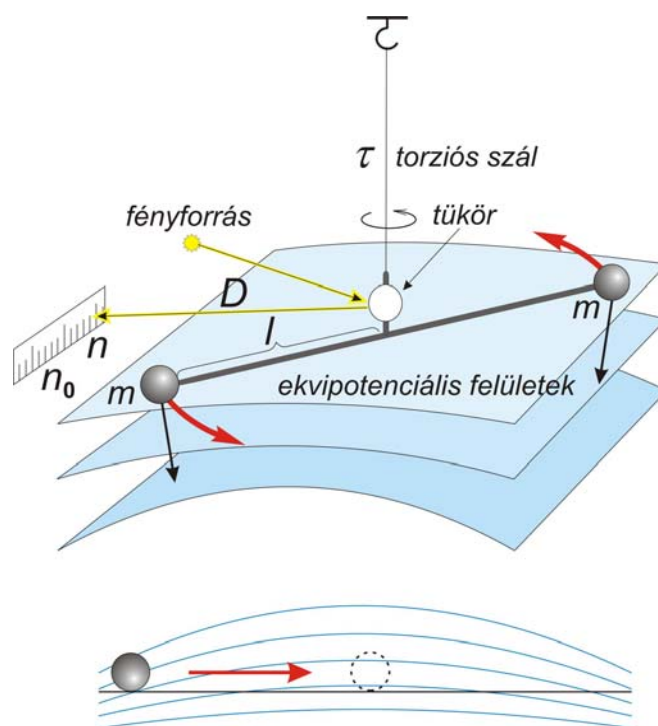


Fizikai geodézia és gravimetria / 5.

GRADIENSEK MEGHATÁROZÁSA

A nehézségi erőtér abszolút és relatív meghatározási módszere mellett harmadik lehetőség a gradiensek mérése. A gradiens-mérésekből megkapjuk, hogy a különböző irányokban, egységnyi távolságon mennyivel változik meg a nehézségi erő értéke. A gradiensek meghatározására az Eötvös-ingák és az ún. gradiométerek szolgálnak.

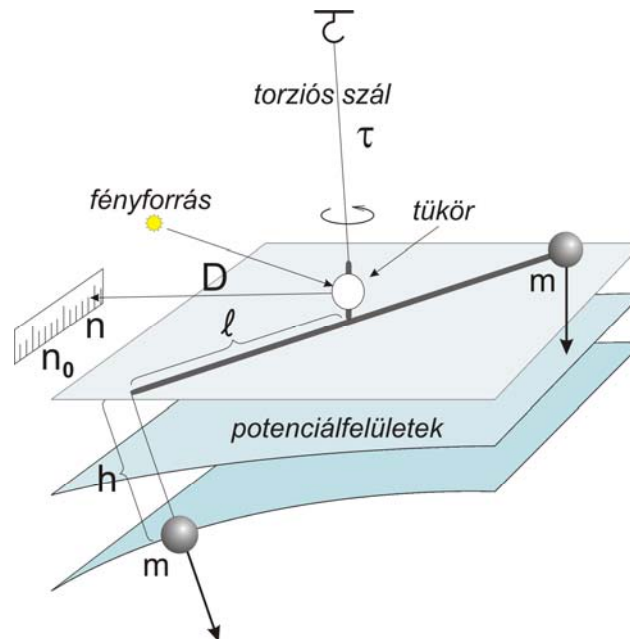
A Coulomb-ingával végzett kísérletei során Eötvös Loránd azt tapasztalta, hogy ha a szerkezetet magára hagyjuk, akkor az ingára alapvetően csak a nehézségi erő hat (1. ábra). Felírva az inga egyenletét kiderült, hogy a Coulomb-féle inga csak a nehézségi erő szintfelületének alakjára érzékeny. Koncentrikus hengerpalást alakú szintfelületek esetén, a nehézségi erő nagysága nem változik, iránya viszont igen. A nehézségi erő összetevőkre bontása után kitűnik, hogy a forgatónyomaték az ingakart a legkisebb görbület irányába igyekszik elforgatni, ezáltal a szintfelület görbületi viszonyairól ad felvilágosítást. Megadja a legkisebb görbület irányát és egy, a két főgörbület különbségével arányos mennyiséget, amelyet görbületi értéknek, röviden görbületnek nevezünk.



