Transzport folyamatok felszíni vizekben

TRANSZPORT FOLYAMATOK

Szennyezőanyag sorsa a felszíni vizekben

Szűk értelmezés: csak a fizikai folyamatok (víz szerepe)

Tág értelmezés: kémiai, biokémiai, fizikai folyamatok is szerepelnek

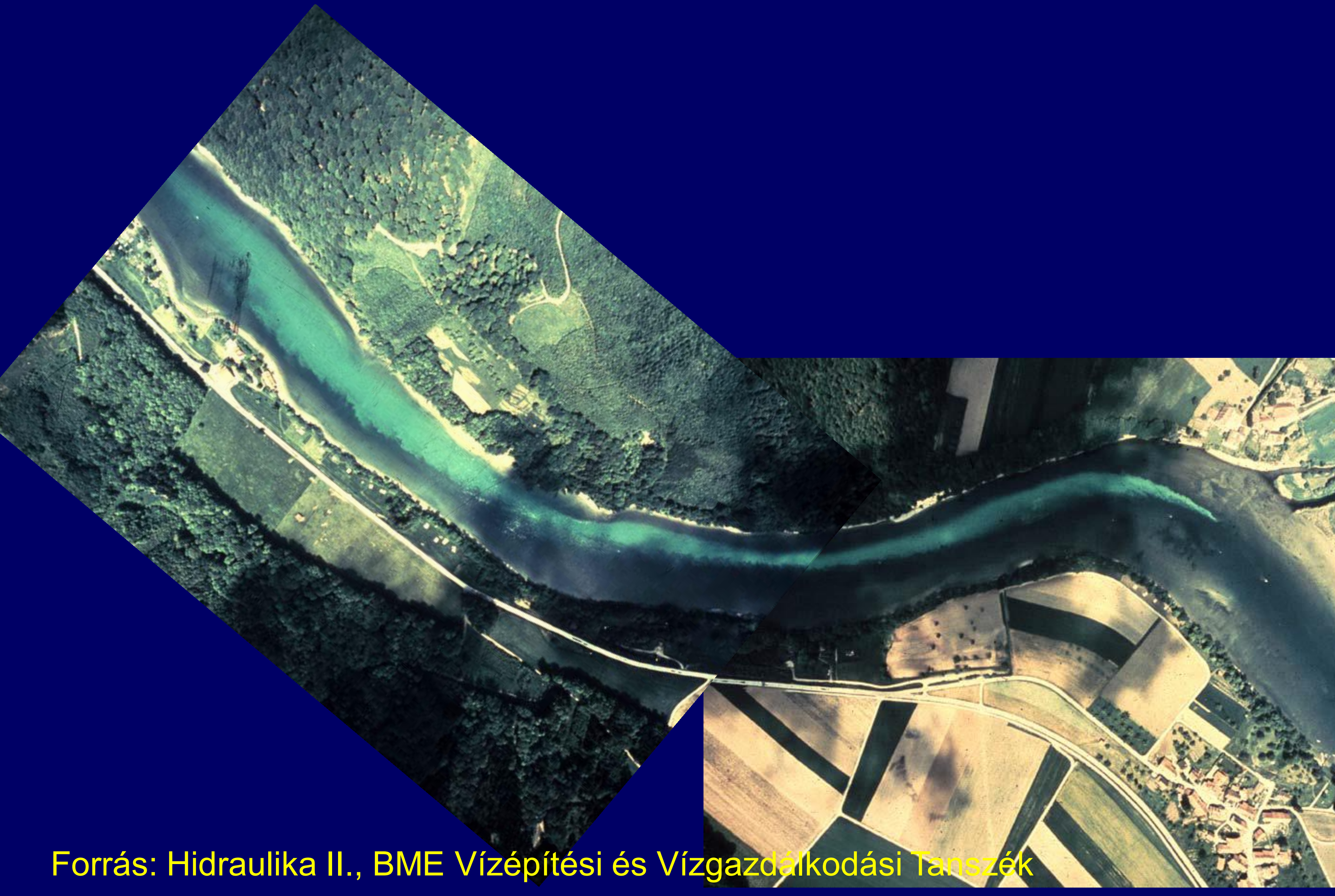
Alkalmazási területek felszíni vizeknél:

- **Vízminőségi változások számítása a kibocsátások hatására (koncentráció változása, határérték megfelelés)**
- **Keveredés térbeli léptéke (partok elérése, teljes elkeveredés, szennyvízbevezetések helyének tervezése)**
- **Monitoring tervezés (mintavételi helyek kijelölése, keveredési zónák meghatározása)**
- **Havária események modellezése (szennyezőanyag-hullám levonulásfolyón - early warning - előrejelzés)**

