

Fizikai geodézia és gravimetria / 4.

A GRAVIMÉTERES MÉRÉSEK KIÉRTÉKELÉSE, KIEGYENLÍTÉSE, GRAVITÁCIÓS HÁLÓZATOK

A graviméteres mérések feldolgozása két lépésben történik. Először a mérések alapján kiszámítjuk a g értékét az egyes földfelszíni pontokban, majd ezt követően meghatározzuk a különféle nehézségi rendellenességeket és megszerkesztjük a szükséges anomália-térképeket.

A földfelszíni nehézségi gyorsulás értékek kiszámításához először képezzük az azonos mérési pontokon ugyanazon műszerállásban feljegyzett a műszerleolvasások \bar{s} középértékét.

Ezt követően valamennyi \bar{s} értéket megszorozzuk az adott műszer c szorzójával, azaz meghatározzuk a $mGal$ -ra (vagy a m/s^2 -re) átszámított műszerleolvasásokat.

A következő lépésben minden egyes mérés helyére és időpontjára ki kell számítani a δg_A *árapály javítás* értékét és ezt le kell vonni a $c\bar{s}$ átszámított műszerleolvasásokból. Ekkor az ún. *nyers értékeket* kapjuk:

$$s' = c\bar{s} - \delta g_A.$$

Az árapály javításokat kétféle úton számíthatjuk: vagy DOODSON módszerével, vagy a Hold és a Nap csillagászati koordinátáinak ismeretében.

A Nap és a Hold helyzetétől függő luniszoláris hatás durva közelítéssel:

$$\delta g_A = -kM_H \frac{R}{r_H^3} (3 \cos^2 \zeta_H - 1) - kM_N \frac{R}{r_N^3} (3 \cos^2 \zeta_N - 1)$$

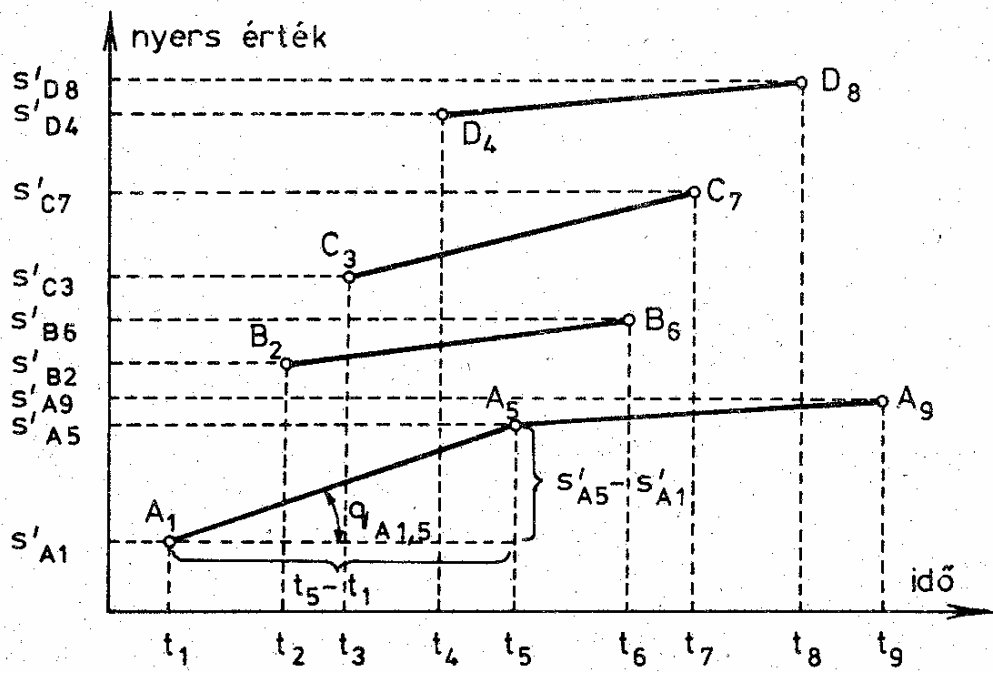
ahol k a gravitációs állandó, R a merevnek tekintett Föld sugara, M_H és M_N a Hold, illetve a Nap tömege, r_H és r_N a Hold, illetve a Nap Földtől mért távolsága, a ζ_H és ζ_N szögek pedig a Föld forgásával, illetve a Hold-Föld és a Nap-Föld relatív helyzetének változásával együtt változnak. Behelyettesítve az égitestek ismert adatait:

$$\delta g_A = -0.550(3 \cos^2 \zeta_H - 1) - 0.253(3 \cos^2 \zeta_N - 1) \quad [10^{-6} m/s^2]$$

Az ugyanazon mérési pontra számított s' nyers értékek már csak a mérési hibák és a műszerjárás miatt különböznek egymástól. A mérési hibákból származó ellentmondásokat kiegyenlítéssel lehet feloldani; előtte azonban célszerű a *műszerjárást* külön számítással meghatározni.

