A feladatok megoldásait Matlab fájlokban kell elkészíteni, amelyben a végrehajtható utasításokon túl legyenek megjegyzések is a megoldás lépéseiről. A megoldáshoz szükséges fájlokat az oktatas.epito.bme.hu oldalra töltse fel! Maximális pontszám: 35, minimum követelmény: 14 pont.

A lenti képen látható gabonasiló teteje a következő függvénnyel megadott görbe y tengely körüli körbeforgatásával állítható elő *x*=0-tól *x*=4-ig:

$$y = 12\cos^2\left(\frac{\pi}{8}x\right)$$

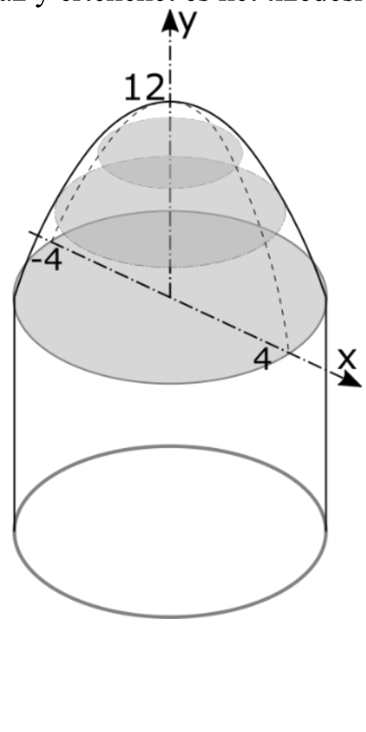
Egy $y = f(x)$ görbe $[a, b]$ közötti szakaszának körbeforgatásából kapott felület nagysága a következő képlettel számítható:

$$A = 2\pi \int_a^b x\sqrt{1 + (f'(x))^2}$$

a) Definiálja a görbét és ábrázolja a [0,4] intervallumon! (3 pont)
b) Szimbolikus számítással állítsa elő a görbe derivált függvényét! (4 pont)
c) Számítsa ki a tető felületének nagyságát! (6 pont)
d) Mekkora részét tudjuk lefesteni a siló tetejének 12 liter festékből, ha 10 m^2 lefestéséhez 1.2 liter festékre van szükség és fentről kezdjük a festést? A megoldáshoz definiáljon egy függvényt, ami adott x értékhez kiszámolja a tető felületét és keresse meg, hogy ez milyen x értéknél felel meg a lefesthető felület nagyságának. A kezdeti érték megválasztásához ábrázolja a függvényt egy új ábrán! Mekkora y nagyságú sáv marad ki a festésből alul? (8 pont)
e) Határozza meg, hogy mekkora a tető térfogata! A siló tető részének térfogatát kiszámolhatja, egy forgástest térfogatának képletéből:

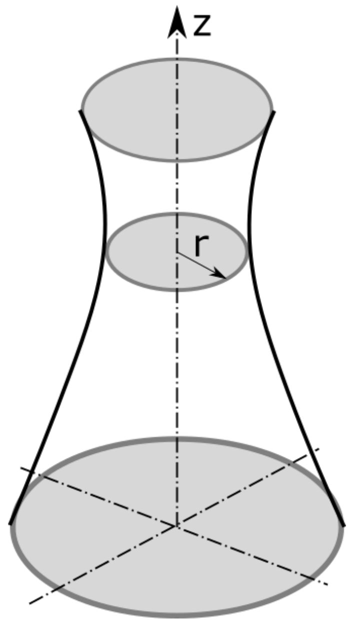
$$V = \pi \int_a^b r^2 dy$$

Most a forgástest sugarát az x értékek adják, ezért a térfogat számításához definiálja az y görbe inverz függvényét, az $x = g(y)$ függvényt. (Matlab-ban az $arccos$ függvénynek az $acos$ parancs felel meg.). Rajzolja fel az inverz függvényt is egy új ábrába, és számítsa ki a térfogatot! Figyeljen az intervallum határainak helyes megadására! (7 pont)
f) Számolja ki a minimális és maximális y értékek között fél méteres osztásban a hozzájuk tartozó sugár értékeket (x)! Ezeket a pontokat rajzolja be az első ábrába! (2 pont)
g) Az előbb kiszámolt összetartozó y,x értékeket írja ki az fprintf használatával egy szöveges fájlba két oszlopba, egy tizedesre az y értékeket és két tizedesre az x értékeket! (5 pont)



