

1. házi feladat: Kálmán szűrés

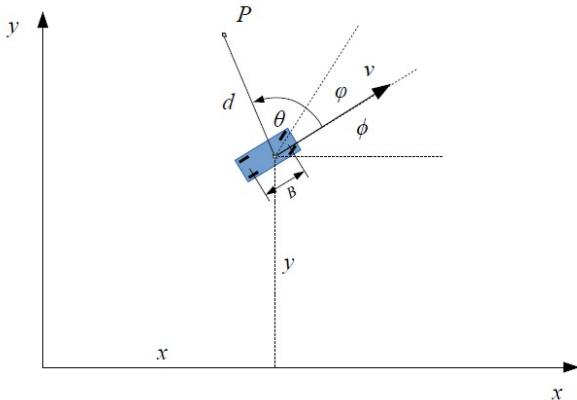
A feladat egy mozgó mérőkocsiról egy rögzített prizma végzett távolság és iránymérések feldolgozása kibővített Kálmán szűréssel.

A NEPTUNKÓD . dat állományban egy rögzített, $P = (X, Y) = (5, 5)$

koordinátájú helyen levő

prizmára egy mozgó

mérőkocsiról $\Delta t = 1$ másodpercenként rögzített távolság és szögmérések vannak az alábbi formában:



8.8575 -0.8125361

9.2263 -0.6643254

9.6070 -0.5230728

...

Az első oszlopban a távolság található (m), a második oszlopban pedig a prizmára mutató iránynak a mérőkocsi tengelyével bezárt szöge (rad).

Feladat: A mérőkocsi (x, y) pozíciójának és a koordináta-rendszer x tengelyével bezárt ϕ szögének a kiszámítása a 60 mérési epochában kibővített Kálmán szűréssel. Ábrázolja a kocsi becsült helyzeteit az egyes mérési időpontokban és a helyzet becsléshez tartozó kovariancia mátrixból kiszámított hibaellipsziseket.

A kocsí vezérlését a konstans $u = [v_k; \varphi_k] = [-0.5; 0.1]$ oszlopvektor írja le, melynek első eleme a kocsi sebessége, a második pedig a jármű kerekének a mérőkocsi tengelyével bezárt szöge (radiánban). A konstans vezérlés miatt a jármű körpályán halad. A kocsi B tengelytávolsága 0.5 m.

A számításhoz ismert a kocsi kiinduló állapota: $x = [0; -2; 0]$. Az állapotvektor első eleme az x , a második az y koordináta (m), a harmadik eleme pedig a kocsi tengelyének az x tengellyel bezárt ϕ szöge (mely az y felé mérve pozitív).

A rendszer állapot zaj kovariancia mátrixa:

$$Q = [0.1, 0, 0; 0, 0.1, 0; 0, 0, 0.0002]$$

A mérési vektor (z) elemei a mért d távolság és a mért θ szög: $z = [d; \theta]$

A mérési zaj kovariancia mátrixa: $R = [0.01, 0; 0, 0.00001]$

A kezdeti rendszer állapot kovariancia mátrixa: $P = 10 * Q$

A nem lineáris állapot átmeneti egyenlet (q_k a rendszer állapot zaj):

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \\ \phi_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_k + \Delta t \cdot v_k \cos(\phi_k + \varphi_k) \\ y_k + \Delta t \cdot v_k \sin(\phi_k + \varphi_k) \\ \phi_k + \Delta t \frac{v_k}{B} \sin(\varphi_k) \end{bmatrix} + q_k$$

A nem lineáris mérési egyenlet (r_k a mérési zaj):

$$z_k = \begin{bmatrix} d_k \\ \theta_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{(X - x_k)^2 + (Y - y_k)^2} \\ \arctan\left(\frac{Y - y_k}{X - x_k}\right) - \phi_k \end{bmatrix} + r_k$$

A szükséges Jacobi mátrixok:

$$\left[\frac{\partial f}{\partial x} \right] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\Delta t \cdot v_k \sin(\phi_k + \varphi_k) \\ 0 & 1 & \Delta t \cdot v_k \cos(\phi_k + \varphi_k) \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{és} \quad \left[\frac{\partial h}{\partial x} \right] = \begin{bmatrix} \frac{x_k - X}{d_k} & \frac{y_k - Y}{d_k} & 0 \\ -\frac{y_k - Y}{d_k^2} & \frac{x_k - X}{d_k^2} & -1 \end{bmatrix}$$

A Kálmán szűrő lépései

1. Predikció

$$\hat{x}_k^- = f(\hat{x}_k, u_k), \quad P_{k+1}^- = \left[\frac{\partial f}{\partial x} \right] P_k \left[\frac{\partial f}{\partial x} \right]^T + Q_k$$