Feltételezzük, hogy a műszer járása a t idő függvényében folytonos görbével ábrázolható, amit *járásgörbének* nevezünk. A járásgörbe legegyszerűbben az ún. *iránytangens módszerrel* határozható meg. Ehhez először megszerkesztjük az adott graviméterrel végigmért pontkapcsolat ún. *menetgörbéit*, ami abból áll, hogy az idő függvényében felrakjuk az s' nyers értékeket és az azonos mérési állomásokhoz tar-

tozó pontokat egyenes vonalakkal összekötjük. Mindezt a korábbi példánkon szemléltetjük: a 7. ábrán bemutatott mérési kapcsolat lehetséges menetgörbéi a 1. ábrán láthatók.



1. ábra. Menetgörbe szerkesztése

Ezt követően meghatározzuk az egyes menetgörbe szakaszok meredekségét, a q iránytangensek értékét:

$$q_{A_1-5} = \frac{s'_{A_5} - s'_{A_1}}{t_5 - t_1}$$

$$q_{B_2-6} = \frac{s'_{B_6} - s'_{B_2}}{t_6 - t_2}$$

$$\vdots$$

$$q_{A_5-9} = \frac{s'_{A_9} - s'_{A_5}}{t_9 - t_5}$$

majd az egyes t_i mérési időpontokhoz kiszámítjuk a járásgörbe u_i pontjait. A mérés kezdetén, vagyis a t_1 időpontban a járásgörbe értékét nullának választjuk ($u_1 = 0$); majd sorra a többi időpontban mindig a járásgörbe megelőző pontjának értékéhez hozzáadjuk a következő időintervallum hosszának és az ehhez tartozó iránytangensek középértékének szorzatát:

- a t_1 időpontban: $u_1 = 0$,
- a t_2 időpontban: $u_2 = u_1 + q_{A_1-5} (t_2 - t_1)$,
- a t_3 időpontban: $u_3 = u_2 + \frac{q_{A_1-5} + q_{B_2-6}}{2} (t_3 - t_2)$,

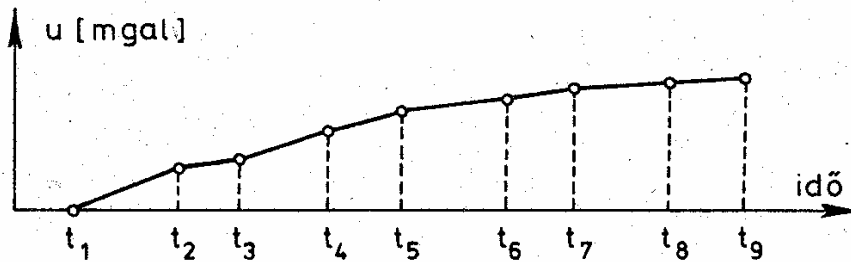
a t_4 időpontban: $u_4 = u_3 + \frac{q_{A1-5} + q_{B2-6} + q_{C3-7}}{3} (t_4 - t_3)$,

⋮

a t_8 időpontban: $u_8 = u_7 + \frac{q_{A5-9} + q_{D4-8}}{2} (t_8 - t_7)$,

a t_9 időpontban: $u_9 = u_8 + q_{A5-9} (t_9 - t_8)$.

Az u_1, u_2, \dots, u_n értékeket koordináta-rendszerben ábrázolva az adott graviméter járásgörbéjét kapjuk (amelyet a példánk esetében a 2. ábrán láthatunk).



2. ábra. Graviméter járásgörbéje

Ha az így kiszámított u_i műszerjárás értékeket sorra levonjuk a megfelelő s' nyers értékekből, akkor az ún. *javított nyers értékeket* kapjuk:

$$s_i'' = s_i' - u_i$$

Az időben egymás után következő s'' értékek különbségei az egyes mérési pontok közötti javított nyers nehézségi gyorsulás különbségeket adják:

$$\Delta g_{i-1,i} = s_i'' - s_{i-1}''$$

A példánkban tehát:

$$\Delta g_{AB} = s_{B2}'' - s_{A1}''$$

$$\Delta g_{BC} = s_{C3}'' - s_{B2}''$$

⋮

$$\Delta g_{DA} = s_{D8}'' - s_{A9}'' .$$

Ezek után már csak az maradt hátra, hogy az alappontok ismert nehézségi gyorsulás értékei alapján, valamint a meghatározott Δg javított nyers nehézségi gyorsulás különbségek felhasználásával kiszámítsuk a meghatározandó pontok ismeretlen nehézségi gyorsulás értékeit. Mivel általában több mérést végzünk, mint ahány ismeretlen nehézségi gyorsulás értékünk van, az ismeretlenek legvalószínűbb értékét ki-egyenlítőssel határozhatjuk meg.