A feladatok megoldásait Matlab fájlokban kell elkészíteni, amelyben a végrehajtható utasításokon túl legyenek megjegyzések is a megoldás lépéseiről. A megoldáshoz szükséges fájlokat az oktatas.epito.bme.hu oldalra töltse fel! Maximális pontszám: 35, minimum követelmény: 14 pont.

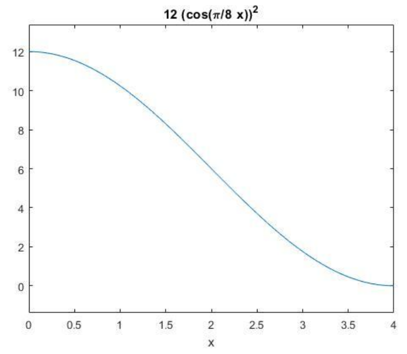
A képen látható hűtőtorony sugarát különböző magasságokban megmérték. Számítsuk ki a hűtőtorony térfogatát és felszínét!



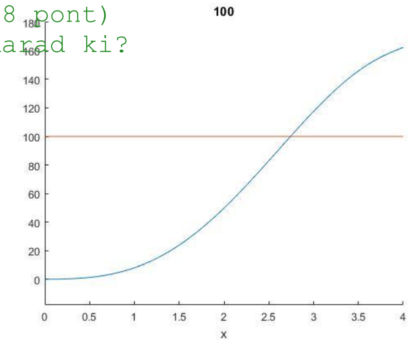
.

a) Olvassa be az **adat01.txt** fájlban található adatokat. Az első oszlopban a magasságok, a második oszlopban a hozzájuk tartozó sugarak vannak méterben. Válassza szét a változókat és jelenítse meg a sugarakat a magasság függvényében! (2 pont)
b) Egy forgástest felszínét (A) és térfogatát (V) a következőképp számíthatjuk ki:
$$A = 2\pi \int_0^L r\,dz; \qquad V = \pi \int_0^L r^2\,dz$$
A beolvasott adatokat használva számítsa ki trapéz szabállyal a torony felszínét és térfogatát (6 pont)!
c) Illesszen köbös másodrendű spline görbét a pontokra és ezt felhasználva számítsa ki a felszínt és a térfogatot Simpson szabály alapján is a Matlab beépített függvényével! Az illesztett függvényt rajzolja be az ábrába is! (8 pont)
d) Az illesztett spline alapján keresse meg, hogy mekkora magasságban van a torony legkeskenyebb része? Mekkora itt az átmérő nagysága? (4 pont)
e) Szeretnék a tornyot lefesteni egy 10 m széles sávban. Hol legyen a sáv, hogy a lehető legkisebb felületet kelljen lefesteni? Ehhez definiáljon egy függvényt, ami adott kezdőponttól kiszámolja a felületet egy 10 m-es sávban, és keresse meg ennek a minimumát! A jó kezdőérték megválasztásához ábrázolja a függvényt (vigyázzon a határok megadásakor, hogy a maximális torony magasságot ne lépje túl)! Adja meg a lefestendő terület nagyságát, a sáv aljának és tetejének magasságát! Mennyibe fog kerülni a festék, ha 1.2 liter festékkel 10 m^2-t lehet lefesteni és 1 liter festék 540 Ft-ba kerül? (8 pont)
f) Számolja ki a torony sugarának értékeit két méterenként a magasság függvényében! (2 pont)
g) Írja ki a kiszámolt pontok adatait egy szöveges fájlba két oszlopba az fprintf használatával, egész számként a magasságokat és 3 tizedesre a hozzájuk tartozó sugár értékeket! (5 pont)