1. ábra. A Coulomb-inga működésének alapelve

Ezt követően született Eötvös egyszerű, de zseniális ötlete, ami szerint ha a Coulomb-inga két tömege közül az egyiket nem az ingakaron rögzítjük, hanem egy vékony szálon felfüggesztve az ingakarról lelógatjuk, akkor ez a szerkezet már nem csak a szintfelület görbületi viszonyait képes felderíteni, hanem arra is érzékeny lesz, hogy

ha nem párhuzamosak egymással a szintfelületek, vagyis ezzel a szerkezettel a görbületi adatok mellett a horizontális gradiensek is mérhetők.



1. ábra. Az Eötvös-inga működésének alapelve

Az Eötvös-inga rúdja egyrészt a nehézségi erő térbeli változásából származó forgatónyomaték, másrészt ezzel ellentétes értelemben a felfüggesztő szál csavarási nyomatéka hat. Egyensúly esetében a két ellentétes irányú forgatónyomaték egyenlő egymással. Ez teszi lehetővé a nehézségi erő térbeli változását a felfüggesztő szál csavarási nyomatékával és így a nehézségi erő térbeli változását jellemző mennyiségek meghatározását. Levezethető, hogy a forgatónyomatékok egyensúlya esetén:

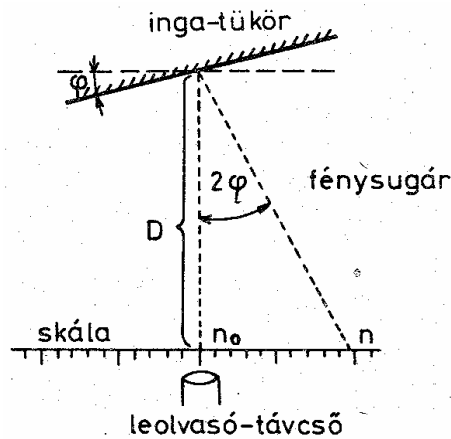
$$-\tau\varphi = K\left(W_{\Delta}\frac{\sin 2\alpha}{2} + 2W_{xy}\frac{\cos 2\alpha}{2}\right) + hlm(W_{zy}\cos\alpha - W_{zx}\sin\alpha) \quad (1)$$

ahol W_{zx} és W_{zy} a nívófelületi (vízszintes) gradiens összetevői, W_{Δ} és W_{xy} a görbületi mennyiségek, α a műszer felállítási irányának azimutja, h , l és m a 2. ábrán látható mennyiségek, K az inga tehetetlenségi nyomatéka, τ a felfüggesztő szál csavarási állandója, φ pedig az ingarúd nyugalmi helyzetétől mért elfordulásának szöge. Az ingarúd φ elfordulási szöge helyett vizuális leolvasás esetén a 3. ábrán látható n beosztásértéket olvassuk le, így:

$$\varphi = \frac{n - n_0}{2D} \quad (2)$$

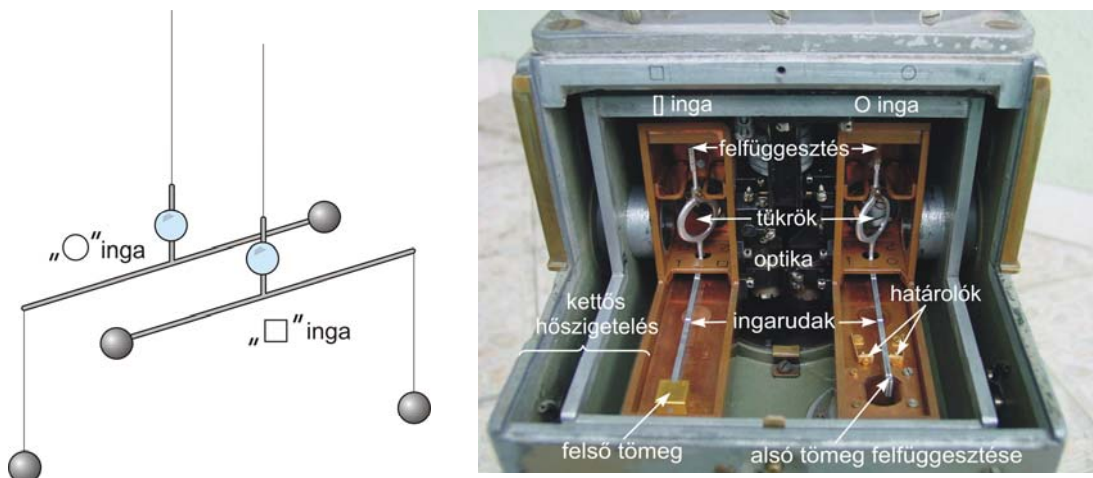
ahol n_0 az inga nyugalmi helyzetének megfelelő beosztásérték, D pedig az optikai úthossz (a skála és az ingarúddal rögzített tükör távolsága). Ezek figyelembevételével az Eötvös-inga egyenlete:

$$n - n_0 = \frac{DK}{\tau}(W_{\Delta}\sin 2\alpha + 2W_{xy}\cos 2\alpha) + \frac{2Dhlm}{\tau}(W_{zy}\cos\alpha - W_{zx}\sin\alpha) \quad (3)$$



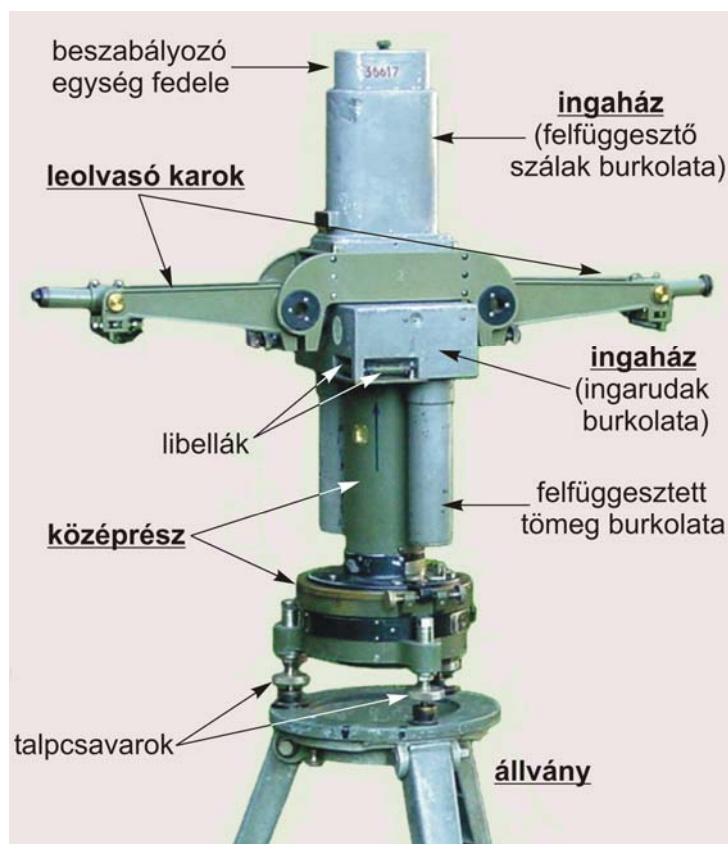
3. ábra. Az elfordulás és a skálaérték közötti kapcsolat

Amennyiben ismerjük a műszer D , K , τ , h , ℓ és m állandóit, akkor az ingarúd helyzetét jellemző n skálaleolvasás az n_0 , W_{Δ} , W_{xy} , W_{zx} és W_{zy} öt ismeretlen mennyiség függvényeként fogható fel. Ahhoz tehát, hogy a torziós szál n_0 csavarásmentes helyzetét, valamint az illető mérési pontban a nehézségi erőter megváltozását jellemző fenti potenciálderiváltakat egyértelműen meghatározhassuk, 5 mérés szükséges; azaz ugyanazon mérési ponton legalább 5 különböző α azimutban kell mérni az ingával. Ez az első ingák esetében valóban így is volt, azonban rövidesen olyan műszereket szerkesztettek, amelyekbe egyszerre két ingát ("O" és "□" jelű ingát) építettek be, egymáshoz képest 180° -kal elfordítva antiparalell helyzetben (4. ábra). Ekkor természetesen újabb ismeretlen mennyiség lép fel: ez a másik inga n'_0 csavarásmentes állapota. Ezzel a kettős ingával három különböző α_1 , α_2 , α_3 azimutban mérve az n_1 , n_2 , n_3 , n'_1 , n'_2 , n'_3 leolvasások alapján a hat ismeretlen: az n_0 , n'_0 , valamint a keresett W_{zx} és W_{zy} gradiensek, és a W_{Δ} , W_{xy} görbületi mennyiségek egyértelműen meghatározhatók. Érdeemes észrevenni, hogy ha az Eötvös-inga (1), vagy (3) alapösszefüggésében $h = 0$ értéket írunk, akkor a Coulombe-inga alapegyenletére jutunk, amivel a horizontális gradienseket nem-, csak a görbületi mennyiségeket tudjuk meghatározni.