A közvetítő-egyenletek általános alakja (pl. az A és a B pont között) :

$$\Delta g_{AB} = g_B - g_A .$$

Figyelembe véve azonban, hogy a Δg_{AB} mennyiségeket mérési hibák terhelik, ezekhez v_{AB} javítást rendelhetünk. Ha a g_A és a g_B nehézségi gyorsulásra g_{A0} és g_{B0} előzetes értéket veszünk fel, akkor a közvetítő-egyenletek alakja:

$$\Delta g_{AB} + v_{AB} = (g_{B_0} + \delta g_B) - (g_{A_0} + \delta g_A)$$

ahol δg_A és δg_B az előzetes g értékek kiegyenlítésével meghatározandó változása.

Ha az ismert g értékű kezdőponthoz sorra hozzáadjuk a hálózatban mért Δg javított nyers értékeket, akkor az összeg általában nem fog megegyezni a másik végpont ismert g értékével. Ennek az a fő oka, hogy a graviméter c műszerszorozóját (ennek előzetesen meghatározott értékét) is hiba terheli. Ez az egyes mérési eredményekben szabályos hiba formájában jelentkezik, ezért a graviméter műszerszorozójához is rendelhetünk javítást. A c műszerszorozó javítását *léptékegyütthatónak* nevezük és Y -nal jelöljük. Ezzel a közvetítő-egyenletek:

$$(1 + Y)(\Delta g_{AB} + v_{AB}) = (g_{B_0} + \delta g_B) - (g_{A_0} + \delta g_A) .$$

Végül ezen közvetítő-egyenletek javításra kifejezett alakja:

$$v_{AB} = -\delta g_A + \delta g_B - \Delta g_{AB} Y + \ell_{AB}$$

ahol az ℓ_{AB} tisztatag értéke:

$$\ell_{AB} = -g_{A_0} + g_{B_0} - \Delta g_{AB} .$$

A feladat kiegyenlítése az ismert eljárások szerint történik. Ha a kiegyenlítés során meghatároztuk a δg megváltozásokat, akkor az egyes mérési pontokon már egyszerűen kiszámíthatjuk a keresett nehézségi gyorsulás értékeket:

$$g_A = g_{A_0} + \delta g_A$$

$$g_B = g_{B_0} + \delta g_B$$

⋮

A graviméteres mérések feldolgozását nagy számításigényessége miatt elektronikus számítógépekkel végezzük.

Gravitációs alaphálózatok

A különböző gyakorlati célokra felhasznált g értékek csak akkor megfelelőek, ha egységes rendszert képeznek. Miután ezek a mérések elsősorban relatív értékeket adó műszerekkel (elsősorban graviméterekkel) történnek, ezért az egységesség csak úgy biztosítható, ha a különböző helyen és időben végzett mérési eredményeket gondos mérésekkel meghatározott alaphálózat pontjaira tudjuk vonatkoztatni. A korábbi alaphálózatok létrehozásának legfontosabb szempontja az volt, hogy a szakmai intézmények, vállalatok által különböző helyeken és időben, többféle típusú graviméterrel, zömmel nyersanyagkutató céljából végzett graviméteres mérések eredményeit egységes keretbe lehessen foglalni, a mérésekhez szükséges bázispontok száma elegendő legyen a gazdaságos munkavégzéshez.

A történeti fejlődést vizsgálva megállapítható, hogy Bessel alapvető vizsgálatai óta (1835) eltelt másfél évszázad alatt a földfelszín több tízezer pontjában határozták meg a nehézségi gyorsulás értékét. Korábban e pontok közül tíznél is alig volt több azok száma, amelyben abszolút mérés történt, a többi relatív meghatározás eredménye. Ebből az következik, hogy a választott csatlakozási pontok szerint az egyes terü-

letek pontjainak nehézségi gyorsulás értéke nem képezett egységes rendszert, még ha közvetve ugyanabból az abszolút meghatározású pontból is vezették le adataikat. Így a pontok számának növekedésével párhuzamosan egyre erőteljesebben jelentkezett az igény, hogy az anyagot egységes rendszerbe foglalják.

Ez az igény jutott kifejezésre a Nemzetközi Geodéziai és Geofizikai Unió 1948 évi oslói kongresszusának abban a határozatában, amely javasolta tagországainak saját területükön az országos gravitációs alaphálózat megteremtését.

