

## Cauchy és a rugalmasságtan egyensúlyi egyenletei

### Cauchy élete

Augustin Louis Cauchy 1789 augusztus 21-én született Dijonban, egy viszonylag jómódú polgári család első gyermekeként. Még két fiútestvérrel bővült a család a következő években: *Alexandre Laurent* később a jogi pályán lett ismert Franciaországban, *Eugene Francois* pedig publicistaként dolgozott<sup>1</sup>.

Cauchy édesapja a király szolgálatában álló sikeres ügyvéd volt, ezért a francia forradalom hozta változások kifejezetten kedvezőtlenek voltak családjá számára. Meglehetősen nehéz körülmények között éltek több évig, 1793-ban pedig már Párizst is el kellett hagyniuk.



Alcœur-be, egy Párizs melletti kisvárosba menekültek, és innen csak a kilencvenes évek végén tudtak visszaköltözni. Ezekben az években azután anyagi helyzetük is lassan stabilizálódott.

Az apa már korábban is jó kapcsolatban volt a kor sok híres tudósával, így *Joseph Louis Lagrange*<sup>2</sup> és *Pierre Simon Laplace*<sup>3</sup> gyakran volt házuk vendége. *Lagrange* ismerte fel a kis Augustin-Louis tehetségét és korai érdeklődését a matematika iránt. Azt tanácsolta apjának, hogy a komolyabb tanulmányok előtt először alapos idegen nyelvi képzést kapjon a fiú, így 1802-ben beírátták az *École Centrale du Pantheon* intézetébe, ahol két évig szinte kizárólag nyelvtanulással foglalkozott. 1804-ben kezdett azután – először magánúton – komolyabban matematikát tanulni, így 1805-ben minden nehézség nélkül teljesítette az *École Polytechnique* felvételi vizsgáját<sup>4</sup>. Már 1807-ben sikerrel befejezte tanulmányait, de rögtön utána mérnökhallgatóként folytatta az *Ecole des Ponts et Chaussées*-en, ahol elsősorban a vízepítési műtárgyak tervezését és kivitelezését tanulmányozta. Kiváló tanuló volt, diplomamunkája – *Pierre Simon Girard*<sup>5</sup> irányításával – a kor egyik jelentős építkezésének, az *Ourcq*-csatornának a tervezésével és kivitelezésével kapcsolatos munkálatokkal foglalkozott.

1810-ben Cherbourg-ban kapta meg élete első önálló mérnöki munkáját: azokban a kikötői építkezésekben vett részt, melyek *Napóleon* Anglia ellen tervezett inváziójának előkészítéséhez tartoztak. Rendkívül keményen dolgozott, már hajnali négykor talpon volt, és csak késő este hagyta abba. Kevés szabadidejében pihenésképpen *Laplace* „*Mécanique Céleste*”, illetve *Lagrange* „*Théorie des Fonctions*” című műveit tanulmányozta igen nagy

<sup>1</sup> Híres bátyjához hasonlóan ő is foglalkozott matematikai feladatokkal.

<sup>2</sup> 1736 – 1813. Olasz-francia matematikus és csillagász. Főleg analízissel és égi mechanikával foglalkozott, a XVIII. század egyik legnagyobb matematikusának tartják.

<sup>3</sup> 1749 – 1827. Kiváló francia matematikus és csillagász, híres a csillagászatban alkalmazott matematikai módszereiről.

<sup>4</sup> Felvételiztetője *Biot* volt, az iskolában pedig *de Prony*, *Lacroix*, *Hachette* és *Ampere* is tanárai közé tartoztak.

<sup>5</sup> 1765 – 1835. Mérnök és matematikus volt. Ő tervezte az amiens-i csatornát is. Matematikusként szilárdságtannal és áramlástannal foglalkozott.

gonddal. Ezek a művek is hozzásegítették, hogy érdeklődése egyre erőteljesebben a matematika felé fordult, így Cherbourg-ban végzett mérnöki munkája mellett 1811-ben már arra is időt szakított, hogy megírja élete első önálló matematikai értekezését a konvex poliéderekről. *Adrine Marie Legendre*<sup>6</sup> és *Étienne Louis Malus*<sup>7</sup> biztatására ezt a publikációt 1812-ben egy további munka követte, ezt ugyancsak a poliéderek és poligonok vizsgálatáról írta.

