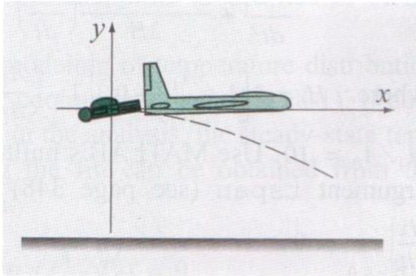
MINTA ZÁRTHELYIK 2.

1. Feladat

Egy ejtőernyős kiugrik egy egyenesen, vízszintesen haladó repülőből. Az ejtőernyős mozgása közelítőleg az alábbi egyenletrendszerrel írható le:



$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{\gamma}{m}\left(\frac{dx}{dt}\right)\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -g - \frac{\gamma}{m}\left(\frac{dy}{dt}\right)\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$$

ahol x és y az ejtőernyős pozíciója, az ábrán látható koordináta rendszernek megfelelően.

$m = 80\ kg; g = 9.81 m/s^2;\ \gamma\ = 5.38\ Ns^2/m^2$

A kezdeti feltételek:

$$x(0) = 0; y(0) = 0;\ \left.\frac{dx}{dt}\right|_{t=0} = 134\ m/s;\ \left.\frac{dy}{dt}\right|_{t=0} = 0;$$

Határozza meg az ejtőernyős mozgásának pályáját az első 5 másodpercben. A két másodfokú közönséges differenciál egyenletet vezesse vissza 4 elsőfokú közönséges differenciál egyenletre és oldja meg a feladatot tetszőleges módszerrel.

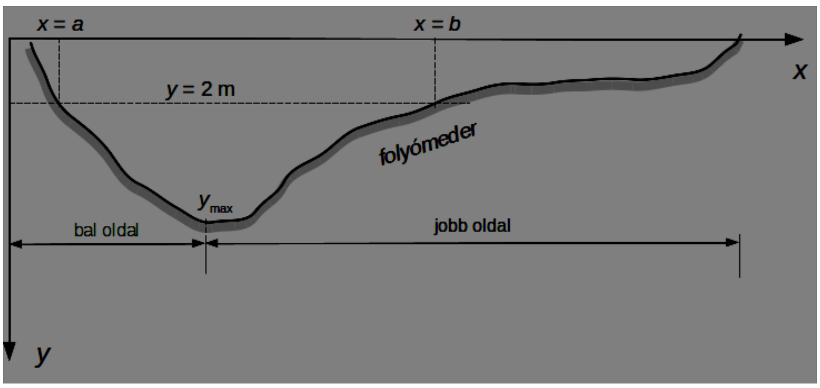
a) Vezesse vissza a feladatot új változók bevezetésével 4 elsőrendű differenciál egyenletre, és írja meg a rendszert reprezentáló Matlab függvényt! (Ez lehet egysoros függvény is, vagy külön függvényben is megadva)
b) Oldja meg az egyenletrendszert tetszőleges módszerrel az első 5 másodpercre, felhasználva a 4 kezdeti értéket!
c) Rajzolja fel az ejtőernyős pályáját az xy koordináta rendszerben! Két másik ábrába rajzolja fel a következő foronómiai görbéket: x,y elmozdulás és v_x, v_y sebességek az idő függvényében!
d) Mennyi 5 másodperc után az elmozdulás és a sebesség a két koordináta tengely irányában?
e) Mennyi a függőleges elmozdulás 2.25 másodperc után?
f) Az ejtőernyős 1500 m-es magasságban nyitja ki az ejtőernyőjét. Mikor éri el ezt a magasságot, ha a repülőgép az ugráskor 2000 m-en haladt? (Ehhez modellezze hosszabb intervallumra, pl. egy percre az ejtőernyős pályáját!)

2. Feladat

Adottak a Tisza Mártély és Mindszent közötti szakasza egy szelvényében a felmért folyómeder pontjainak (x, y) koordinátái a `szelveny.txt` állományban. Az x koordináták az első, az y meder mélység adatok a második oszlopban találhatók. A meder bal- illetve jobb oldali végpontja egyaránt az $y = 0$ m-es szinten található.

