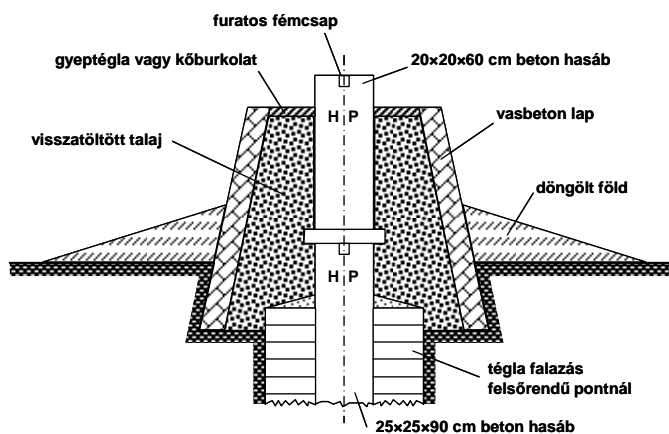
Az idő sürgetése miatt elődeinknek el kellett tekinteniük a lánccal közti két üres mező kitöltésétől elsőrendű hálózattal, helyette a két kitöltő hálózat területén azonnal a harmadrendű hálózatot (átlagosan 7 km oldalhosszal) alakították ki. Hazánkban tehát elsőrendű hálózati pontok csak a keretlánccal találhatók, számuk kb. 170 (140 van az ország területén). Másodrendű pontok (átlagosan 15 km távolságban) csak az elsőrendű hálózat háromszögeiben vannak, harmadrendű pontok mind a keretlánccal, mind a kitöltő hálózatban találhatók, számuk 2120. A harmadrendű hálózattal bezárólag a hálózatok gyűjtőneve: **felsőrendű** vízszintes alapponthálózat. Létesítésében kimagasló érdemei vannak *Hazay István* későbbi műegyetemi tanárnak és *Regőczy Emil*-nek.

A negyedrendű hálózat részben a harmadrendű hálózat háromszögeinek belsejében egyenként vagy párosával meghatározott ún. negyedrendű főpontokból áll, de összefüggő hálózatot is alkot. A főpontok száma kb. 4800, az összefüggő hálózat pontjainak száma kb. 44 000. A negyedrendű alappontok létesítése is állami feladat. Az alappontsűrítés 1992-ben befejeződött, de a pontpusztulás (különösen a mezőgazdaság által művelt területen) jelentős mértékű. A vízszintes állami (elsőrendűtől a negyedrendűig bezárólag) alapponthálózatok gyűjtőneve: egységes országos vízszintes alapponthálózat (EOVA).

A részletes felmérésre és térképezésre szolgáló ötödrendű pontok már nem alkotnak összefüggő hálózatot. A pontmeghatározás módját azonban előírások szabályozzák, a meghatározott pontok pedig az állami földmérés nyilvántartásába kerülnek.

4.5. A vízszintes alappontok megjelölése

A **végleges** megjelölés (**állandósítás**) célja a pont tartós fennmaradásának biztosítása. A megjelölésre vasalt betonhasábot használnak, amelynek méretei kifejezik a pont rendűségét. A hasáb felső felületének közepén furatos bronzcsap vagy keresztvésés jelöli ki azt a helyet, amelyre a koordináták vonatkoznak. A hasábot a talajba süllyeszti, fölé külterületen csonka gúla alakú védőművet (7-3. ábra) építenek.



7-3. ábra. Vízszintes állami alappont védőművel (HP – háromszögelési pont)

Az esetleges pontpusztulást követő gyors helyreállítás érdekében a pontokat **biztosító pontjelölésekkel** látják el. A pont függőlegesében a kő alatt egy második (kisebb) követ vagy keresztvéséses téglát helyeznek el, belterületen a közeli épületek lábzatába ún. örcsapokat rögzítenek, amelyektől a pontjelölés középpontja hosszúsággal kijelölhető.

Az **ideiglenes** pontjelölések célja a pontok között az összelátás biztosítása.

A **különleges** pontjelölések magas, karcsú építmények (gyárkémény, templomtorony), amelyek már messziről jól láthatók, de rajtuk csak ritkán létesíthető műszerállás. A geodéziai mérések céljára épített **vasbeton mérőtorony** leggyakrabban az elsőrendű alappontok felett látható, de a kiegészítő harmadrendű hálózat bizonyos pontjain is megtalálható. A hengeres építmény tetején rögzített pontjelölés 30 km távolságból is irányozható. A tetőszinten épített vasbeton pillér szolgál műszerállásul.