Olyan erős volt a matematika iránti vágya, hogy 1812 szeptemberében – depressziójára hivatkozva – visszatért Párizsba, hogy bemutathassa a szimmetrikus függvényekről írt legújabb értekezését<sup>8</sup>. Miután orvosai gyógyulnak nyilvánították, 1813 februárjában – munkaszerződésére hivatkozva – visszavárták Cherbourgba, de Cauchy már nem kívánt visszatérni mérnöki munkájához. Először egyik volt tanárához, *Gaspard de Prony*<sup>9</sup>-hoz fordult, hogy segítsen neki oktatói állást szerezni az Ecole des Ponts et Chaussées-en, ezt a kérését azonban elutasították. Végül *Pierre Girard* – az Ourcq-csatorna építkezésének vezetője, akinél korábban a diplomatervét készítette – adott neki újból munkát a csatorna tervezésénél, így Párizsban maradhatott. Az igazsághoz hozzátartozik, hogy – újabb és újabb betegszabadságokat igénybe véve – a tervezés munkájában gyakorlatilag már nem vett részt.

Cauchy újból és újból próbálkozott a matematika hivatásos művelését lehetővé tevő akadémiai karrier megteremtésével, de ez csak hosszú küzdelem után sikerült neki. Először a Mérésügyi Hivatal pályázatán veszített, itt *Legendre* lett a nyertes, majd az Ecole des Ponts et Chaussées Geometria Tanszékének vezetéséért vívott küzdelemben maradt alul *Louis Poinsot*<sup>10</sup>-val szemben. Nem sikerült a Fizika Tanszékre beadott pályázata sem (itt *André-Marie Ampère*<sup>11</sup> lett a vezető) és a Mechanika Tanszék megüresedett vezetői posztját is más, egy ma már kevésbé ismert kolléga kapta helyette (itt érte élete egyik legnehezebben elviselt veresége, az 53 szavazótól egyetlen egy voksot sem kapott). Ugyancsak alulmaradt 1815-ben *Jacques Philippe Marie Binet*<sup>12</sup>-vel szemben az École Polytechnique Mechanika Tanszékére beadott pályázaton, de *Binet* végül felajánlott neki egy tanári állást a másodévesek analízisoktatására.

1818-ban Cauchy megnősült, feleségül vette *Alois de Bure*-t, annak a könyvkiadónak közeli rokonát, akinél az ő műveinek nyomtatása történt. Házasságukból két kislány született.

Matematikusi kutatómunkája ezekben az években csodálatos eredményeket hozott. 1814-ben publikálta a határozott integrálokról szóló munkáját, melyet ma a komplex függvénytan egyik alapjának tekintenek. 1816-ban megkapta a Francia Tudományos Akadémia aranyérmét a hullámokról írt munkájáért és igen nagy elismerést váltott ki az egyik Fermat-sejtés megoldásáról szóló publikációja is.

---

<sup>6</sup> 1752 – 1833. Matematikus, matematikai statisztikával, számelmélettel, algebrával és analízissel foglalkozott.

<sup>7</sup> 1775 – 1812. Francia mérnök, fizikus és matematikus. Elsősorban fénytannal foglalkozott.

<sup>8</sup> Ez a munkája csak később, 1815-ben jelent meg az Ecole Polytechnique folyóiratában.

<sup>9</sup> 1755 – 1839. Francia mérnök és matematikus. Hidraulikával foglalkozott.

<sup>10</sup> 1777 – 1859. Francia matematikus és fizikus. Kiváló művelője volt a grafikus mechanikának. Nem tévesztendő össze Siméon-Denis Poisson-nal.

<sup>11</sup> 1775 – 1836. Francia fizikus, az elektromos jelenségek kutatójaként lett világhírű.

<sup>12</sup> 1786 – 1856. Francia matematikus. Mátrixelmélettel foglalkozott.