2. Frissítés

$$\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_k^- + K_{k+1} [z_k - h(\hat{x}_k^-)], \quad P_{k+1} = P_{k+1}^- - K_{k+1} S_{k+1} K_{k+1}^T,$$

ahol

$$K_{k+1} = P_{k+1}^- \left[\frac{\partial h}{\partial x} \right]^T S_{k+1}^{-1} \quad \text{és} \quad S_{k+1} = \left[\frac{\partial h}{\partial x} \right] P_{k+1}^- \left[\frac{\partial h}{\partial x} \right]^T + R_{k+1}$$

A számításához segítségképpen megadunk néhány Matlab (Octave) eljárást

```
function [zhat, dh] = meres(x,X)
```

```
d = sqrt((x(1)-X(1))^2 + (x(2)-X(2))^2)
zhat = [ d ; -atan2(X(2)-x(2),X(1)-x(1))-x(3) ]
dh = [ -(x(1)-X(1))/d      -(x(2)-X(2))/d      0
       -(x(2)-X(2))/(d^2) (x(1)-X(1))/(d^2) -1 ]
```

```
function [xnew, xnewdot] = atmenet(x, u)
```

```
B = 0.5;
xnew = x;
xnew(1) = x(1) + u(1)*cos(x(3)+u(2));
xnew(2) = x(2) + u(1)*sin(x(3)+u(2));
xnew(3) = x(3) + u(1)/B*sin(u(2));

xnewdot = [ 1 0 -u(1)*sin(x(3)+u(2))
            0 1  u(1)*cos(x(3)+u(2))
            0 0  1                               ];
```

```
function [xpred, Ppred] = predikcio(fuggveny, x, u, P, Q)
```

```
[xpred, df] = feval(fuggveny, x, u);  
Ppred = df*P*df' + Q;
```

```
function [xnew, Pnew] = frissit(xpred, Ppred, z, meresi_fv,  
X, R)
```

```
[zhat, dh] = feval(meresi_fv, xpred, X);  
nu = zhat - z;           %% innováció  
S = R + dh*Ppred*dh';   %% innováció kovarianciája  
K = Ppred*dh'*inv(S);   %% Kálmán mátrix  
xnew = xpred + K*nu;    %% új állapot  
Pnew = Ppred - K*S*K';  %% új kovariancia
```



```
function x = normalgen(mu, P)
%% normál eloszlású x vektor előállítása
%% mu átlaggal és P kovarianciával

    x = sqrtm(P)*randn(size(mu)) + mu;
```

A kezdeti értékek:

```
u = [ -0.5; 0.1 ]; % a vezérlési vektor (konstans)
XP = [5, 5]; % a prizma helyzete
Q = [ 0.1 0 0
      0 0.1 0
      0 0 0.0002];
R = [ 0.01 0
      0 0.00001 ];
xhat = [0; -2; 0 ];
P = 10*Q;
```

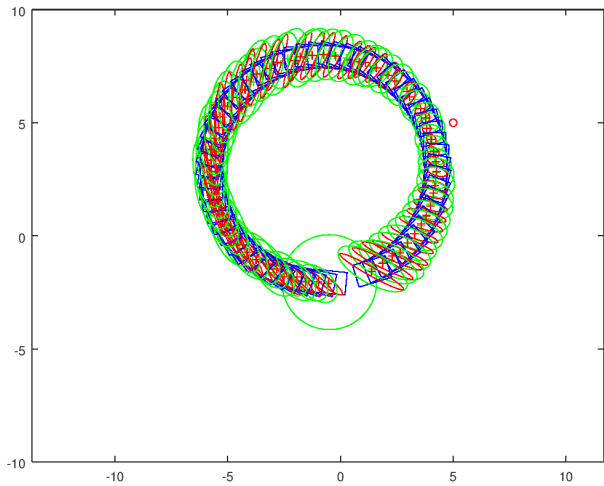
Epochánkénti számítás:

```
w = normalgen([0;0;0], Q);           % folyamat zaj
x = atmenet(x, u); + w;             % állapot számítása

% z-ben az epochához tartozó mérés van!

% predikció
[xpred, Ppred] = predikcio('atmenet', xhat, u, P, Q);

% frissítés
[xhat, P] = frissit(xpred, Ppred, z, 'meres', XP, R);
```



Beandandók

1. Rövid műszaki leírás (a feladat leírása, kiinduló adatok és számítási összefüggések a használt jelölések értelmezésével, a számításhoz használt eszközök)
2. Eredmények (a becsült rendszer állapot és kovarianciája az egyes időpontokban számszerűen, valamint ábrán szemléltetve a prizma és a kocs helyzetét és a helyzet becsléséhez tartozó hibaellipsziseket)
3. Az eredmények értelmezése (mit mutatnak a helyzet becslésének hibáját szemléltető hibaellipszisek?)