Az Inn, a Duna és az Ilz összefolyása Passau-nál

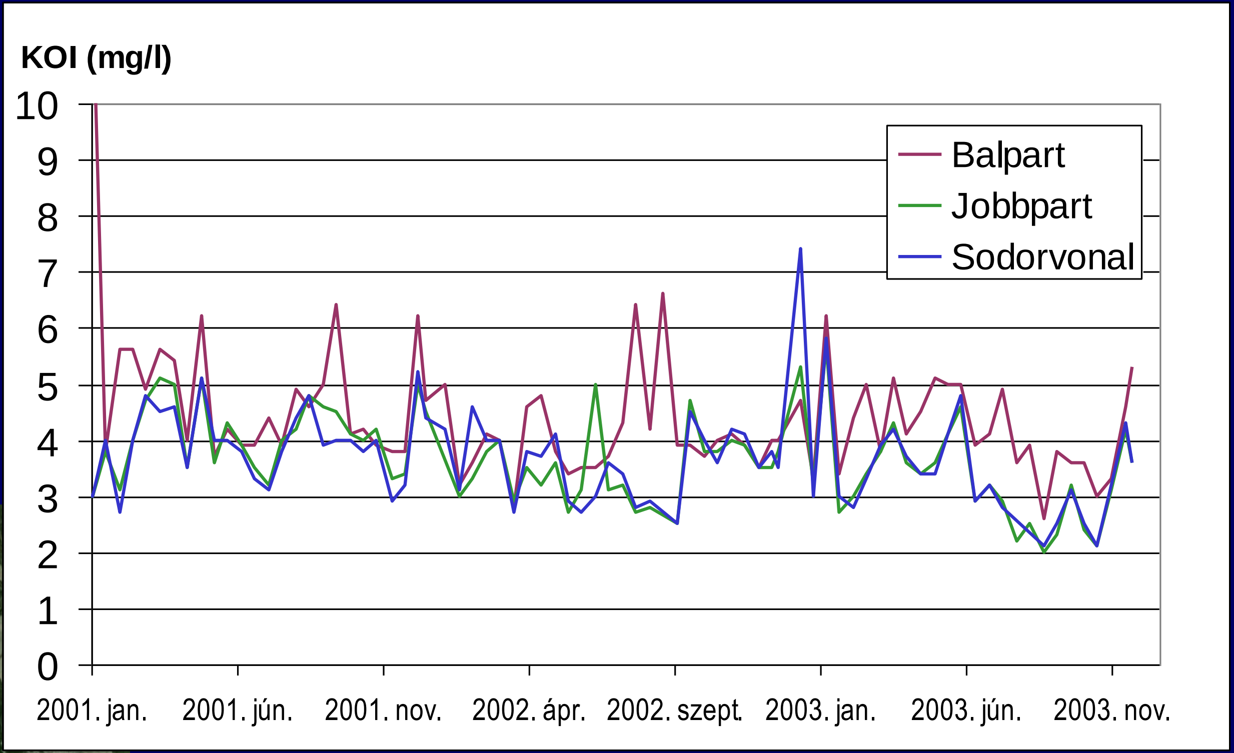
Forrás: Hidraulika II., BME Vízépítési és Vízgazdálkodási Tanszék