A Bourbon-restauráció komoly segítséget jelentett Cauchy-nak. Mikor a visszatérő royalisták eltávolították a Tudományos Akadémiáról *Lazare Nicolas Marguerite Carnot*<sup>13</sup>-t, a megüresedett helyet Cauchy kapta. Ugyancsak ő lett *Jean-Baptiste Biot*<sup>14</sup> örököse az École Polytechnique Matematika Tanszékén, amikor *Biot* 1817-ben egy hosszabb külföldi expedícióra utazott. A visszaemlékezések szerint az integrálokról és a végtelen sorokról tartott briliáns előadásai lenyűgözték a hallgatóságot. 1821-ben kiadta előadásainak és a hozzájuk kapcsolódó cikkeknek a gyűjteményét a híressé vált „*Cours d'analyse*” című kötetben. Ezekben az években tudományos kutatómunkája nagyon szorosan kapcsolódott az egyetemi oktatáshoz, az előbb említett könyvet 1826-ban követte a „*Sur un nouveau genre de calcul analogue au calcul infinitesimal*”, majd 1829-ben a „*Lecons sur le Calcul Différentiel*”. Második könyvében elsősorban a függvényanalízis kérdéseivel, míg a harmadikban a komplex függvénytannal foglalkozott nagyon részletesen és szigorú matematikai következetességgel.

Az 1830-as párizsi forradalom eltávolította a Bourbon-házat Franciaország trónjáról. A számára előnytelen politikai változások és az előző évek megfeszített munkája okozta kimerültség Cauchy-t visszahúzódsra kényszerítették. 1830 szeptemberében Fribourgba, Svájcba utazott. Néhány hónapos ott-tartózkodása alatt lelkesen segített a Svájci Akadémia létrehozásában, de már 1831 elején továbbutazott Torinóba. Elfogadva a szárd király felkérését, elvállalta a torinói egyetem Fizika Tanszékének vezetését, és két évig rendszeresen tartott előadásokat az egyetemen. Itteni óráit azonban már korántsem övezte olyan lelkesedés, mint amilyennel Párizsban találkozott. *Luigi Federico Ménabrea* – híres olasz hadmérnök<sup>15</sup> –, aki nagyon sok előadását meghallgatta, azt írta ezekről, hogy „*kapkodóvá vált, egyik képletről minden összefüggés nélkül ugrott át egy másikra, és ebben a zűrzavarban csak néha lehetett érezni gondolkodásának zsenialitását, mint a felhők mögül cikázó villámokat...*”

Cauchy maga is érzékelte ezeket a gondokat, ezért 1833-ban elfogadta *X. Károly*<sup>16</sup>, a száműzött uralkodó meghívását és Prágába költözött a király unokájának magántanáráként. Matematikát, kémiát, fizikát tanított, saját bevallása szerint nem túl nagy hatásokkal. Öt évet töltött itt magántanáráként, míg végül 1838-ban visszatérhetett Párizsba. 1839-ben – *de Prony* halálakor – *Francois Arago*<sup>17</sup> támogatásával elnyerte a Mérésügyi Hivatal egyik állását. Még kétszer próbálkozott, hogy megkapja az Akadémia Matematika Intézetének vezetői posztját, de mind 1843-ban – *Count Guglielmo Libri Carucci dalla Somaja*<sup>18</sup>-val szemben –, mind pedig 1850-ben – *Joseph Liouville*<sup>19</sup>-vel szemben – alulmaradt.

Tudományos aktivitása élete utolsó két évtizedében némileg csökkent az 1820-30-as évek eredményeihez képest, de azért még most is nagyszerű művek kerültek ki a keze alól. 1840 és

<sup>13</sup> 1753 – 1823. Francia matematikus. Geometriával foglalkozó munkái ismertek. Ő az édesapja Sadi Nicolas Léonard Carnot-nak (1796 – 1832), a híres termodinamikai törvények megfogalmazójának.

<sup>14</sup> 1774 – 1862. Francia matematikus. Főleg az alkalmazott matematika érdekelte.

<sup>15</sup> 1809 – 1862. Castiglianot megelőzve a gyakorlatban ő alkalmazta elsőként az energiaminimum elvét rácsos tartók vizsgálatára, bár ez az eljárás Castigliano „gyorsabb” publikációs tevékenysége miatt nem öröla lett ismert. Két évig Olaszország miniszterelnök is volt.