Oldja meg az alábbi feladatokat

1) Olvassa be az adatokat egy mátrixba és válassza külön egy-egy vektorba az x és y koordinátákat.
2) Határozza meg spline interpolációval a meder alakját. Írja meg az interpoláció egysoros $y_S(x)$ függvényét és rajzolja fel az $y_S(x)$ függvény segítségével a szelvényt a minimális x_{min} és maximális x_{max} koordináták között.
3) Határozza meg numerikus integrálással, Simpson-szabállyal a meder teljes F keresztmetszeti területét. Az integrálást végezze a meder spline interpoláció függvényével az x_{min} és x_{max} határok között.
4) Spline interpolációval vegyen fel a meder teljes szélességében az x koordináta szerint egyenletesen elhelyezkedő 200 pontot. Az így kapott poligon területét trapézokra bontással határozza meg, és hasonlítsa össze a numerikus integrálással kapott eredménnyel.
5) Határozza meg a folyómeder *nedvesített* kerületét (az előző pontban kapott poligon hosszát) $y = 0$ m-es vízállás esetében.
6) Határozza meg a keresztmetszet $F(y = 2)$ területét az ábrán látható $y = 2$ m-es vízállás esetében is numerikus integrálással, Simpson-szabállyal. Ehhez meg kell határoznia az ábrán látható $x = a$ és $x = b$ integrálási határokat, valamint el kell tolnia a folyómeder görbéjét 2 m-el az y tengellyel ellentétes irányban. Az integrálási határokat az $y_S(x) - 2 = 0$ nemlineáris egyenlet gyökkeresésével kaphatja meg. A megfelelő kezdőértékeket az ábráról veheti.
7) Határozza meg a meder bal- és jobb szakaszának (a meder legmélyebb pontjától balra, illetve jobbra eső szakaszoknak, lásd az ábrát) az $x_{bal}(y)$ és $x_{jobb}(y)$ inverzfüggvényeit spline interpolációval. Rajzolja fel egy-egy ábrán ezeket a függvényeket. (4 pont)
8) Határozza meg a keresztmetszet y mélység szerint változó $F(y)$ függvényét numerikus integrálással, Simpson-szabállyal. Az integrálási határok megállapításához használja az előző pontban megírt inverzfüggvényeket. Ábrázolja egy új ábrán az $y = (0, 9)$ tartományban a kapott mélység-keresztmetszet függvényt.



3. Feladat

Adottak egy ismeretlen sugarú és helyzetű gömb felületének lézerszkenneres mérési adatai a `gomb.txt` állományban. Ebben az állományban az első, második és harmadik oszlopban a mért pontok (x_i, y_i, z_i) koordinátái találhatók. Határozzuk meg a mért pontokra legjobban illeszkedő gömb R sugarát és a középpontjának (x_0, y_0, z_0) koordinátáit. A regressziós felület egyenlete $(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + (z_i - t_0)^2 - R^2 = 0$. Ha bevezetjük az R sugár helyett a $d = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 - R^2$új paramétert, akkor a feladatot *lineáris* regresszióként írhatjuk fel az alábbi alakban

$$x_i^2 + y_i^2 + z_i^2 = 2x_i x_0 + 2y_i y_0 + 2z_i z_0 - d,$$

ahol a bal oldalon a mért mennyiségek, jobb oldalon pedig a $p = (x_0, y_0, z_0, d)$paraméterekre nézve lineáris függvény található.

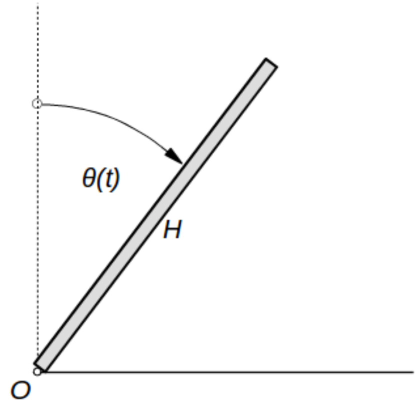
Oldja meg az alábbi feladatokat:

1) Olvassa be az adatokat egy mátrixba és válassza külön egy-egy vektorba az *x*, *y* és *z* koordinátákat.
2) Rajzolja fel a mért pontokat egy térbeli ábrán.
3) Határozza meg lineáris regresszióval, a Matlab beépített függvényével az ismeretlen paraméterek értékét. Figyeljen arra, hogy a mérési vektor most a regressziós egyenlet bal oldalán található $x_i^2 + y_i^2 + z_i^2$ mennyiségeket tartalmazza.
4) Számítsa ki a legjobban illeszkedő gömb sugarát és írassa ki ezt az eredményt, valamint a gömb középpontjának a koordinátáit.
5) Rajzolja fel a mért pontokat tartalmazó ábrába a legjobban illeszkedő gömböt paraméteres felületként. A gömb paraméteres egyenletei $u \in (0, \pi), v \in (0,2\pi)$:
$$x(u,v) = R\sin(u)\cos(v)$$
$$y(u,v) = R\sin(u)\sin(v).$$
$$z(u,v) = R\cos(u)$$
6) Számítsa ki mért pontoknak az illeszkedő gömbtől vett *sugár irányú* eltérései *előjeles* összegét (ha a mért pont a gömb felszíne fölött van, akkor az eltérés pozitív, egyébként negatív). Egy külön ábrán rajzolja fel az eltéréseket.

4. Feladat

Az ábrán látható $H = 2$ m hosszú, az O pontban csuklósan befogott rúd kezdetben a függőlegessel $\theta_0 = 1°$-os szöget zár be. Ebben a helyzetben elengedjük a rudat és az eldől. A rúd helyzetét a t időpontban a függőlegessel bezárt $\theta(t)$ szög jellemzi. A rúd mozgását az alábbi másodrendű differenciálegyenlettel írhatjuk le ($g = 9.81$ m/s^2):

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = \frac{3g}{2H} sin\theta.$$



Oldja meg az alábbi feladatokat:

1) Alakítsa át a másodrendű egyenletet két elsőrendű egyenletből álló rendszerré és írja meg a jobb oldalak egysoros függvényét
2) Oldja meg a differenciálegyenlet-rendszert a t =[0, 2] tartományon, a Matlab beépített 4. rendű ode45 Runge-Kutta módszerével. A relatív hiba legyen 10^{-4} , az abszolút hiba pedig 10^{-5}. A $t = 0$ időpontban a rúd helyzete: $\theta = \pi/180$, szögsebessége: $d\theta/dt = 0$. Ábrázolja a $\theta(t)$ szögre kapott megoldást
3) Írja meg a $\theta(t)$ spline interpolációját végző egysoros függvényt
4) Határozza meg az előző interpolációs függvény segítségével azt a t_v időpontot amikor a rúd éppen vízszintes helyzetben van, vagyis $\theta(t_v) = \pi/2$. Rajzolja be ezt a helyzetet az ábrába
5) Valamely θ szöggel jellemzett helyzetben a rúd O pontjától $H{\cdot}x$ távolságban található keresztmetszetben a hajlításból származó legnagyobb σ feszültség értéke

$$\sigma(x,\theta) = \frac{dmgH}{8I} sin\theta(x^3 - 2x^2 + x) = 4.057 sin\theta(x^3 - 2x^2 + x)\ [MPa]$$

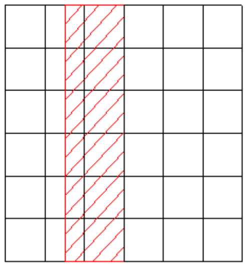
   ahol $d = 2$ cm a rúd vastagsága, $m = 2.2$ kg a tömege, $I = 1.33$ cm^4 a négyzet alakú rúd keresztmetszet súlyponti tengelyére vonatkozó inerciája. Írja meg a $\sigma(x, \theta)$ egysoros függvényét (vektorosan)
6) Rajzolja fel a rúd teljes H hossza mentén a hajlításból származó feszültségek eloszlását a $\theta = 0.5$ értékére a $\sigma(x, \theta)$-nak az előző pontban megírt egysoros függvényét felhasználva
7) A rúd O pontjától mérve hány m-re található az a keresztmetszet, ahol maximális a σ feszültség értéke? (Használja a Matlab beépített függvényét a $-\sigma(x)$ minimuma megkeresésére)

5. Feladat

A ***felszin.dat*** és ***agyag.dat*** állományokban egy felszín alatti agyagmező feltárásához végzett területszintezés és ehhez kapcsolódó próbafúrások adatait rögzítették. A szintezést és a fúrásokat egy 7x7-es szabályos rácsháló sarokpontjaiban végezték el. A terület mérete 600x600 m, a bal alsó sarok koordinátája [3200,1400]. Az adatállományokban a mérési eredmények északról délre és nyugatról keletre változnak.

Ezen adatok felhasználásával oldja meg az alábbi feladatokat.