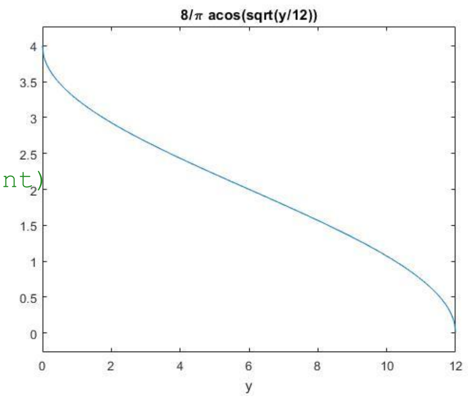
A csoport megoldása:



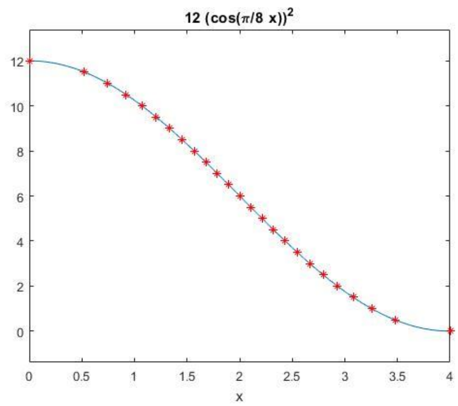

```
%% Gabonasiló, definiálás, ábrázolás (3 pont)
clc; clear all; close all;
y = @(x) 12*(cos(pi/8*x)).^2
figure(1)
ezplot(y,[0,4]);

%% derivált fv. (4 pont)
syms x
dy = diff(y(x)) % -3*pi*cos((pi*x)/8)*sin((pi*x)/8)
dy = matlabFunction(dy)
% @(x)pi.*cos(x.*pi.*(1.0./8.0)).*sin(x.*pi.*(1.0./8.0)).*-3.0

%% Felszín: A = 2*pi*int(x*sqrt(1+(f')^2))dx (6 pont)
fx = @(x) x.*sqrt(1+(dy(x)).^2)
A = 2*pi*integral(fx,0,4) % 162.4232
```




```
%% Mekkora részét tudjuk lefesteni a siló tetejének (8 pont)
% 12 liter festékből (1.2 liter 10m^2)? Mekkora sáv marad ki?
m2 = 12/1.2*10 % 100 m^2
F = @(x) 2*pi*integral(fx,0,x)
figure(2); hold on;
ezplot(F,[0,4])
ezplot('100',[0,4])
F2 = @(x) F(x)-m2
xfestes = fzero(F2,2.5) % 2.7416
yfestes = y(xfestes) % 2.6994 sáv marad ki
```



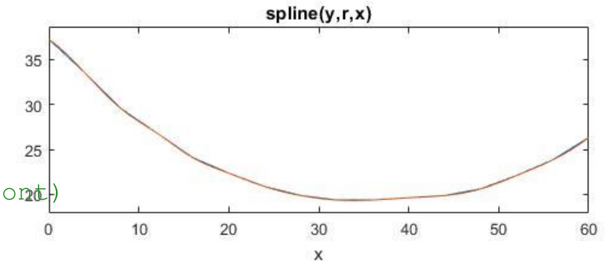

```
%% Térfogat V = pi*int(x^2*dy) (7 pont)
x1 = @(y) 8/pi*acos(sqrt(y/12))
figure(3)
ezplot(x1,[0,12])
x2 = @(x) x1(x).^2
V = pi*integral(x2,0,12) % 179.3619

%% fél méteres szintekhez tartozó sugár értékek (2 pont)
yi = 0:0.5:12;
xi = x1(yi)
figure(1); hold on;
plot(xi,yi,'r*')
```