4. ábra. A kettős-inga alapelve, és az Auterbal-ingában megvalósított elrendezése.

A gyakorlatban az 1920-as évekre kifejlesztett Eötvös-Rybár-féle torziós (Auterbal) ingák terjedtek el, amelyek automatikusan fotoregisztrálással működtek, emiatt az észlelőnek már nem is kellett a méréskor a műszer mellett tartózkodnia. Az inga szerkezete az 5. ábrán látható.



5. ábra. Az Auterbal-inga felépítése.

Négy fő szerkezeti egysége: az ingaház, a középrész, az állványzat és a leolvasókar. Az ábrán látható ingaház a műszer legfontosabb szerkezeti eleme, ebben található két egymástól teljesen független, ugyanakkor egyenértékű torziós inga egymással antiparalell felfüggesztésben. Az ingaház és a középrész a későbbi fejlesztésű és széles körben elterjedt E54 típusú ingával ellentétben még egyetlen egységet képez, ők probléma esetén csak 6 db erős összekötő-csavar eltávolításával választhatók ketté. Az ingaház felső részén található a beszabályozó csavarok, ezek a védőkupak eltávolításával válnak hozzáférhetővé. A 6. ábrán látható módon itt állítható külön-külön a két inga felfüggesztési magassága, és itt nyílik lehetőség az ingatestek parányi elfordítására. Ugyancsak itt lehet előkészíteni a torziós szálak kiemelését, illetve cseréjét. Ezeket a műveleteket kizárólag speciális ismeretekkel és nagy gyakorlati tapasztalattal rendelkező szakember végezheti el, a legkisebb rossz mozdulat a torziós szál szakadását eredményezi. A torziós szálak ma már pótolhatatlanok.

Vizuális leolvasás esetén speciális leolvasókar csúsztatható az ingaházra a felső részén található függőleges sínekre. A leolvasókaron és az ingaházon található egyező sorszámzásnak megfelelően egyetlen helyzetében illeszthető finoman és akadálymentesen a leolvasókar az ingaházra, fordított felhelyezés esetén a kar rászorulhat az öt vezető függőleges sínekre.



6. ábra. A torziós szálak beszállító csavarjai

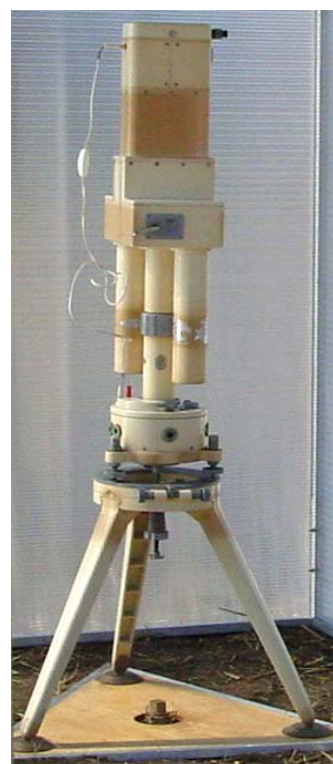
Az ingaházon belül a két antiparalell elhelyezésű inga kettősen hőszigetelt térben van, mindkét alumíniumból készült ingarúd a felülről ráerősített tükrön keresztül csatlakozik a felfüggesztő torziós szálakhoz. Az Auterbal-ingában a torziós szálak vastagsága 0.017 mm (a vékonyabb hajszálak vastagsága 0.02 mm). A 4. ábrán jól látható a baloldali ingán az ingarúdra erősített téglatest alakú tömeg, a másik vele párhuzamos ingakaron pedig az alsó tömeg felfüggesztési helye. Megkülönböztetésül az egyik ingát “O”-val jelölve kör-ingának, a másikat “[]”-val jelölve szögletes-ingának nevezzük. Az ingák lengési tartománya a 4. ábrán látható “határolókkal” állítható be, az ingák elfordulási szöge valamivel kisebb mint $\pm 2^\circ$. Példaként a BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszék Auterbal-ingájának fontosabb fizikai paraméterei az I. táblázatban láthatók összefoglalva.