1) Olvassa be a megadott állományokat és állítsa elő a rács x,y koordinátáit is!
2) A pontokra illesszen egy-egy harmadfokú spline felületet, és jelenítse meg a két szintfelületet egy közös ábrán!
3) Határozza meg a szintfelületek közé eső tartomány térfogatát és ezzel becsülje meg az agyagmező eléréséhez szükséges tereprendezés térfogatát!
4) A kitermelést egy 150x600 m-es, a koordináta-tengelyekkel párhuzamos sávban kívánják elvégezni (lásd ábra) úgy, hogy az agyagot 120 m-es szintig bányásszák ki. Hol válasszák meg ezt a sávot, hogy a kitermelt agyag mennyisége a lehető legnagyobb legyen? Ennek a kérdésnek a megválaszolásához az alábbi eljárást alkalmazza:



   a) Definiáljon egy egysoros függvényt, ami egy tetszőleges x koordináta esetén megadja az innen induló 150x600 m-es tartományba eső agyag mennyiségét.
   b) Ezen függvény felhasználásával számítsa ki 50 m-es lépésközzel a területet lefedő tartományokba eső agyag mennyiségét. Ábrázolja is az eredményt! (A feladat megoldásához használjon ciklust, mivel a Matlab kettős integrált használó algoritmusai nem fogadnak el vektorváltozókat. Figyeljen, hogy a tartomány ne lógjon ki a teljes 600x600-as területről!)
   c) Illesszen spline görbét az előbb meghatározott adatokra, rajzolja be az előbbi ábrába és keresse meg a maximumát! Mi lesz az ehhez az elemhez tartozó területnek a bal alsó koordinátája? Ez adja meg a kereset terület helyzetét.
5) Hány százaléka lesz az így kitermelhető agyag mennyisége a megadott 120 m-es szintig kitermelhető teljes (becsült) agyagmennyiségnek?

MEGOLDÁSOK

1. Feladat

a. Vezessünk be két új változót az első deriváltakra, vagyis a koord. tengelyek szerinti sebességekre: $\frac{dx}{dt} = u$ és $\frac{dy}{dt} = w$, alakítsuk át négy elsőrendű differenciálegyenletté a két másodrendű egyenletet:

$$f_1 = \frac{dx}{dt} = u$$

$$f_2 = \frac{du}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{\gamma}{m}\left(\frac{dx}{dt}\right)\sqrt{\left(\frac{\mathrm{dx}}{\mathrm{dt}}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} = -\frac{\gamma}{m}u\sqrt{u^2+w^2}$$

$$f_3 = \frac{dy}{dt} = w$$

$$f_4 = \frac{dw}{dt} = \frac{d^2y}{dt^2} = -g - \frac{\gamma}{m}\left(\frac{dy}{dt}\right)\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} = g - \frac{\gamma}{m}w\sqrt{u^2+w^2}$$

A változóink legyenek az *xy* vektorban: $xy = [x; u; y; w]$. Írjuk fel Matlab-ban az egyenletrendszert, most egysoros függvényként:

```
g = 9.81; gamma = 5.38; m = 80;
xydiff = @(t,xy) [xy(2);
                  -(gamma/m)*xy(2)*sqrt(xy(2)^2+xy(4)^2);
                  xy(4);
                  -g-(gamma/m)*xy(4)*sqrt(xy(2)^2+xy(4)^2)]
```

b. Oldjuk meg a feladatot!

```
% Egyenletrendszer megoldása beépített függvénnyel az első 5 másodpercben
[T,XY]=ode45(xydiff,[0,5],[0; 134; 0; 0])
X = XY(:,1); U = XY(:,2); Y = XY(:,3); W = XY(:,4);
```

c. Rajzoljuk fel a megoldásokat!

```
%% Az ejtőernyős pályája xy koordináta rendszerben
figure(1); plot(X,Y)
title('Az ejtőernyős pályája az első 5 másodpercben')
%% x,y koordináta az első 5 másodpercben
figure(2); plot(T,X,T,Y);
legend('x koordináta','y koordináta','Location','best')
title('Az x,y irányú elmozdulás az idő függvényében')
%% x,y irányú sebesség az első 5 másodpercben (foronómiai görbék)
figure(3); plot(T,U,T,W);
```

```
legend('x irányú sebesség','y irányú sebesség','Location','best')
title('Az x,y irányú sebesség az idő függvényében')
```