4.6. Hazánk magassági alapponthálózatai

Magassági alpponthálózatot kizárólag **optikai szintezéssel** szabad létesíteni. Az országos szintezési hálózatok feladata, hogy kellő sűrűségben és egységes rendszerben magassági alppontokat biztosítson tudományos és műszaki feladatok megoldásához, valamint az ország magassági felméréséhez. A hálózatokat úgy szokás kialakítani, hogy az ország egész területét egymáshoz csatlakozó, néhány száz kilométer hosszúságú zárt (önmagába visszatérő) ún. szintezési **poligonokkal** hálózák be. A poligonok csatlakozási pontjai a szintezési **csomópontok**. Két szomszédos csomópont közötti rész a szintezési **vonallal**, amely 1,0-1,5 km-es szintezési **szakaszokból** áll. Így alakul ki az elsőrendű szintezési alpponthálózat, amelynek csomópontjai és szakaszvégpontjai az elsőrendű szintezési alppontok. A másodrendű (harmadrendű) vonalakat az elsőrendű (másodrendű) vonalakkal határolt idomok belsejében vezetik hasonló módon.

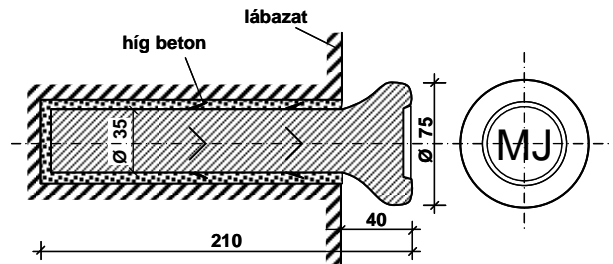
A világháború után, 1948 és 1964 között hazánk első-, másod- és harmadrendű szintezési hálózatában mintegy 23 500 alppontot határoztak meg. A magassági alapszint kezdetben a **nadapi** volt, amelyben a Velencei-hegységben lévő Nadap magassági főalppont magasságát 173,8385 m-ben rögzítették. Később, 1960-tól a **balti** alapszint kizárólagos használatát írták elő; ez csak annyit jelentett, hogy a két alapszint magasságkülönbségének megfelelően minden pont nadapi magasságából 0,6747 m-t le kellett vonni.

Az 1960-as évek közepétől a függőleges földkéregmozgás vizsgálatára nagy pontosságú ún. **nulladrendű** hálózatot létesítettek, majd az 1970-es évek végén döntés született az egységes országos magassági alpponthálózat (EOMA) létrehozásáról. Az előírás szerint az EOMA elsőren-

dű hálózatoként a kéregmozgás-vizsgálati hálózatot elfogadva új másod- és harmadrendű hálózatot kell létesíteni. A munka a Dunántúlon még nem fejeződött be.

4.7. A magassági alappontok megjelölése

A pontmegjelölés mindig végleges, és akkor megfelelő, ha a pontjel mozdulatlansága biztosítva van, és legmagasabb pontja szabatosan ki van jelölve. A pontjelek közül a **szintezési csapot** épületek lábázataiban rögzítik (7-4. ábra), a **szintezési gombot** műtárgyak vízszintes felületébe cementezik. A magassági alappont megjelenése is kifejezi a pont rendűségét.



7-4. ábra. Szintezési csap harmadrendű magassági alappont megjelölésére (MJ – magasságjegy)

A magassági alappontoknak nincs vízszintes koordinátájuk (a vízszintes alappontoknak viszont van – általában trigonometriai magasságméréssel, ritkábban szintezéssel meghatározott – magasságuk).

4.8. A geodéziai adatok nyilvántartása

Az állami alappontok adatai a földhivataloktól szerezhetők be. Az átnézeti térképen számuk alapján kiválasztott pontokról a földhivatal térítés ellenében átadja a törzskönyvben őrzött ún. **pontleírás** másolatát.

A másolaton egyebek között megtalálható:

- ◆ a pont azonosító száma, vetületi síkkoordinátái és/vagy magassága;
- ◆ a vízszintes vetület (rendszer) vagy a magassági alapszint;
- ◆ helyszínrajzi vázlat és rövid leírás a pont felkereséséhez;
- ◆ az állandósítás módja, a biztosító pontjelölés(ek) leírása;
- ◆ a pont meglétének kötelező időszakos ellenőrzésére szolgáló ún. helyszínelés éve.

A pontleírások – koordináták/magasságok nélkül – ingyenesen letölthetők a Földmérési és Távérzékelési Intézet (FÖMI) internetes honlapjának (<http://www.fomi.hu>) FISH nevű rendszeréből; az adatokért átutalással kell fizetni. Meg kell jegyezzük, hogy a térítési díj az adatok egyszeri felhasználásának ellenértéke.