Szennyezőanyag csóva a Rajnán



Forrás: Hidraulika II., BME Vízépítési és Vízgazdálkodási Tanszék

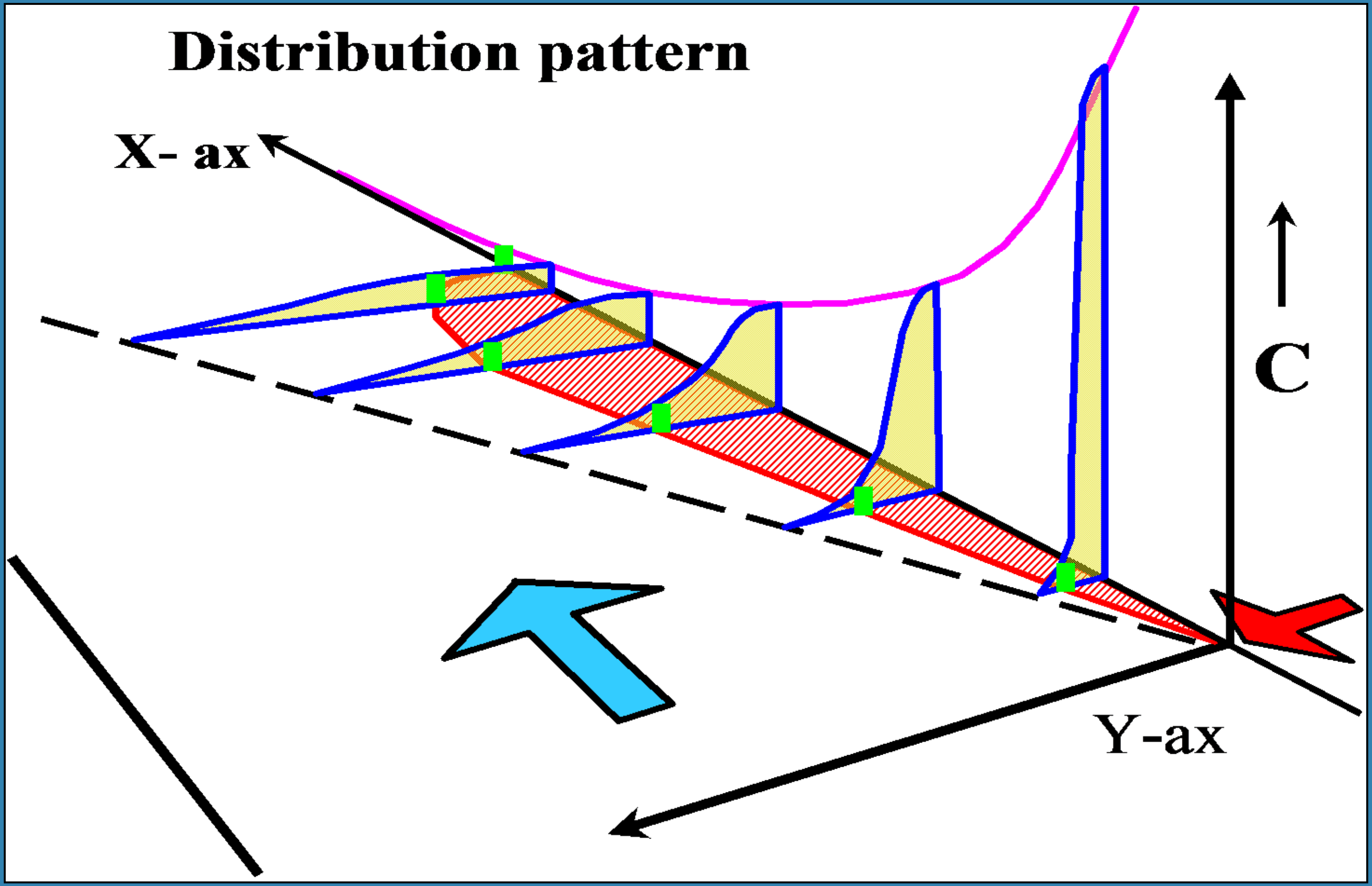
Duna vízminőségének változása Szobnál (2001-2003)



Keveredési zóna kijelölése

Jogszabályi előírás:
2008/105/EC ⇨ **10/2010 (VIII.18) VM rend.**

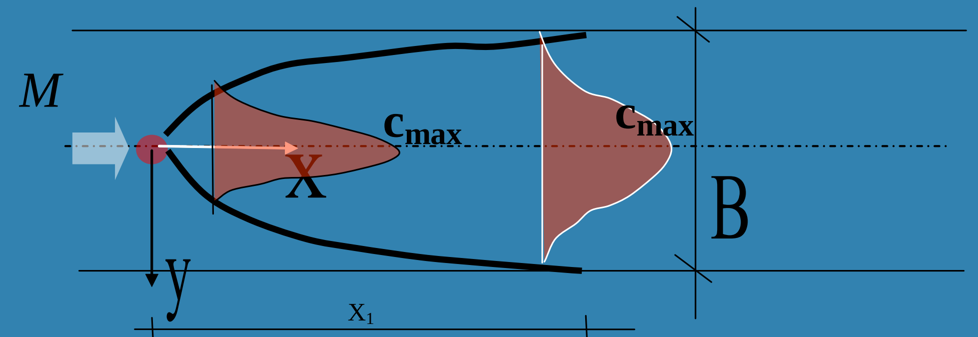
A keveredési zónában az EQS túllépés megengedett!