d. Elmozdulás és sebesség 5 másodperc után

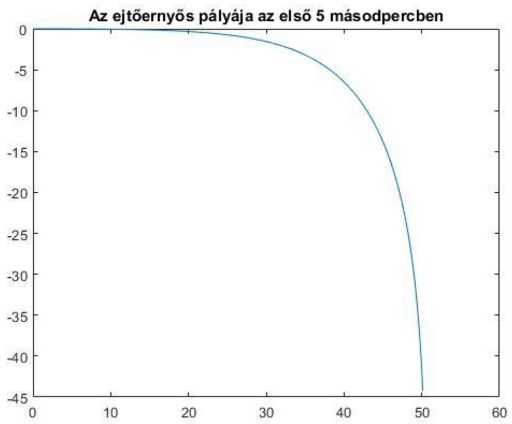
```
%% Elmozdulás és sebsesség 5 másodperc után a koordináta tengelyek irányában
disp('vízszintes elmozdulás 5s után: '); disp(X(end)) % 50.1310
disp('függőleges elmozdulás 5s után: '); disp(Y(end)) % -44.2489
disp('vízszintes sebesség 5s után: '); disp(U(end)) % 0.5648
disp('függőleges sebesség 5s után: '); disp(W(end)) % -12.0214
```

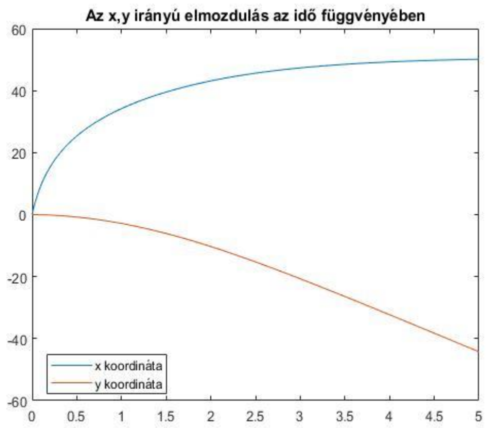
e. Mennyi a függőleges elmozdulás 2.25 másodperc után?

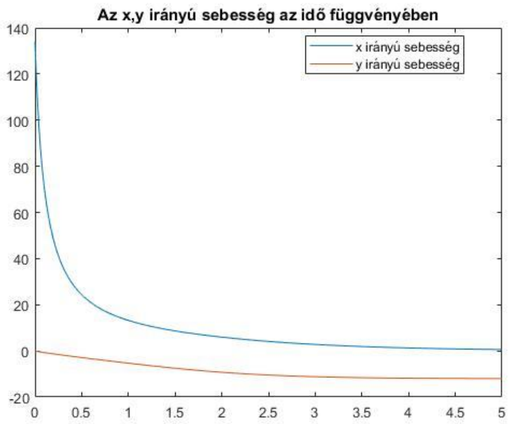
```
%% Mennyi függőleges elmozdulás 2.25 másodperc után?
ysp = @(x) spline(T,Y,x);
ysp(2.25) % -12.7098 y irányú elmozdulás 2.25 másodperc után
```

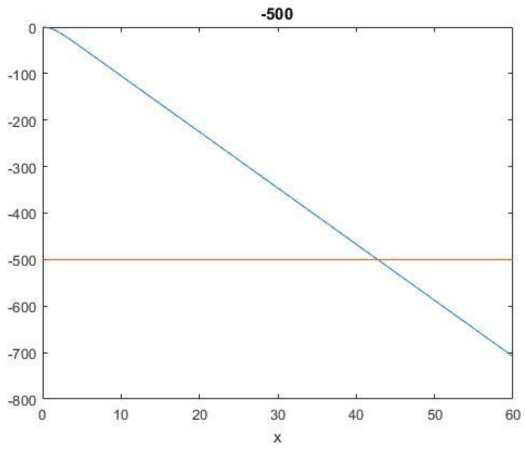
f. A függőleges elmozdulás: (2000 m-ről 1500 m-re): y=-500 m. Ehhez számoljuk ki hosszabb intervallumon, mondjuk 1 perc esetén, az elmozdulás értékeket!

```
%% f) A függőleges elmozdulás mikor lesz -500 m?
[T,XY]=ode45(xydiff,[0,60],[0; 134; 0; 0]);
X = XY(:,1);U = XY(:,2); Y = XY(:,3); W = XY(:,4);
Y(end) %  -708.4927 m
figure(4); plot(T,Y); hold on; ezplot('-500',[0 60]);
ysp = @(x) spline(T,Y,x);
h = @(x) ysp(x)+ 500;
nyitas = fzero(h,40) %  42.7377 s
```