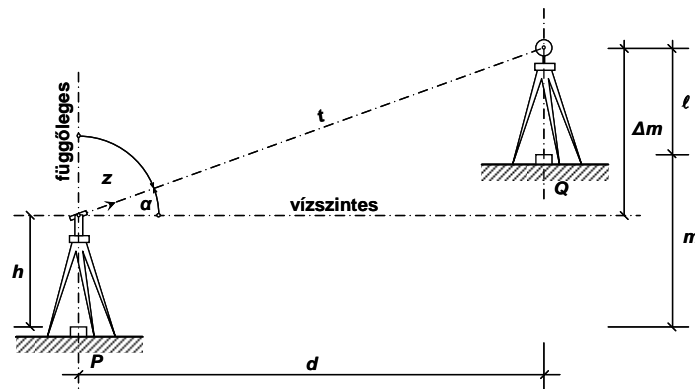
Az előadás anyaga az ajánlott irodalomban:

Krauter: Geodézia; 3.2, 3.3, 3.4 alfejezetek, 4. fejezet

5. előadás: Trigonometriai magasságmérés. Távolságok meghatározása: javítások, redukciók

A trigonometriai magasságmérés alap gondolata szerint két pont magasságkülönbségét mint függőleges távolságot függőleges síkháromszög megoldásával, a derékszögűnek tekintett háromszög egyik szögének megméréseivel határozzuk meg.

Ha a két pont távolsága 400 m-nél kisebb, akkor a szintfelületek vízszintes síkokkal helyettesíthetők, a P és a Q pontok m magasságkülönbsége pedig az 5-1. ábra szerint

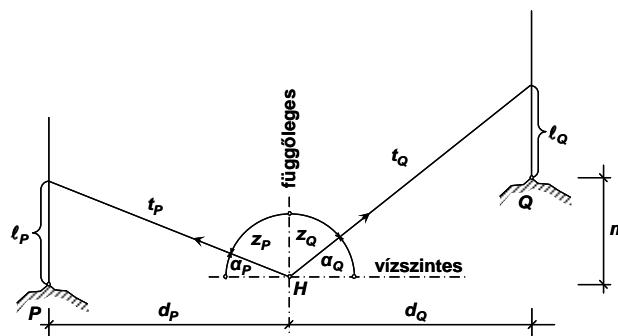


5-1. ábra. A trigonometriai magasságmérés alapelve

$$m = h + \Delta m - \ell = h - \ell + d \cot z .$$

Gyakori, hogy a d vízszintes távolság helyett a t ferde távolságot mérjük meg, ekkor $\Delta m = t \cos z$.

Ha a két pont nem látszik össze vagy műszerállásra alkalmatlan, akkor a teodolittal olyan helyen állunk fel, ahonnan mindkét pont látható. A z_P és a z_Q zenitszögek megmérése után a d_P és a d_Q vízszintes távolságok ismeretében (vagy a t_P és a t_Q ferde távolságok megmérése után) az m magasságkülönbség az 5-2. ábra szerint



5-2. ábra. Trigonometriai szintezés

$$m = (d_Q \cot z_Q - \ell_Q) - (d_P \cot z_P - \ell_P) = (t_Q \cos z_Q - \ell_Q) - (t_P \cos z_P - \ell_P)$$

Ez az úgynevezett **trigonometriai szintezés**, amelynek előnye, hogy nem kell megmérni a műszermagasságot.

A trigonometriai magasságmérés előnye az optikai szintezéssel szemben:

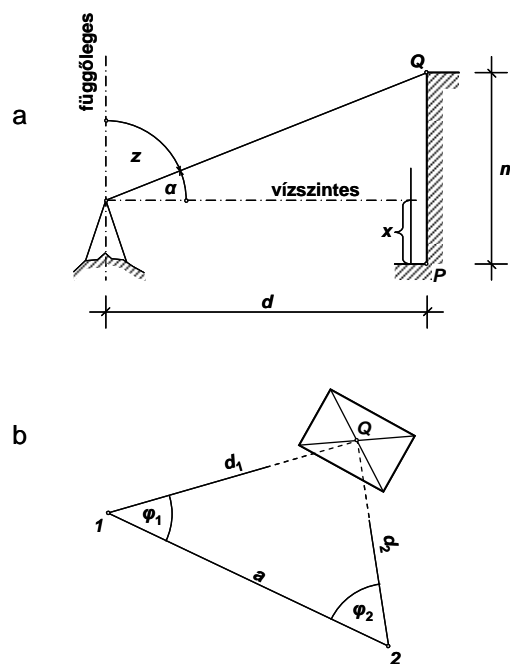
- ♦ rövid távon nagy magasságkülönbség is meghatározható;
- ♦ egymástól távoli pontok magasságkülönbsége is meghatározható egyetlen méréssel;
- ♦ megközelíthetetlen pontok magasságának meghatározására is alkalmas.

Hátránya:

- ♦ a meghatározott magasságkülönbség pontossága általában nem éri el a szintezéssel meghatározott magasságkülönbség pontosságát;
- ♦ a magasságkülönbség kiszámításához ismerni kell a két pont között a távolságot.