Ezek az alaphálózatok két lépésben jöttek létre. Az elsőrendű hálózat pontjai lazább rendszert képeznek, a pontok 100-150 km-re helyezkednek el egymástól, közöttük graviméterekkel a nehézségi gyorsulás különbségeit határozzák meg ismételt mérésrel, a gravimétert légi úton szállítva, hogy a műszerjárás (a drift) minél kevésbé éreztesse káros hatását. A hálózatot egészben egyenlítették ki, a kiegyenlítés lényegében azonos egy szintezési hálózat kiegyenlítésével, mivel ott magasságkülönbségek, itt viszont nehézségi gyorsulás különbségek a mérési eredmények. A súly kérdése némileg nehézkesebb, a súly általában azzal van összefüggésben, hogy egy-egy pontpár közötti értéket hányszor mérték meg. A kiegyenlítés után a kiegyenlített nehézségi gyorsulás különbségek alapján egy főalappontra támaszkodva számítják az egyes pontokbeli nehézségi gyorsulás értékét.

A főalappont nehézségi gyorsulás értékét a potsdami rendszerben határozták meg ismételt relatív mérésrel, de általában több főalappontból alkotott sokszög végigmérésével, több készülékkel, nemzetközi együttműködés keretében.

Az elsőrendű hálózaton belül szokás még egy másodrendű hálózatot kifejleszteni, amelyben a pontok távolsága már csak 10-30 km; a mérés szintén graviméterekkel történik, de már csak gépkocsis szállítással és a szomszédos elsőrendű pontokhoz csatlakozással, de a drift hatásának kiküszöbölése végett egy-egy vonalat többször végigjárva.

A magyarországi gravitációs alaphálózat

Az első jelentősebb mennyiségű mérést *Sterneck* végezte, 1896-ig a Monarchia területén mintegy 508 állomáson határozta meg ingamérésekkel a nehézségi erő értékét, amelyből 198 pont a történelmi Magyarország területére esett. Később, 1908 és 1933 között *Oltay* és munkatársai relatív ingamérésekkel 110 pontból álló gravitációs alaphálózatot létesítettek. A mérési pontokat, általában épületek pincéiben helyezték el, a 110 állomásból 75 esett Magyarország jelenlegi területére. A mérések során 33 korábbi *Sterneck*-féle állomáson is végeztek méréseket, amelyek lehetővé tették a *Sterneck*-féle hálózat megbízhatóságának ellenőrzését. Az összehasonlító mérések alapján a *Sterneck*-féle mérések megbízhatóságára ± 22 mGal értéket kaptak, míg a saját mérések középhibájaként $\pm 1,5$ mGal értéket adtak meg.

A magyarországi gravitációs anomáliákról egészen az 1940-es évek végéig nem volt áttekintő térkép. Ennek fő oka, hogy a geofizikai kutatásokat a 30-as évek elejétől kezdve különböző intézmények (a Dunántúlon a MAORT, az Alföldön viszont az ELGI és a MANÁT) végezték egységes irányítás nélkül. Egységes gravitációs alaphálózat hiányában azonban igen nagy nehézséget okozott a különböző években, különböző műszerekkel végrehajtott, sok esetben egymáshoz nem csatlakozó mérések egy-egybe foglalása. Az egyre szaporodó terepi mérések, és egy országos Bouguer-

anomália térkép elkészítésének szándéka miatt a 40-es évek végére elengedhetlenné vált egy országos gravitációs alaphálózat létesítése.

Az 1948. évi oslói kongresszus javaslatának megfelelően az Eötvös Loránd Geofizikai Intézet 1950-ben megkezdte az országos gravitációs alaphálózat kifejlesztését. Az alaphálózat létesítése két ütemben történt. Először egy 16 pontból álló elsőrendű hálózatot hoztak létre. A mérésre Heiland gravimétert használtak és a méréseket úgy szervezték, hogy négy-négy pontból létesített kb. 1000 km² területű négyszöget egy nap alatt végig lehessen mérni. Ezért a szállítás repülőgéppel, illetve a repülőtér és a pont között gépkocsival történt. A 16 pontból álló hálózatot egészben egyenlítették ki, és a Műegyetem Geodéziai Intézetének ingatermében levő (azóta elpusztult) gravitációs főalapponton keresztül kötötték be a potsdami gravitációs rendszerbe. (Potsdamban 1898 és 1904 között határozták meg a nehézségi erő 9.81274 ± 0.0003 m/s² abszolút értékét, ezt 1906-ban publikálták, és ettől kezdve ezt tekintették a nemzetközi alaphálózat kiinduló értékének.)