<sup>16</sup> 1757 – 1836. 1824-től uralkodott, az 1830-as forradalom száműzte.

<sup>17</sup> 1786 – 1853. Katalán származású francia matematikus, fizikus, csillagász. Időnként politikával is foglalkozott, főleg kollégái segítésére használva kapcsolatait és befolyását.

<sup>18</sup> 1803 – 1869. Olasz matematikus és fizikus. Hőtannal, egyenletrendszerrel illetve számelmélettel foglalkozott.

<sup>19</sup> 1809 – 1882. Francia matematikus. Számelméleti munkái tették nevét ismertté.

1847 között publikálta például négy kötetben az „*Exercices d'analyse et de physique mathématique*” című munkáját, melyben alapvetően a differenciálegyenletekről és azok fizikai feladatokban való alkalmazhatóságáról írt.

Fokozódó visszahúzás jellemezte élete utolsó éveit, bár a visszaemlékezések szerint ezek sem voltak mentesek a kollégáival folytatott vitáktól. 1857. május 23-án hajnali négy órakor – szűk családi körben – hunyt el a Párizs melletti Sceaux-ban.

Cauchy rendkívül dinamikus, erőteljes, de időnként szélsőséges személyiség volt. Szüleitől royalista politikai nevelést – a Bourbon-uralkodóház feltétel nélküli elfogadását – és ezzel párhuzamosan igen buzgó katolikus hitet kapott szellemi örökségül. Egész életében aktívan gyakorolta vallását, tagja volt egy párizsi katolikus társaságnak, és mindig szoros kapcsolatai voltak a jezsuita renddel. Meggyőződését még tudományos publikációiban is mindvégig szenvedélyesen hirdette.

Részben politikai elvei, részben igen impulzív egyénisége miatt élete során Cauchy nagyon sok kollégájával került rossz kapcsolatba. Egy másik nagy kortárs matematikus, a sajnos nagyon fiatalon elhunyt *Nils Henrik Abel*<sup>20</sup> fogalmazta meg talán legtömörebben a kortársak sokféle érzést összegző véleményét, amikor 1826-ban meglátogatta őt a Matematika Tanszéken:

„...*Cauchy örült, és ez ellen semmit nem lehet tenni. De ma ő az egyetlen ember a világon, aki igazán ért a matematikához...*”

Felsorolni sem könnyű a vele haragot tartó tudósokat, de erre nem is kívánunk részletesebben kitérni. Valószínű, hogy kiegyensúlyozottabb egyéniségként élete is könnyebb és harmonikusabb lett volna, de az utókor számára elegendő az akkor történeteket tényként, ítékezés nélkül tudomásul venni.

A Hold egy krátere is őrzi nevének emlékét.

### **Tudományos munkásságának fontosabb adatai:**

Cauchy rendkívül termékeny szerző volt, életében 789 cikket publikált. Összegyűjtött műveit „*Oeuvres complètes d'Augustin Cauchy*” címmel 27 kötetben adták ki a XIX. század végén. Minden matematikával foglalkozó ember találkozik munkáival, és egyetlen – mechanikával legalább egy kicsit is foglalkozó – mérnök sincs a világon, aki ne ismerné Cauchy nevét.

Mechanikai munkásságát a következő pontban ismertetjük kicsit részletesebben, most csak fontosabb matematikai eredményei közül említünk néhányat felsorolásszerűen:

- Cauchy-integráltételek (a komplex függvénytan alapvető számítási eszközei), részleteit lásd például a [http://en.wikipedia.org/wiki/Cauchy\\_integral\\_theorem](http://en.wikipedia.org/wiki/Cauchy_integral_theorem) honlapon;
- Cauchy-Shwarz-egyenlőtlenség (a lineáris algebra, a végtelen sorokkal foglalkozó függvénytan és a valószínűség-számítás hasznos eszköze), matematikai részleteiről a

---

<sup>20</sup> 1802 – 1829. Norvég matematikus. Többek között a magasabbfokú algebrai egyenletek megoldásairól és az elliptikus integrálok vizsgálatáról ismert.