5.1. Építmények magasságának meghatározása

Az 5-3. ábra szerint a d távolságot a mérendő magasság két-háromszorosára szokás választani. Az x méret meghatározásához vízszintesre állított távcsővel leolvassunk a függőleges beosztott lécen vagy mérőszalagon.



5-3. ábra. Építmény magasságának meghatározása: a d távolság: a – megmérhető, b – nem mérhető meg.

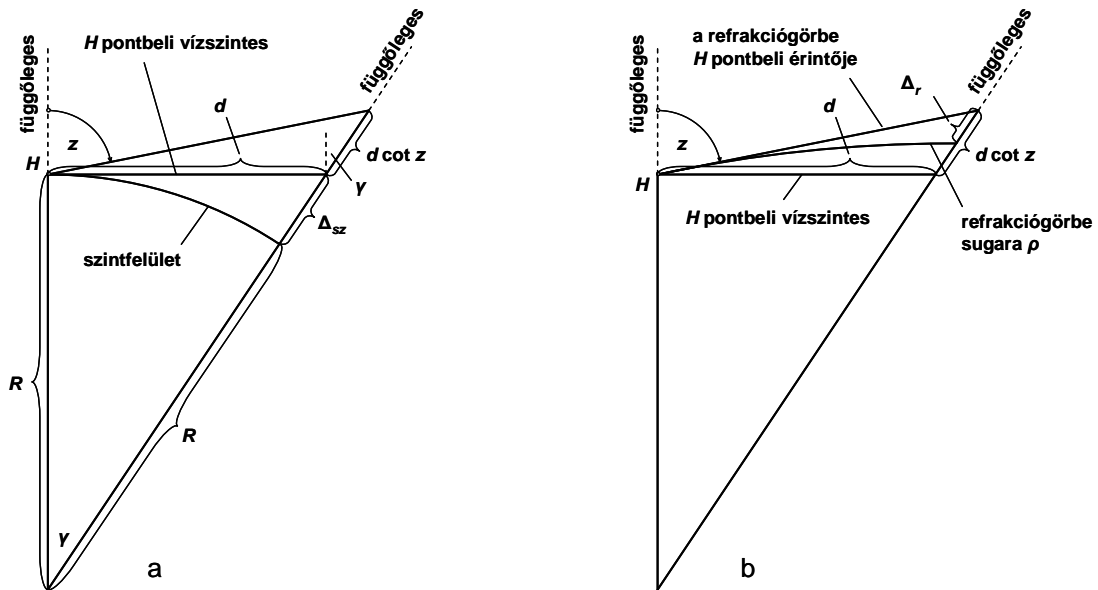
A keresett magasság: $m = x + d \cot z$.

Ha a d távolság nem mérhető meg közvetlenül, akkor az 5-3. ábra szerint az 1 és a 2 ponton felállított műszerrel megmérjük a φ_1 és a φ_2 vízszintes szögeket és az ábrán nem látható z_1 és z_2 zenitszögeket, valamint az x_1 és x_2 függőleges távolságokat. Az a vízszintes távolság ismeretében szinusztétellel kiszámítjuk a d_1 és d_2 vízszintes távolságokat. A keresett m magasságot ellenőrzéssel kapjuk: $m = x_1 + d_1 \cot z_1$ és $m = x_2 + d_2 \cot z_2$.

5.2. A szintfelület görbültségének hatása

Ha a P és a Q pontok távolsága 400 m-nél nagyobb, de 5 km-nél kisebb, akkor a szintfelületek párhuzamos (koncentrikus) gömbfelületekkel helyettesíthetők. Az 5-4. ábra szerint a trigonometriai magasságmérés már megismert (és vízszintes síkkal helyettesített alapfelületre vonatkozó) alaképletében a $\Delta m = d \cot z$ magasságkülönbséget meg kell növelni a szintfelület görbültségének a hatását kifejező Δ_{sz} mennyiséggel, amelyre igaz, hogy $R^2 + d^2 = (R + \Delta_{sz})^2$, ahonnan

$$\Delta_{sz}^2 \approx 0 \text{ feltételezésével } \Delta_{sz} = \frac{d^2}{2R}.$$



5-4. ábra. Trigonometriai magasságmérés: a – a földgömbület, b – a sugárgömbület hatása

Megjegyezzük, hogy a H fekvőtengely tengersizint feletti magassága (néhány száz méter) elhanyagolható az $R \approx 6380$ km-es közepes földugár mellett. Felhívjuk a figyelmet arra is, hogy az ábra erősen torzított. a magasságkülönbség meghatározására szolgáló háromszög továbbra is derékszögűnek tekinthető, mert a megfelelő szöge 5 km-es ponttávolság esetén is legfeljebb

$$\gamma''_{\max} = \frac{d_{\max}}{R} \cdot \rho'' \approx \frac{5 \cdot 2 \cdot 10^5}{6380} \approx 150'' = 2,5' \text{ értékkel tér el a derékszögtől.}$$