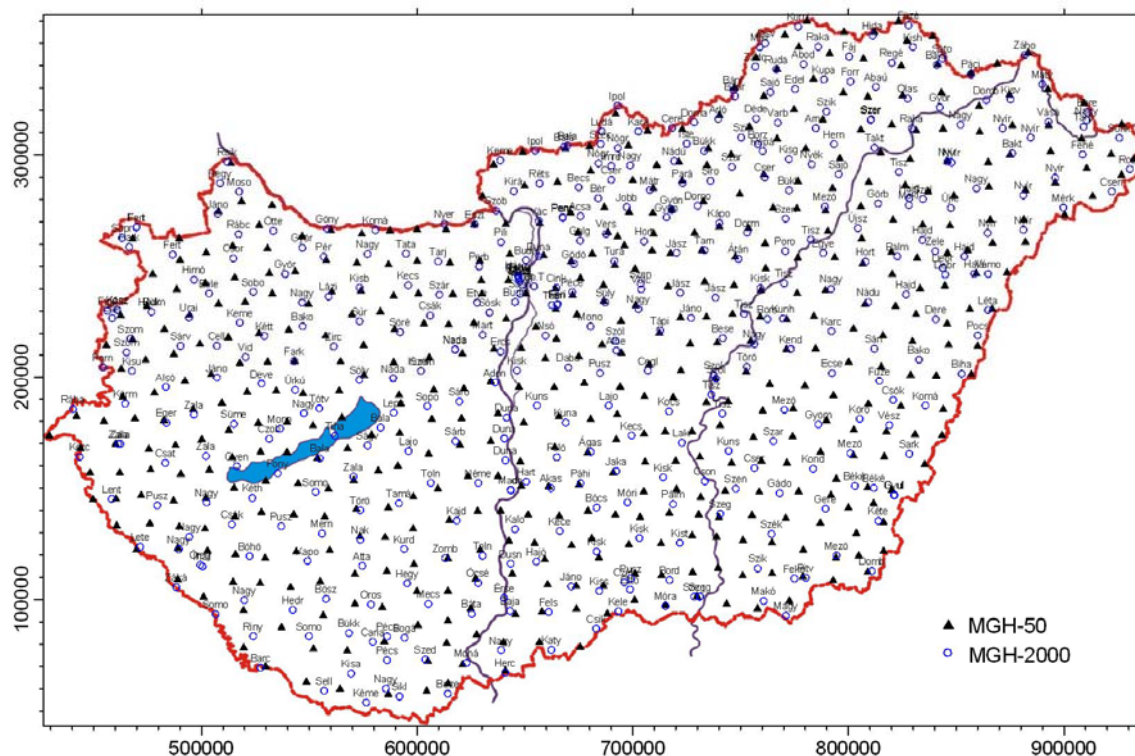
A másodrendű hálózat pontjainak távolsága már csak 10-20 km, ebből az ország területén 493 létesült. Ezeket is a Heiland graviméterrel mérték, a szállítás gépkocsival történt. A méréseket a közlekedési utak tengelyében végezték, a mérés helyét az út szélén elhelyezett betonoszloppal jelölték meg. A 110 cm hosszú oszlopokat olyan mélyre süllyesztették, hogy fedőlapjuk 30 cm-rel volt magasabb, mint az út tengelye, ahol a mérés történt. Mivel az oszlop fedőlapjába betonozott szintezési gomb magasságát az országos elsőrendű szintezési hálózatban meghatározták, ezzel a jelölési móddal mindenkor visszaállítható magasságilag az úttengelynek az a pontja, amelyben a mérés történt. A másodrendű hálózatot is egészben egyenlítették ki koordináta-módszerrel, az elsőrendű pontok g értékeit kényszerként véve figyelembe.

A későbbi hálózatokkal történő összehasonlíthatóság lehetőségének biztosítására 16 különlegesen kiképzett ún. *akadémiai pontot* is telepítettek. A 3. ábrán látható MGH-50 abban az időben Európa egyik legjobb alaphálózata volt. Erre a hálózatra támaszkodva kezdődött meg az ország ún. „áttekintő” graviméteres felmérése, amelynek eredményeképpen 1979 végére, a felmérés befejezésének idejére mintegy 120 000 mérési ponton határozták meg a nehézségi erő értékeit a potsdami gravitációs rendszerben.

A 60-as években lehetővé vált a szabadesés elvén alapuló abszolút lézergraviméterek kifejlesztése. Ezekkel a műszerekkel végzett mérések során bebizonyosodott a már korábban gyanított tény, hogy a potsdami kiinduló érték mintegy 14 mGal-lal nagyobb a valós értéknél. Ezért 1971-ben a Potsdami Gravitációs Rendszer kezdőpontjának értékét 14 mGal-lal csökkentették, és az újabb abszolút mérések bevonásával a korábbi nemzetközi hálózatot is újból kiegyenlítették. Az új rendszer az International Gravity Standardization Net (IGSN-71).