- [http://en.wikipedia.org/wiki/Cauchy-Schwarz\\_inequality](http://en.wikipedia.org/wiki/Cauchy-Schwarz_inequality) honlapon található részletek;
- Cauchy-féle csoportelmélet (különböző halmazok tanulmányozásának kiváló eszköze), lásd a [http://en.wikipedia.org/wiki/Cauchy%27s\\_theorem\\_%28group\\_theory%29](http://en.wikipedia.org/wiki/Cauchy%27s_theorem_%28group_theory%29) honlapot;
  - Cauchy-eloszlás, a valószínűségszámítás eszköze, néhány részlet a [http://en.wikipedia.org/wiki/Cauchy\\_distribution](http://en.wikipedia.org/wiki/Cauchy_distribution) honlapon olvasható róla;
  - Cauchy-Euler-egyenlet (változó együtthatójú lineáris differenciálegyenlet, melyet gyakran alkalmaznak műszaki feladatoknál), lásd a [http://en.wikipedia.org/wiki/Cauchy-Euler\\_equation](http://en.wikipedia.org/wiki/Cauchy-Euler_equation) honlapot;
  - Cauchy-Riemann-egyenletek (a komplex függvénytan alapvetői differenciálegyenletei, nélkülözhetetlenek például a törésmechanikai számításokban), részleteiről lásd a [http://en.wikipedia.org/wiki/Cauchy-Riemann\\_equations](http://en.wikipedia.org/wiki/Cauchy-Riemann_equations) honlapot;
  - Cauchy-Kovalevszkaja<sup>21</sup>-elmélet: a parciális differenciálegyenletek létezésének és egyértelműségének elveivel foglalkozó tétel, részleteiről a [http://en.wikipedia.org/wiki/Cauchy-Kovalevszkaya\\_theorem](http://en.wikipedia.org/wiki/Cauchy-Kovalevszkaya_theorem) olvasható további információ;
  - Cauchy-Peano<sup>22</sup>-elmélet a kezdeti-érték feladatok létezésének egyik fontos tétele, lásd a [http://en.wikipedia.org/wiki/Cauchy-Peano\\_theorem](http://en.wikipedia.org/wiki/Cauchy-Peano_theorem) honlapot;
  - ...

Ezt a listát még hosszasan lehetne folytatni.

### **A mechanika egyensúlyi egyenletei**

Bár Cauchy alapvetően és elsősorban matematikus volt, munkássága döntő hatást gyakorolt a műszaki mechanika XIX. századi fejlődésére is.

*Claude-Louis Navier*<sup>23</sup> munkáinak hatására kezdett mechanikai kérdésekkel foglalkozni. Elsősorban az alapvető mechanikai változók jelentésével foglalkozott, tartószerkezetek vizsgálata – bár mérnöki diplomával is rendelkezett – különösebben nem érdekelté.

*Navier* – a nagy elődökhöz, *Eulerhez*<sup>24</sup>, *Mariotte*<sup>25</sup>-hoz, *Parent*<sup>26</sup>-hez és *Belidor*<sup>27</sup>-hoz hasonlóan – sokat foglalkozott a testek belsejében létrejövő állapotok mechanikai

<sup>21</sup> Szófia Kovalevszkaja (1850 – 1891) orosz matematikus. Az első nő volt a világon, aki matematikusként professzori rangot kapott.

<sup>22</sup> Giuseppe Peano (1858 – 1932) olasz matematikus, a matematikai logika egyik alapítója.

<sup>23</sup> 1785 – 1836. Kiváló francia mérnök és fizikus. Navier 1821 május 14-én tartotta meg a rugalmas testekkel foglalkozó híres előadását a Francia Akadémián „*Mémoire sur les lois de l'équilibre et du mouvement des corps solides élastiques*” címmel. Nyomtatásban ez az anyag két évvel később jelent meg.

<sup>24</sup> 1707 – 1783. Kiváló svájci származású matematikus, nagyon sokat tett a mechanika fejlődéséért.