5.3. A légköri sugárgömbület (a refrakció) hatása

A hatás abban mutatkozik meg, hogy a sugárgömbület miatt a tárgyakat nem a valóságos irányukban, hanem a tárgyról a szemünkbe belépő görbült fénysugarak érintőjének irányában látjuk. A z szög megmérésekor tehát a távcső irányvonala a görbült fénysugár (az ún. refrakciógörbe) H pontbeli érintőjének irányában áll. Az 5-4. ábra szerint a $d \cot z$ magasságkülönbséget tehát csökkenteni kell a refrakció hatását kifejező Δ_r mennyiséggel, amely az előzőek analógiájára és megengedhető közelítéssel $\Delta_r \approx \frac{d^2}{2\rho}$, ahol ρ a refrakciógörbe sugara. A földgömbület és a refrakció együttes hatása

$$\Delta_{sz} - \Delta_r = \frac{d^2}{2R} - \frac{d^2}{2\rho} = \frac{d^2}{2R} \left(1 - \frac{R}{\rho} \right) = \frac{d^2}{2R} (1 - k)$$

A $k = \frac{R}{\rho}$ hányados neve refrakcióegyüttható, tapasztalati értéke $k = 0,13$.

A trigonometriai magasságmérés teljes alapképlete tehát

$$m = h - \ell + d \cot z + \frac{d^2}{2R}(1 - k),$$

k és R értékének behelyettesítése után a földgömbület és a refrakció együttes hatását (a képlet jobb oldalának utolsó tagját) méter egységben a $+0,068 \cdot (d[\text{km}])^2$ kifejezés kiszámításával kapjuk. Az együttes hatás $d \approx 0,4 \text{ km} = 400 \text{ m}$ távolságon éri el a $0,01 \text{ m} = 1 \text{ cm}$ értéket.

5.4. Távolságok meghatározása

Két pont távolságán a pontok alapfelületi megfelelői közötti legrövidebb felületi vonal hosszát értjük. Az alapfelületen végzendő számításokhoz tehát a terepen mért ferde távolságokat át kell számítani (redukálni kell) az alapfelületre. Az átszámítást két lépésben végezzük: először a ferde távolságot a végpontok közepes magasságában elhelyezkedő gömbre számítjuk át (redukáljuk a vízszintesre), majd ezt a távolságot számítjuk át a tengerszint magasságában elhelyezkedő gömbfelületre (redukáljuk az alapfelületre). Később látni fogjuk, hogy a számításokat az alapfelület helyett jóval egyszerűbb egy, az alapfelülettel matematikai kapcsolatba hozott síkon, az ún. vetületi síkon elvégezni. Az alapfelületi távolság redukciója a vetületi síkba azt jelenti, hogy a távolság számértékét megszorozzuk egy, a mérés helyére kiszámítható és az egységhez közeli hossztorzulási tényezővel.

5.5. A ferde távolság redukálása a vízszintesre

A ferde távolság fogalma kettős értelemben használatos:

- lehet a végpontok közötti egyenes szakasz hossza;
- lehet a végpontokra illeszkedő függőleges sík és a terep metszéspontjának hossza, azaz megengedhető közelítéssel egy olyan tört vonal hossza, amelynek töréspontjai a terepen vannak.

Legyen a második értelemben használt ferde távolság i -edik darabjának hossza ℓ_i . Ha ismerjük a tört vonal ezen darabjának a vízszintessel bezárt α_i szögét, akkor a szakasz vízszintes vetületének hossza $\ell_{v,i} = \ell_i \cos \alpha_i$. Ha a végpontok Δm_i magasságkülönbsége ismert (ez a gyakoribb), akkor

$$\ell_{v,i} = \ell_i + \Delta_{v,i}, \text{ ahol } \Delta_{v,i} = -\frac{\Delta m_i^2}{2\ell_i}.$$

Igazolható, hogy ha az egyesével redukált $\ell_{v,i}$ szakaszhosszakat összegezzük, akkor megengedhető közelítéssel a végpontok közepes magasságában elhelyezkedő $t_v = \sum \ell_{v,i}$ vízszintes távolságot kapjuk.

Ugyanez a helyzet abban az esetben is, ha a t_f ferde távolságot a végpontok között egyetlen lépésben mérjük meg. A ferde távolság irányának z zenitszögét megmérve $t_v = t_f \sin z$. Ha ismert a végpontok Δm magasságkülönbsége akkor $t_v = t_f + \Delta_v$, ahol $\Delta_v = -\frac{\Delta m^2}{2t_f}$.