Az 1970-es évek végére az MGH-50 gravitációs alaphálózat pontjainak zöme különböző okok (elsősorban az útkorszerűsítések) miatt elpusztult, továbbá a fokozódó pontossági igények miatt is szükségessé vált egy új magyarországi alaphálózat létrehozása. Ennek megfelelően a hetvenes években új II. rendű gravimetriai alaphálózat létrehozására került sor. Okulva az MGH-50 alappontjainak telepítési problémáiból, az új alappontokat időtálló építmények, általában templomok, vagy kastélyok kertjében állandósították 0.6×0.6×1.0 m-es betontömbökkel, amely pontok átlagos távolsága 15÷20 km. A hálózat graviméteres méréseire két Sharpe és egy geodéziai típusú LaCoste Romberg (LCR) műszerrel került sor. Az 1971. évi és az 1980–89 közötti mérések eredményeinek együttes kiegyenlítésére 1991-ben került sor. Az MGH-80

elnevezésű új alaphálózat kiegyenlítés utáni hálózati középhibája $\pm 16 \mu\text{Gal}$. Az MGH-80 a 389 II. rendű pont mellett 5 abszolút állomást és 18 repülőtéri I. rendű hálózati pontot is tartalmazott.



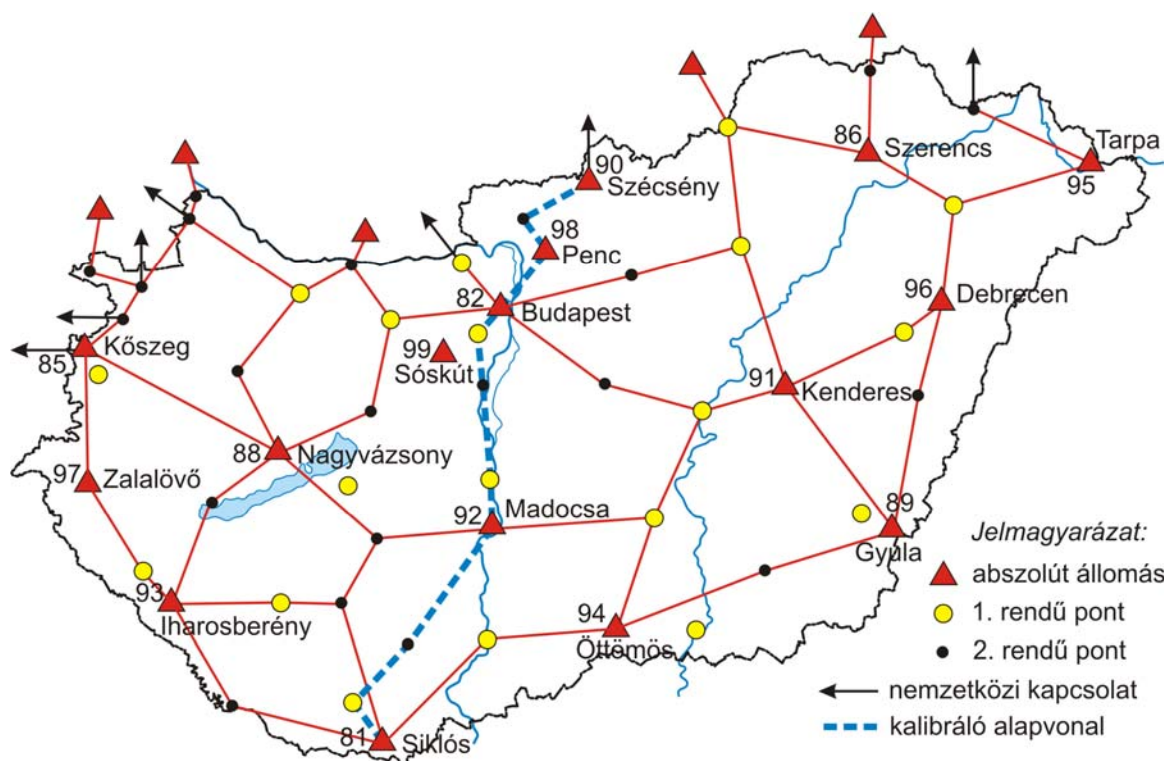
3. ábra. Az MGH-50 és az MGH-2000 gravitációs alaphálózat pontjai

Közben 1994-ben Európa nyugati felében is elkészült az új UEGN-94 *egységes európai gravimetriai hálózat*, amelyhez később Magyarország is csatlakozott, – miután Ausztrián keresztül összekapcsoltuk gravitációs alaphálózatunkat az európai alaphálózattal. Az osztrák és a szlovák határ menti összekötő mérések mellett néhány határon túli abszolút állomás értékének bevonásával újra kiegyenlítették a gravitációs alaphálózatunkat, így ebben már 20 abszolút állomás rögzítette a hálózat szintjét és méretarányát. Ennek az új MGH-2000 hálózatnak, – amely 490 hálózati pontja alapvetően az MGH-80 pontjaiból, valamint 15 abszolút állomásból áll (3. ábra) – a kiegyenlítés utáni középhibája már $\pm 14 \mu\text{Gal}$.