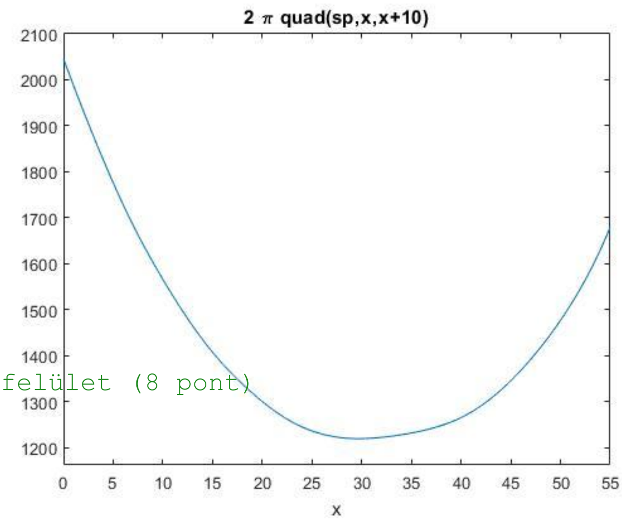

```
%% kiírás fájlba (5 pont)
fid = fopen('silopontok.txt','w');
for i = 1:length(xi)
    fprintf(fid,'%4.1f %.2f\r\n',yi(i),xi(i));
end
fclose(fid)
```

B csoport megoldása:

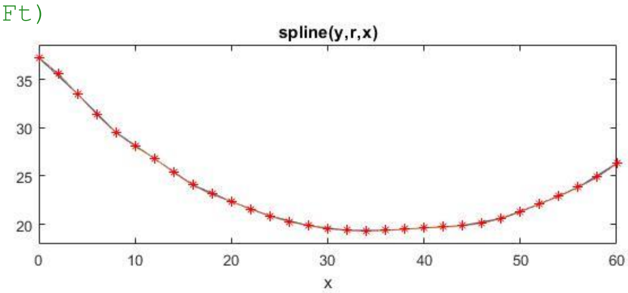
```
% hűtőtorony, % A = 2*pi*int(r*dy), V = pi*int(r^2*dy)
%% a) beolvasás, megjelenítés - (2 pont)
clc; clear all; close all;
adat = load('adat01.txt')
y = adat(:,1); r = adat(:,2);
figure(1); plot(y,r); axis equal;

%% Felület, térfogat - trapéz módszerrel (6 pont)
A = 2*pi*trapz(y,r) % 8.8876e+03
V = pi*trapz(y,r.^2) % 1.0905e+05
```




```
%% %% Felület, térfogat - Simpson módszerrel, spline illesztés (8 pont)
sp = @(x) spline(y,r,x)
hold on; ezplot(sp,[0 y(end)])
A1 = 2*pi*quad(sp,0,y(end)) % 8.8752e+03
R2 = @(x) sp(x).^2;
V1 = pi*quad(R2,0,y(end)) % 1.0866e+05

%% legkeskenyebb pont (4 pont)
y0 = 35;
ymin = fminsearch(sp,y0) % 33.8887
rmin = sp(ymin) % 19.3167
dmin = rmin*2 % 36.5636

%% 10 méter széles sáv lefestése, minimális felület (8 pont)
A10 = @(x) 2*pi*quad(sp,x,x+10)
figure(2)
ezplot(A10,[0, 50])
saveleje = fminsearch(A10,30) % 29.6742
savvege = saveleje + 5 % 34.6742
felulet = A10(saveleje) % 1.2202e+03
% festék ára (10m^2 - 1.2 liter, 1 liter 540 Ft)
liter = felulet/10*1.2 % 146.4203
ar = liter*540 % 7.9067e+04
```




```
%% Sugár értékek méterenként (2 pont)
ym = 0:2:60;
rm = sp(ym);
figure(1); plot(ym,rm,'r*')
```




```
%% kiírás fájlba (5 pont)
fid = fopen('toronypontok.txt','w');
for i = 1:length(ym)
    fprintf(fid,'%2d %6.3f\r\n',ym(i),rm(i));
end
fclose(fid)
```