5.6. A vízszintes távolság redukálása az alapfelületre

Az R sugarú gömbre vonatkozó t_g alapfelületi távolság és az alapfelület felett H magasságban elhelyezkedő t_v vízszintes távolság aránya (korábban már láttuk, hogy R mellett H elhanyagolható):

$$\frac{t_g}{t_v} = \frac{R}{R+H} = \frac{R+H-H}{R+H} = 1 - \frac{H}{R+H} \approx 1 - \frac{H}{R}$$

$$t_g = t_v - t_v \frac{H}{R} = t_v + \Delta_g, \text{ ahol a távolság alapfelületi redukciója } \Delta_g = -\frac{H}{R} t_v.$$

Tájékoztatásul megemlítjük, hogy a 100 m tengerszint feletti magasságban elhelyezkedő 100 m-es távolság alapfelületi redukciója $-1,6$ mm.

A távolságokat közvetlenül vagy közvetve határozhatjuk meg. Közvetlen távolságmeghatározáskor (hosszmérés) egy ismert hosszúságú mérőeszközt fektetünk ismételtelen a távolság egyenesére. A távolság közvetett meghatározásakor (táv mérés) a távolsággal geometriai vagy fizikai kapcsolatban álló mennyisége(ke)t mérünk, és a kapcsolatot kifejező képletekkel számítjuk ki a távolságot.

A ma már ritkábban előforduló hossz mérés eszköze a mérőszalag. Méréskor összehasonlítjuk a mérendő távolságot a **mérőszalag** hosszával. A mérőszalag hosszát **komparálással** határozzuk meg. A komparáláshoz sík és vízszintes terepen milliméter-beosztású fémlemezket rögzítünk a szalag névleges hosszának (20 m, 50 m) megfelelő távolságban. A két beosztás zérussal jelölt vonása közötti a távolságot előzetesen meg kell mérni valamilyen pontosabb mérőeszközzel.

Komparáláskor a mérőszalag végvonásainál leolvasott d_b (bal) és d_j (jobb) értékek előjeles összegéből kiszámítható a mérőszalag hosszának $d = d_b + d_j$ eltérése az alapvonal hosszától. (A d_b és a d_j leolvasások előjele a zérusvonalaktól „kifelé” pozitív, „befelé” negatív.) A d eltérés értékére n darab (legalább öt, legfeljebb tíz) mérést végzünk, majd az eredmények $\Delta \ell = \frac{\sum d_i}{n}$ statisztikai középértékéből számítjuk ki a mérőszalag tényleges (komparált) hosszát: $\ell = a + \Delta \ell$.

A mérőszalag hossza függ

- a szalagra ható húzóerő nagyságától, ezért komparáláskor és hossz mérészkor egyforma (rendszerint 10 kg tömeg súlyának megfelelő 1 N) erővel kell feszíteni a szalagot;
- a szalag hőmérsékletétől, ezért meg kell mérjük a szalag hőmérsékletét mind komparáláskor (t_k), mind hossz mérészkor (t_m).

A mérőszalag **komparálási javítása**: $\delta_k = \ell - (\ell)$, a tényleges és a névleges hossz különbsége.

A mérőszalag **hőmérsékleti javítása**: $\delta_t = \alpha(t_m - t_k)(\ell)$, ahol α a mérőszalag anyagának hőtágulási együtthatója (acél esetében $\alpha = 1,1 \cdot 10^{-5} / ^\circ\text{C}$).

A mérőszalag valódi hossza tehát: $\ell = (\ell) + \delta_k + \delta_t$.

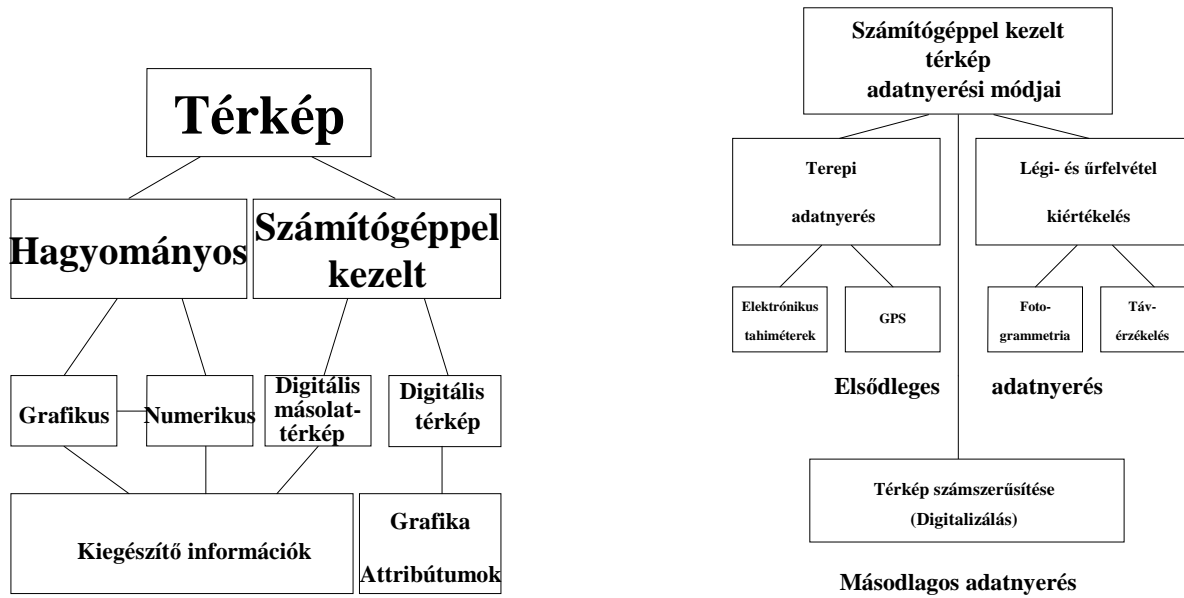
A távmérés módszerei közül napjainkban csak a fizikai távmérés használatos, amellyel később foglalkozunk.