<sup>25</sup> 1620 – 1684. Nagy francia fizikus. Az első rendszeresen végzett szilárdságtani kísérletek fűződnek a nevéhez.

<sup>26</sup> 1666 – 1716. Kiváló francia mérnök és matematikus, sokat foglalkozott szilárdságtani vizsgálatokkal.

jellemzésével. Míg azonban a többiek mindig csak egy adott szerkezetet elemeztek – többnyire egy hajlított gerenda vagy egy húzott-nyomott rúd volt a vizsgálat tárgya – Navier megpróbálta általánosítani a feladatot egy tetszőleges alakú, terhelésű és megtámasztású rugalmas test esetére. Az ő számításai – mint az összes többi előző kutatóé – az akkor ismert legmodernebb fizikai elvekre épültek, nevezetesen arra, hogy az anyagot szabályos szerkezetű atomi rács építi fel, és az anyag belső szilárdságát az egyes atomok (vagy molekulák) közötti erőkkel lehet jellemezni. Többen – például *Mariotte*, *Parent* és mások – megkísérelték ezeket az erőket valamilyen módon „belső megoszló erőhatások”-ként jellemezni, de magának a mai értelemben vett „feszültség” fogalmának, a „fajlagos” jelzőnek a kimondásáig senki nem jutott el.

Maga Navier is atomi kapcsolatokból származó belső fiktív erőket használt egyensúlyi differenciálegyenleteinek felírására. Ezeket az egyenleteket az anyag belsejében létrejövő eltolódásfüggvények segítségével adta meg, így végül tulajdonképpen egy elmozdulásmódszer-alapú differenciálegyenlet-rendszerhez jutott, amelyek a külső hatások (erők) és a belső elmozdulásokból adódó igénybevételek egyensúlyát fejezték ki. Az egyenletek elvi használhatóságát sajnos csökkentette az a tény, hogy Navier – ahogy szinte minden kortárs kollégájuk a francia mechanikai iskolában – a belső erők és eltolódások kapcsolatát leíró anyagegyenletekben rugalmas izotrop anyagoknál mindössze egy, anizotrop esetekben pedig 15 paramétert tartott szükségesnek<sup>28</sup>.

Cauchy tulajdonképpen Navier gondolatmenetét követte, amikor a test belsejének egyensúlyi állapotát vizsgálni kezdte. Bevezetett azonban egy rendkívül fontos módosítást – minden látszólagos egyszerűsége ellenére ez Cauchy alapvetően fontos tette a mechanika területén – használni kezdte a test belsejében levő elemi felületekhez tartozó fajlagos erők fogalmát, amelyet ő – a világon először – feszültségnek nevezett el. A pontosság kedvéért meg kell azonban azt is jegyeznünk, hogy a feszültségfogalomra ma használatos határátmeneti formulát a maga matematikailag precíz alakjában először nem Cauchy, hanem *Adhémar Jean Claude Barré de Saint-Venant*<sup>29</sup> adta meg 1845-ben, éppen Cauchy definíciójára hivatkozva. Ezt maga Cauchy is elismerte, és a későbbiekben ő is *Saint-Venant* formuláját használta. Ez a tény azonban semmiképpen nem csökkenti Cauchy érdemeit ennek a mérnöki szempontból rendkívül praktikus változónak megteremtésénél.

A feszültség fogalmát bevezetve Cauchy rögtön továbblépett: az elemi felületdarabkához tartozó általános irányú feszültségvektort felbontani javasolta normál- és nyírófeszültségi komponensekre<sup>30</sup>. Egy elemi tetraéder egyensúlyát vetületi és nyomatóki egyenletek segítségével vizsgálva bebizonyította a nyírófeszültségek dualitását és bevezette a feszültségtenzort. Ezt követően egy elemi hasáb lapjaira működő, a differenciális változás hatását is figyelembe vevő és alapvetően a térbeli koordináták segítségével meghatározott feszültségek valamint a vetületi egyensúly segítségével felírta azt a három

<sup>27</sup> 1698 – 1761. Katalán származású francia mérnök. Elsősorban hidraulikával foglalkozott, kiváló tankönyveket írt, amelyek számtalan (újból és újból átdolgozott) kiadásban jelentek meg. Az utolsó kiadást maga Navier dolgozta át és adatta ki 1830-ban.