Az MGH-2000 ponthálózatából egyenletes eloszlású ritkább hálózatot alakítottak ki, majd a szomszédos pontokat egymással és az abszolút pontokkal is összemérték. Ez a ritkított ponthálózat alkotja Európa legújabb UEGN-2002 hálózatának 4. ábrán látható magyarországi részét, amelynek 56 alappontjából már 16 abszolút állomás. Az ábrán feltüntettük az 1969-ben *Csapó Géza* által tervezett és nemzetközi együttműködésben mért gravimetriai kalibráló alapvonalunkat is, amely jelenleg öt abszolút állomásból és kilenc kötőpontból (I. és II. rendű országos alappontokból) áll, Δg tartománya pedig mintegy 210 mGal, amely az ország teljes nehézségi erőter intervallumának 80%-a.

Az egyre szaporodó abszolút műszerek és mérések miatt megállapítható, hogy az UEGN-2002 nagy valószínűséggel az utolsó relatív graviméterekkel mért és ki-

egyenlített közös európai alaphálózat, mivel az abszolút graviméterek várhatóan 5-10 éven belül kiszorítják a relatív gravimétereket az alaphálózati mérésekből. Ma már az országos hálózatok I. rendű részét is zömében abszolút állomások alkotják. Nagy pontosságot igénylő relatív mérésekre természetesen továbbra is szükség lesz, de ezek súlypontja áthelyeződik a gyakorlati alkalmazások (pontosúrités, szerkezetkutatás, stb.) területére. Megfelelő mérőeszközök beszerzésével tehát arra kell felkészülnünk, hogy a közeli jövőben a terepen állandósított pontjainkon is abszolút graviméterekkel végezzük a hálózati méréseinket. Erre a célra már kaphatók olyan GPS vevőkkel is ellátott műszerek (pl. az 5. ábrán látható MicroG-LaCoste gyártmányú, Micro-g A10-es terepi abszolút graviméter), amelyekkel egy pont mérése mindössze 2-3 órát vesz igénybe, pontosságuk pedig eléri a 10 μGal értéket.



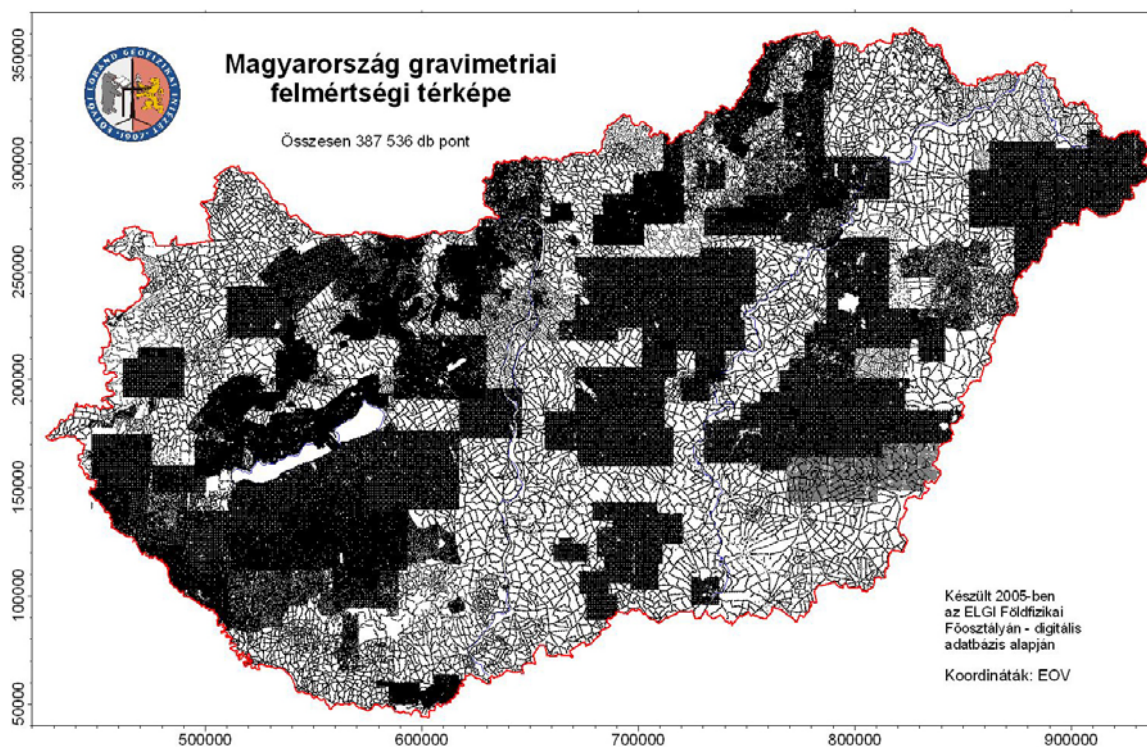
4. ábra. Az UEGN-2002 európai gravitációs hálózat magyarországi pontjai