Az előadás anyaga az ajánlott irodalomban:

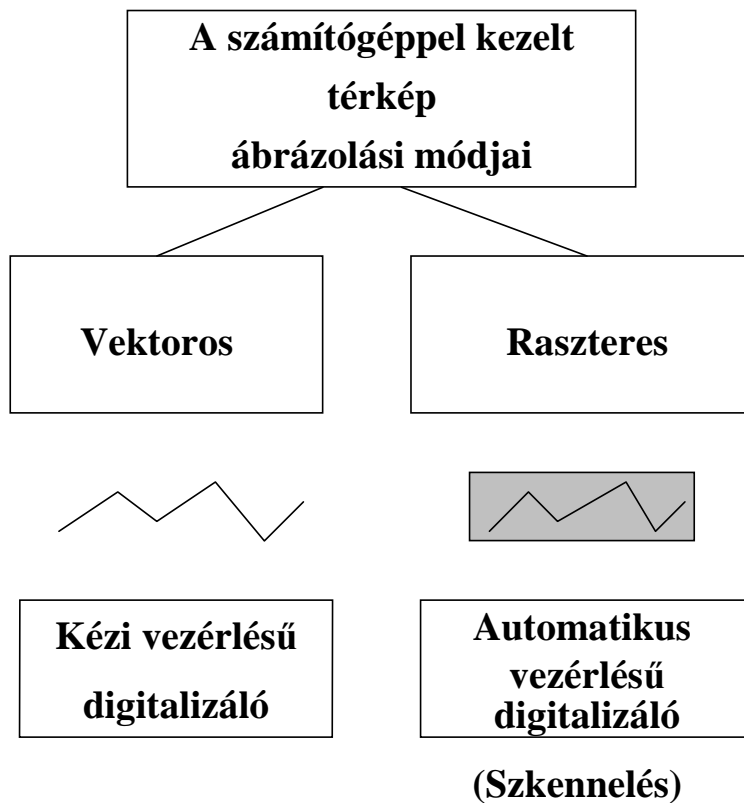
Krauter: Geodézia; 6.2 alfejezet, 5.3.1 fejezetrész

6. előadás: A számítógéppel kezelt térkép. A térkép digitalizálásának különböző módszerei

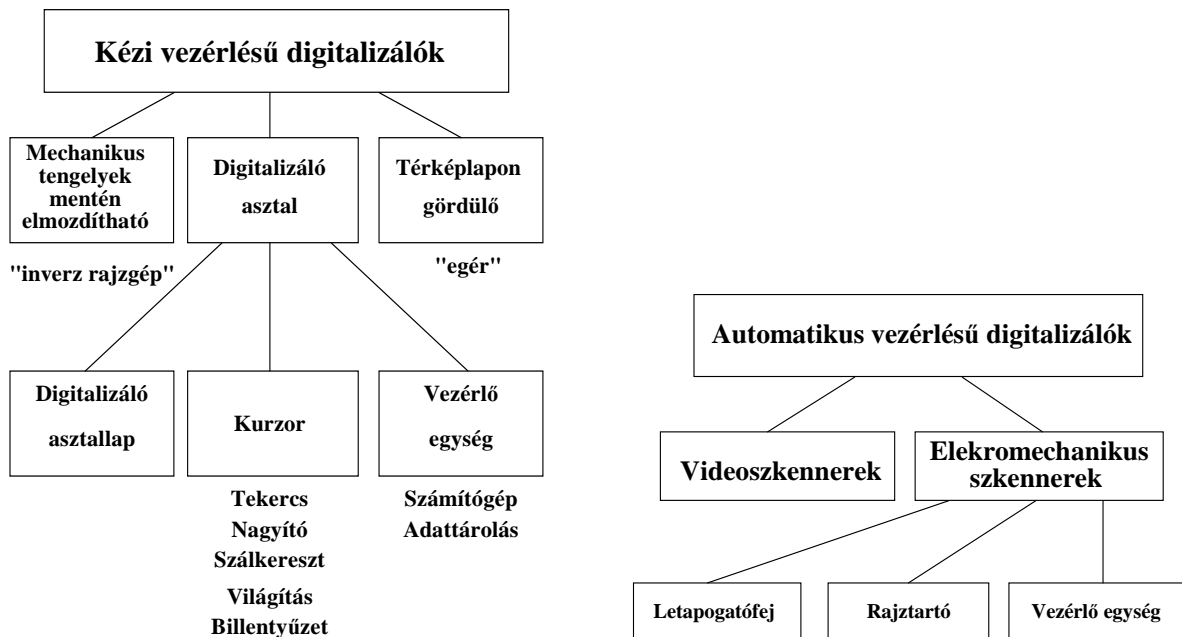
6.1. A hagyományos és a számítógéppel kezelt térkép, az adatnyerés módjai