<sup>28</sup> Lásd részletesebben ennek a kérdésnek az elemzését a Siméon-Denis Poissonról írt életrajzban.

<sup>29</sup> 1797 – 1886. Kiváló francia mérnök, főleg elméleti mechanikával foglalkozott. Idézett munkája: *Comptes rendus*, Vol. 20. pp. 1765, illetve Vol. 21. pp. 125. 1845.

<sup>30</sup> Megjegyezzük, hogy Cauchy még nem használt  $\sigma$  és  $\tau$  szimbólumokat ezekre a komponensekre, ezek csak jóval később, *Grashof* német tudós javaslatára váltak elfogadottá, ő  $p_{ij}$  jelölésekkel dolgozott.

*differenciálegyenletet*, amit azóta is *Cauchy-egyenletekként*, vagy más néven a *rugalmasságtan egyensúlyi egyenleteiként* ismer a világ.

A feszültségek vizsgálata után Cauchy – egy elemien kicsiny hasáb lehetséges *kicsiny* torzulásait vizsgálva – felírta a térbeli test három eltolódásfüggvénye és a test hat darab *fajlagos alakváltozás-függvénye* közötti differenciális kapcsolatot, vagyis – elsőként a világon – megadta a kis alakváltozásokhoz tartozó *geometriai egyenleteket* is! A két változócsoport – a feszültségek és a fajlagos alakváltozások – közötti kapcsolatra javasolt anyagmodellje *is* helyes lett volna, ha átlép az akkor szokásos megközelítési módon, és mindkét tényezőt anyagfüggő változó paraméternek tekinti<sup>31</sup>.

Megjegyezzük, hogy Cauchy a feszültségek és alakváltozások *szélsőértékeivel* – a *főfeszültségekkel* és *főnyúlásokkal* – és a *feszültségi ellipszoid* fogalmával is foglalkozott.

Cauchy ezeket a gondolatokat először az Akadémián ismertette 1822. szeptember 30-án, rá egy évre pedig nyomtatásban is kiadta<sup>32</sup> levezetéseinek összefoglalását (részletesebb leírását csak később, 1827-ben publikálta<sup>33</sup>). Szinte azonnal beépítette egyetemi oktatásába is, a francia – és az előadásait igen nagy számban látogató külföldi – hallgatók már 1822 őszén ennek megfelelően tanulhatták a mechanikai alapfogalmakat.

Cauchynak ez a munkája megteremtette a *matematikai rugalmasságtan* alapjait. Minden túlzás nélkül állíthatjuk, hogy igen nagy hatással volt a mechanika fejlődésére, mert lehetővé tette a matematikai értelemben pontos alapvető változók és bázisegyenletek használatát. Csak érdekességként jegyezzük meg, hogy a fenti fogalmak bemutatását (feszültség definíciója, elemi tetraéder vizsgálata, elemi hasáb vizsgálata, egyensúlyi egyenletek, főfeszültségek, stb.) szinte szó szerint *ebben a formában és sorrendben* használja ma is a világ számtalan országának mechanika oktatása...

### **Felhasznált irodalom:**

- 1./ Timoshenko, S. P.:** History of Strength of Materials, *McGraw-Hill*, 1953.
- 2./ Love, A. E. H.:** A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity, *Cambridge University Press*, 1892.
- 3./ Todhunter, I. – Pearson, K.:** A History of the Elasticity and of the Strength of Materials from Galilei to the Present Time, Vol. I-II, *Cambridge University Press*, 1886.

---

<sup>31</sup> Érdekes és fontos megjegyzés, hogy Cauchy az izotrop anyagokra felírt ezen kapcsolati egyenletekben minden kortársától eltérően már *két* paramétert használt, és ezzel megelőzte Greent (!), de aztán nem vizsgálta részletesebben ezt a kérdést, és az egyiket a szokásoknak megfelelően konstansnak tekintette.

<sup>32</sup> *Bull. soc. Philomathique. Paris*, pp. 9-13., 1823.

<sup>33</sup> *Exercices de mathématiques*. 1827.