I. táblázat. Az Auterbal-inga fontosabb fizikai paraméterei

	O inga	[] inga
m tömeg	14.905 g	14.906 g
az ingarúd vízsz./ függ. irányú vastagsága	2 / 7 mm	2 / 7 mm
l az ingarúd fél karhossza	7 cm	7 cm
L a torziós szál hossza	20 cm	20 cm
d a torziós szál átmérője	0.017 mm	0.017 mm
τ a torziós szál csavarási állandója	0.0612 [cgs]	0.0616 [cgs]
h az ingakar és a lelógó tömeg távolsága	20.987 cm	20.992 cm
K tehetetlenségi nyomaték	1634.2 [cgs]	1652.6 [cgs]
D tükör - skála távolság	32.46 cm	32.46 cm
skálaosztás	0 - 280	280 - 560
egy skálaosztás távolsága	0.25 mm	0.25 mm
ingakar 1° -os elfordulása	88 skálaosztás	88 skálaosztás
torziós fej állítócsavarjának menetemelkedése	1 mm	1 mm
a két inga egymástól mért távolsága	7 cm	

Az Auterbal-inga 5. ábrán bemutatott középrészének több fontos funkciója van. Legfontosabb része egy bonyolult óraszerkezet, amely az ingát elforgatja és különböző azimutokban leállítja. Az ingával 3, 4, vagy 5 azimutban lehetséges a mérés, így a kiinduló É-i irányhoz viszonyítva $360^\circ/3=120^\circ$ -onkénti (3 azimutos mérés), $360^\circ/4=90^\circ$ -onkénti (4 azimutos mérés), vagy $360^\circ/5=72^\circ$ -onkénti (5 azimutos mérés) lehetséges. A kívánt azimutszám a középrészen található beállító kar megfelelő pozícióba fordításával választható meg. Ahhoz, hogy a torziós inga különböző azimutokba el tudjon fordulni, a mérés előtt a műszert „fel kell húzni”, vagyis az óramutató járásával ellentétes irányban a rugóerő ellenében el kell forgatni. A felhúzás során összesen négyszer lehet körbefordítani az ingaházat, a felhúzás mértékét a középrész hengeres falán kiképzett ablakokban lehet ellenőrizni.

Az Auterbal-inga modernebb, továbbfejlesztett változata a 7. ábrán látható E54 inga, melyet az 1950-es években gyártottak Magyarországon.



7. ábra. Az E54 inga szállításra bedobozolt-, illetve mérésre kész állapotban.

Az Auterbal-ingán a BME Általános- és Felsőgeodézia Tanszék munkatársai az utóbbi években fontos fejlesztéseket hajtottak végre. Az automatikus leolvasás megvalósítása céljából CCD-érzékelős kamerákat szereltek fel a levasókarokra, a skálák megvilágítására pedig erős fényű LED-eket (fénykibocsátó diódákat) erősítettek a leolvasó távcsövek alá. A kamerák vezérlését, a képek rögzítését számítógéppel oldották meg, a szükséges szoftvereket Linux operációs rendszer alá fejlesztették. Mivel a kamerák alkalmazásával lehetőség nyílt hosszú időn keresztül akár másodpercenként több leolvasást végezni, ezzel új távlatok nyíltak eddig ismeretlen jelenségek megfigyelésére. Lehetővé vált például a lengések csillapodásának minden eddiginél pontosabb és részletesebb megfigyelése, és a hosszú idejű drift pontosabb tanulmányozása is elérhetővé vált.