Időközben az éppen aktuális alaphálózatokra támaszkodva folytak és folynak a részletes mérések is. A korábbi mérések zömét ásványi nyersanyagok kutatása céljából főként az 1960-70-es években végezték, az újabb több ezer mérés már kifejezetten geodéziai célokra történik (geoidpontok belső zónás mérései, EOMA gravitációs mérései, hálózatok, és a határmenti vonalak összekötő mérései). Magyarország gravimetriai felmértségét ugyan kiválóan szokták tekinteni, viszont geodéziai szempontból ezt megfelelő kritikával kell fogadnunk. Ugyanis az ún. áttekintő országos mérések pontjainak döntő része közlekedési utak mentén található, a domb- és hegyvidéki területek felmértsége pedig helyenként hiányos, a szénhidrogén kutató hálózatos mérések is elsősorban az ország síkvidéki területeire korlátozódtak. Emiatt még ma is számos olyan kisebb-nagyobb rész található, ahol 10-50 km^2 területen egyetlen mérési pont sincs annak ellenére, hogy az ELGI gravitációs adatbázisa a 6. ábrán látható területi eloszlásban jelenleg összesen 387536

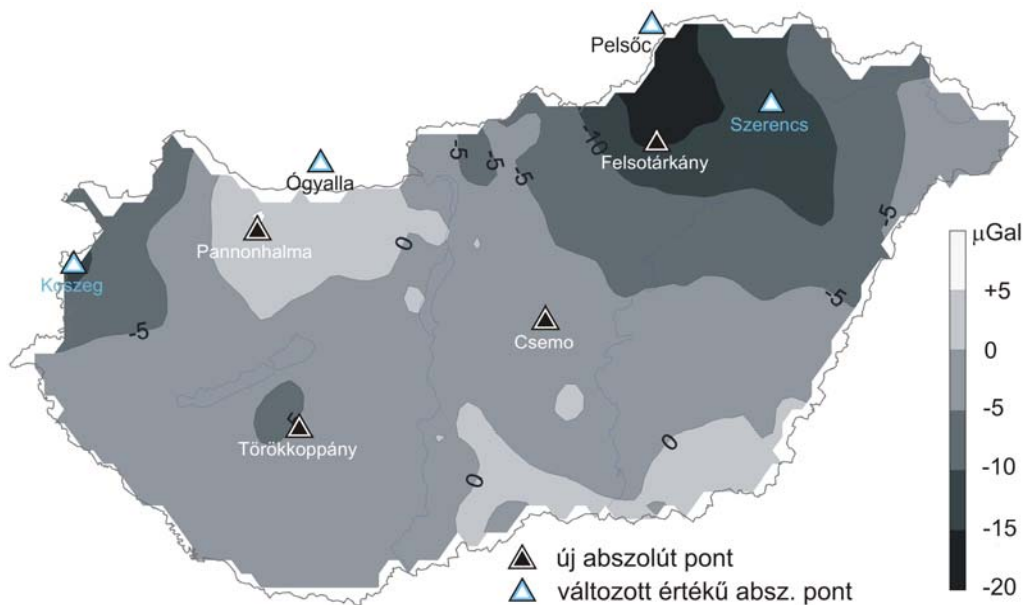
mérési adatot tartalmaz, amelyet 20 abszolút pont egészít ki. Meg kell állapítani, hogy ezek az adatok igencsak heterogén mérésekből származnak (különböző időpontokban, más célokra, más műszerekkel, különböző gravimetriai alaphálózatokra támaszkodva határozták meg az egyes értékeket).



5. ábra. MicroG-LaCoste gyártmányú Micro-g A10-es terepi abszolút graviméter



6. ábra. A graviméteres mérések területi eloszlása az ELGI gravitációs adatbázisa alapján



7. ábra. MGH-2000 és MGH-2010 közötti eltérések

Az MGH-2000 bevezetése óta az ELGI újabb abszolút állomásokat telepített és több régebbi abszolút pont mérését is megismételtette a hálózat referencia szintjének további pontosítása érdekében. Az ezen mérésekhez kapcsolódó relatív mérésekkel együtt újból kiegyenlítették az alaphálózatot. A két hálózat (MGH-2000 és MGH-2010) közötti nehézségi gyorsulási értékek eltéréseinek területi eloszlását a 7. ábrán láthatjuk. Megállapítható, hogy a g változások az új abszolút meghatározásokhoz közeli területeken haladják meg a relatív graviméterekkel elérhető mérési megbízhatóságot.