6.2. A vektoros és a raszteres ábrázolás



6.3. Digitalizálás különböző módszerekkel: digitalizáló asztal, szkennerek



6.4. Képernyő-digitalizálás, félautomatikus és automatikus vektorizálás.

Koordináta-transzformáció:

- Térképlep elhelyezkedése a digitalizáló asztalon, illetve a szkennerekben
- Térképlep torzulási hibáinak csökkentése
- Terepi (valódi) koordináták számítása
- Átszámítás vetületi rendszerek között

Hasonlósági (Helmert) transzformáció:

$$X = a \cdot x - b \cdot y + c_1$$

$$Y = b \cdot x + a \cdot y + c_2$$

Affin transzformáció:

$$X = a_1 \cdot x + b_1 \cdot y + c_1$$

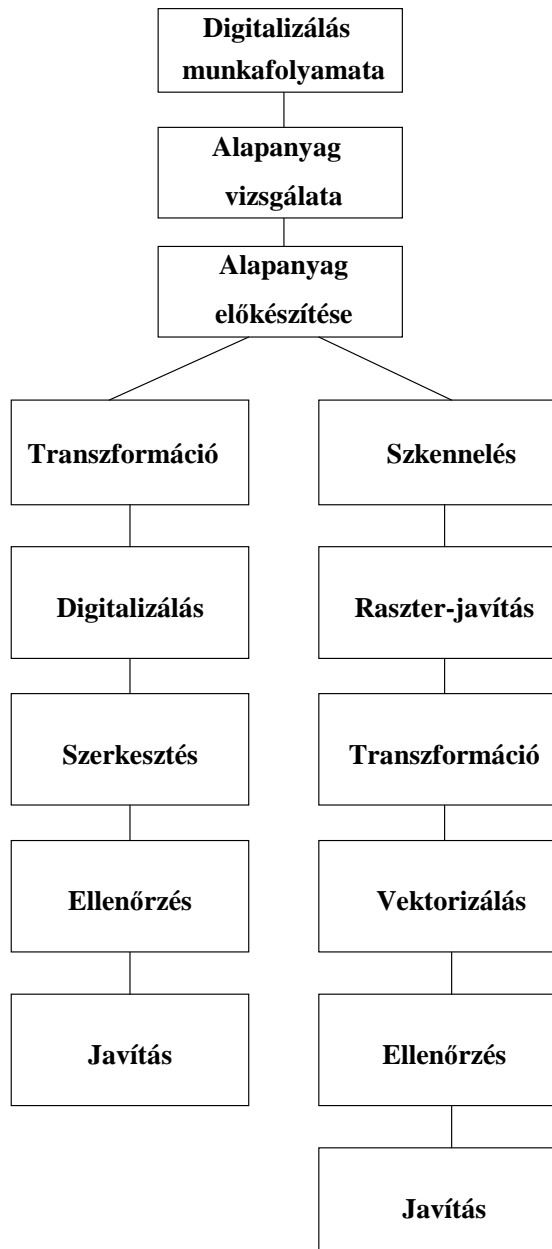
$$Y = a_2 \cdot x + b_2 \cdot y + c_2$$

Magasabb fokú transzformáció:

$$Y = a_0 + a_1 y + a_2 x + a_3 y^2 + a_4 xy + a_5 x^2 + \dots + a_{16} y^5 + a_{17} y^4 x + a_{18} a^3 x^2 + a_{19} y^2 x^3 + a_{20} y x^4 + a_{21} x^5$$

$$X = b_0 + b_1 y + b_2 x + b_3 y^2 + b_4 xy + b_5 x^2 + \dots + b_{16} y^5 + b_{17} y^4 x + b_{18} y^3 x^2 + b_{19} y^2 x^3 + b_{20} y x^4 + b_{21} x^5$$

6.5. A digitalizálás munkafolyamata



Az előadás anyaga az ajánlott irodalomban:

Krauter: Geodézia; 11.3.4 és 11.4 alfejezet