2. Feladat

```
clc; clear all; close all;
% 1.) adatok beolvasása - folyómeder
xy = load('szelveny.txt');
% adatok szétválasztása
x = xy(:,1); y = xy(:,2);

% 2.)spline interpoláció
ys = @(u) spline(x,y,u);
% ábra készítése
xmin = min(x);xmax = max(x);
ezplot(ys,[xmin,xmax])

% 3.) keresztmetszeti terület meghatározása Simpson-szabállyal
Aq = quad(ys,xmin,xmax) % Aq = 758.7124

% 4.) spline interpolációval a szelvény 200 pontjának meghatározása
xv = linspace(xmin,xmax,200); yv = ys(xv);
% poligon területének számítása trapézokra bontással
xv1 = [xv,xv(end)]; yv1 = [yv,yv(end)];
Tp = trapz(xv1,yv1) % Tp =  758.6506

% 5.) nedvesített kerület meghatározása poligon hosszaként
dx = diff(xv); dy = diff(yv);
% a nedvesített kerület
s = sum(sqrt(dx.^2+dy.^2)) % s =  142.3642

% 6.) terület meghatározása 2 m-es vízállás esetén
% ábra a vízállásról
hold on; ezplot('2',[xmin,xmax])
% metszéspontok számítása
y2 = @(x) ys(x)-2;
a = fzero(y2,5) % a = 7.9048
b = fzero(y2,140) % b =  139.714
% integrálás Simpson-szabállyal
A2 = quad(y2,a,b) % A2 = 486.2315

% 7.) maximumhely keresése (meder legmélyebb pontja)
ysm = @(u) spline(x,-y,u);
fminsearch(ysm,45) % 45.2252
% meghatározzuk az inverz függvényeket
% bal oldal
xa = linspace(xmin,45,50); ya = ys(xa);
```

```
ysa = @(u) spline(ya,xa,u);
% jobb oldal
xb = linspace(46,xmax,150); yb = ys(xb);
ysb = @(u) spline(yb,xb,u);
% felrajzoljuk
figure(2); ezplot(ysa,[0,9])
figure(3); ezplot(ysb,[0,9])

% 8.) változó h mélységre felírt folyómeder alak függvénye
yh = @(x,h) ys(x)-h;
% numerikus integrálás az inverzfüggvényekből kiszámított határok között
Ah = @(h) quad(@(x) yh(x,h),ysa(h),ysb(h));
figure(4); ezplot(Ah,[0,9])
```

3. Feladat

```
% gömb illesztése
clc; clear all; close all;
% 1.) adatok beolvasása, változók szétválasztása
xyz = load('gomb.txt');
x = xyz(:,1);y = xyz(:,2);z = xyz(:,3);
% adatok száma
n = length(x);

% 2.) felrajzoljuk az adatokat
scatter3(x,y,z,'filled')

% 3.) a gömb illesztése
% yr mérési vektor
b = x.^2 + y.^2 + z.^2;
% A alakmátrix
A = [2*x, 2*y, 2*z, -ones(n,1)];
% regresszió számítása
[p pint h] = regress(b,A)
% vagy
p = A\b

% 4.) illeszkedő gömb sugara
R = sqrt((p(1)^2+p(2)^2+p(3)^2)-p(4)) % R = 5.0496
% gömb középpontja
p(1:3) % 1.0510, 2.1116, 1.5695

% 5.) ábrázoljuk a regressziós gömböt paraméteres felületként
% x->x0+R*sin(t)*cos(s)
% y->y0+R*sin(t)*sin(s)
% z->z0+R*cos(t)
figure(1); hold on
ezsurf('1.05+5.05*sin(t)*cos(s)','2.11+5.05*sin(t)*sin(s)','1.57+5.05*cos(t
)',[0,pi,-pi,pi])

% 6.) az illeszkedő gömbtől vett sugár irányú eltérések előjeles összege
% pontok távolsága a gömb középpontjától
Rp = sqrt((x-p(1)).^2+(y-p(2)).^2+(z-p(3)).^2);
% eltérések
dR = Rp-R;
% előjeles összeg
sum(dR) %-0.2117
% ábrázoljuk az eltéréseket
figure(2);
bar(dR)
```