Keveredési zóna kijelölése

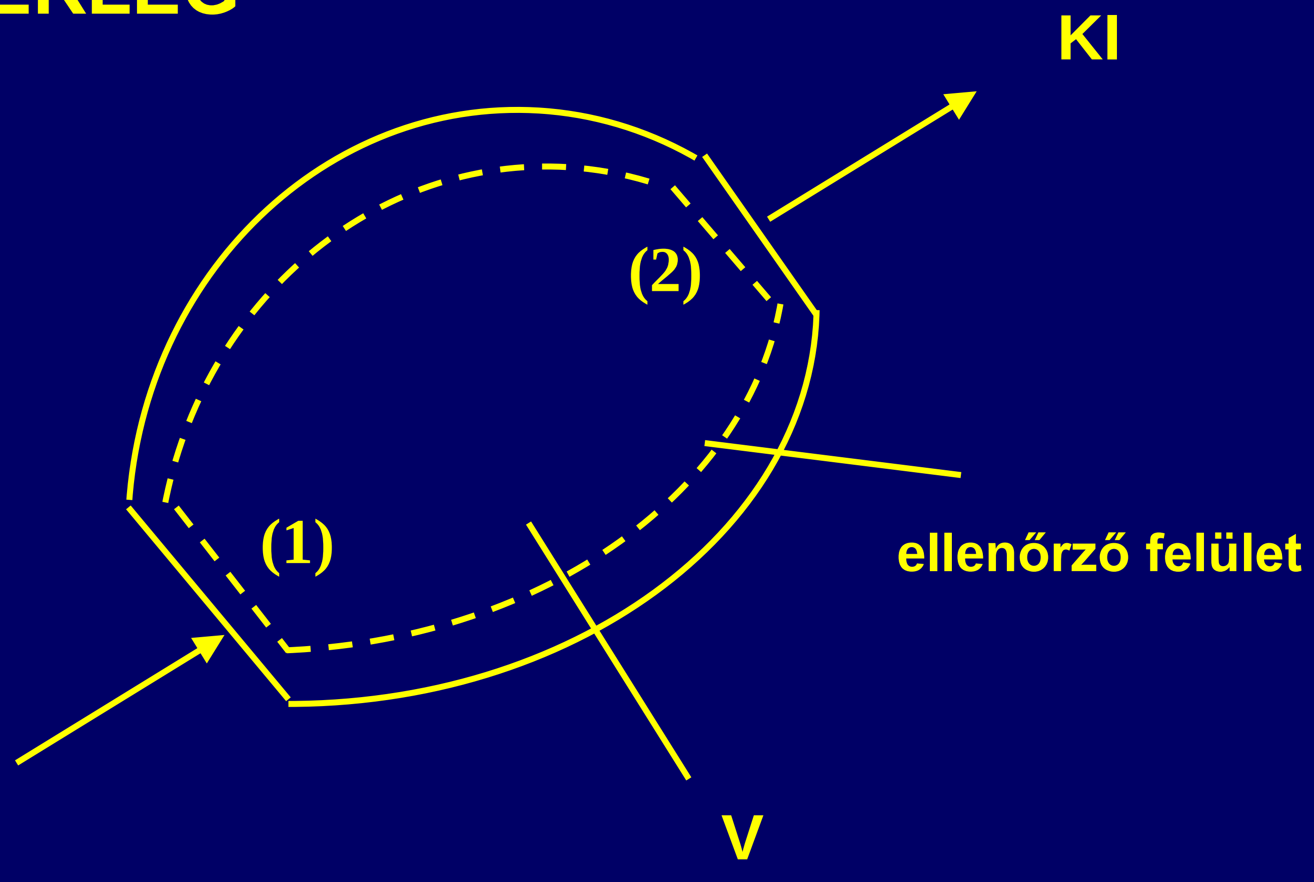
Meghatározás:
Áramlási viszonyok befolyásolják
$L = F(B^2, D_y, v_x)$

CIS útmutató:
több lépéses vizsgálat:
- jelentős-e a terhelés?
- egyszerűsített számítás (elkeveredés utáni koncentráció növekmény az EQS %-ában)
- modell (2D, 3D)



Gyakorlat:
L = 10 x B (m), vagy L =1 km (B<100m),
feltételezve, hogy L < a víztest teljes hosszának 10%-a

ANYAGMÉRLEG



$$\underbrace{BE - KI}_{\text{anyagáram}} = \underbrace{MEGVÁLTOZÁS \pm FORRÁSOK}_{\text{tározott tömeg}} \quad \left(\frac{\Delta M}{\Delta t}\right)$$