4. Feladat

```
% csuklósan befogott rúd ledőlése
clear all; clc; close all
% 1) a megadott differenciálegyenlet jobb oldalának egysoros függvénye
%    elsőrendű rendszerré átalakítva
H = 2;
dthdt = @(t,th) [th(2);3*9.81/(2*H)*sin(th(1))]

% 2) az egyenlet megoldása a t=(0,2) tartományon és ábra
options = odeset('RelTol', 1e-4, 'AbsTol',[1e-5 1e-5]);
th0 = pi/180;
[T,X]=ode45(dthdt,[0,2],[th0;0], options);
plot(T,X(:,1))

% 3) a megoldás spline interpolációs függvénye
ths = @(t) spline(T,X(:,1),t)

% 4) a vízszintes helyzet elérésének időpontja
f = @(t) ths(t)-pi/2
% t kezdőértéke az ábráról 2.0
tv = fsolve(f,2.0) %tv =  1.9342
% berajzoljuk az ábrába
hold on; plot(tv,ths(tv),'ro')

% 5) hajlítófeszültség értéke - egysoros függvény vektorosan
sigma = @(x,theta) 4.057*sin(theta).*(x.^3-2*x.^2+x)

% 6) hajlítófeszültség eloszlása a theta=0.5 értékére
% a rúd 2 m-es hosszára átskálázott sigma
sigs = @(x) sigma(x/2,0.5)
figure(2); ezplot(sigs , [0,2])

% 7) a rúd melyik keresztmetszetében lesz maximális a feszültség?
% kezdeti érték az ábráról 0.6
lmax = fminunc(@(x) -sigs(x), 0.6) %lmax =  0.6667
% berajzoljuk
hold on; plot(lmax,sigs(lmax),'ro')
```

5. Feladat

```
% 1) felszín, agyag beolvasás
clc;clear all; close all;
%%  A felszín és  az agyagszint magasságainak a beolvasása
Zf=load('felszin.dat')
Za=load('agyag.dat')
%  A rácspontok x,y koordinátái
x=3200:100:3800;
y=2000:-100:1400;     % Az adatok sorrendje!
%  A rács előállítása
[X,Y]=meshgrid(x,y)

%% 2)  Alkalmazzunk köbös spline interpolációt mindkét felületre
F=@(u,v)interp2(X,Y,Zf,u,v,'cubic');
A=@(u,v)interp2(X,Y,Za,u,v,'cubic');
figure(1);hold on;
ezsurf(F,[3200,3800,1400,2000]) %  A felszín megjelenítése
ezsurf(A,[3200,3800,1400,2000]) %  Az agyag réteg megjelenítése
```

```
%% 3)  A terep alatti földtömeg számítása a Simpson szabály alapján
(integrálás)
Vf=integral2(F,3200,3800,1400,2000) % 4.6027e+07
Va=integral2(A,3200,3800,1400,2000) % 4.4968e+07
%  A tereprendezés térfogata
Vagyag=Vf-Va %  1.0594e+06

%% 4) Agyagkitermelés a megadott tartományon
% a) feladat
agyag = @(x) integral2(A,x,x+150,1400,2000)-120*150*600

% b) a maximális x koord. 3650 m lehet, hogy a sáv ne lógjon ki a
területről
x50 = 3200:50:3650;
for i=1:length(x50)
    agyag50(i) = agyag(x50(i));
end
figure(2)
plot(x50,agyag50,'r');

% c) feladat
intsp = @(u) spline(x50,agyag50,u);
figure(2); hold on;
ezplot(intsp,[3200,3650])
intsp1 = @(x) -intsp(x) % maximum kereséshez -1 szeres fv.
maxhely = fminsearch(intsp1,3300) % 3.2997e+03
maxagyag = intsp(maxhely) % 5.9344e+05
plot(maxhely,maxagyag,'ro')
% A keresett terület bal alsó koordinátái: 3299.7; 1400

%% 5) Maximálisan kitermelhető agyag a teljes területen 120 m-ig
agyagosszes = integral2(A,3200,3800,1400,2000)-120*600*600 %  1.7680e+06
%  Százalékos arány számítása
agyag_szazalek = maxagyag/agyagosszes*100 % 33.5658
```