Anyagmérleg (folyó, 1 dimenzió)

C(x, t) koncentráció a keresztmetszet mentén állandó (teljes elkeveredés)

Be: ***Ki:*** ***Megváltozás:***

$$v_1 \cdot A_1 \cdot C_1 - v_2 \cdot A_2 \cdot C_2 = V \cdot \frac{dC}{dt} \pm \text{FORRÁS/NYELŐ}$$

Általános alakban :

$$A \cdot v \cdot c - A \cdot \left(vc + \frac{\partial\, vc}{\partial x} dx\right) = V \cdot \frac{\partial C}{\partial t} \pm F/Ny$$

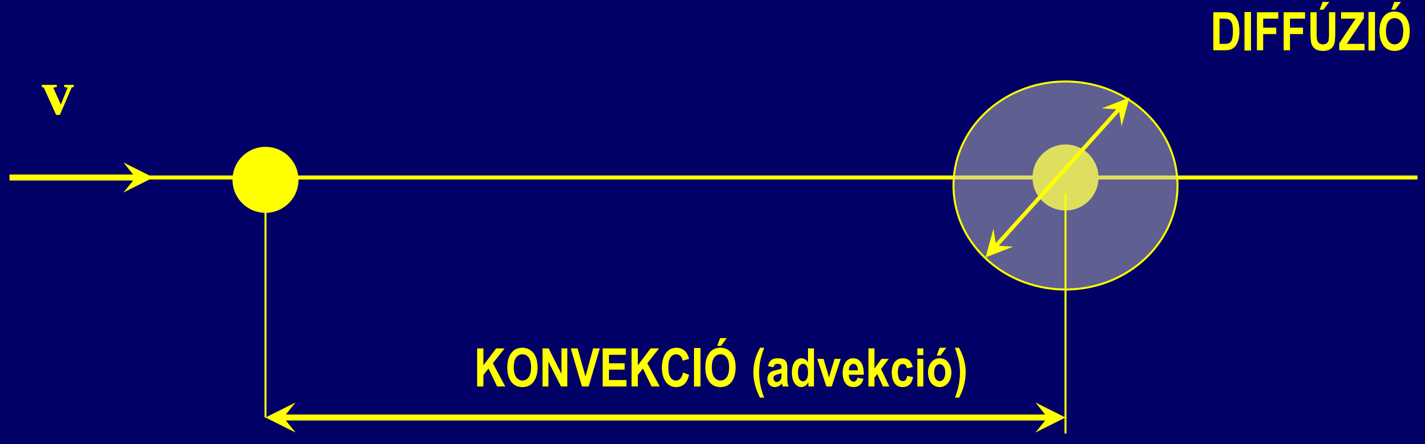
Speciális estek:

- **ha C(t), v(t), Q(t) = áll. → permanens állapot → dC/dt = 0**
- **ha F/Ny = 0 → konzervatív anyag (oldott állapotban lévő, reakcióba nem lépő szennyező)**
- **valós szennyezők: leggyakrabban nem konzervatívak, megjelenik a forrás és/vagy nyelőtag (reakciók)**

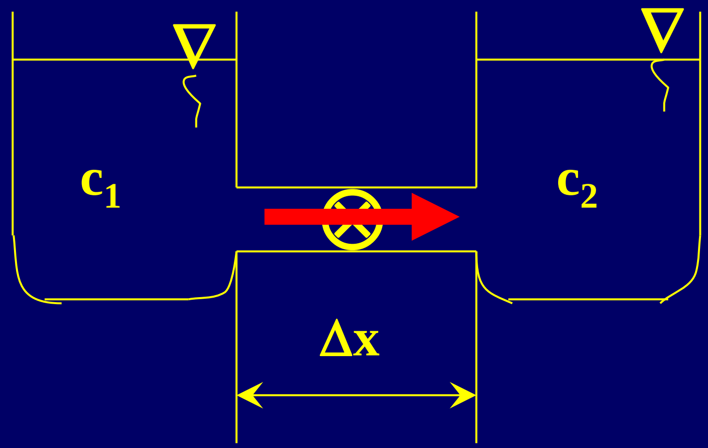
ÁLTALÁNOS TRANSZPORTEGYENLET

Alkalmazási feltételek:

- A szennyezőanyagbevezetés az alapáramláshoz viszonyítva nem idéz elő számottevő sebességkülönbséget,
- A szennyezőanyag és a befogadó sűrűségkülönbsége kicsi,
- Konzervatív anyag



DIFFÚZIÓ: FICK TÖRVÉNY



- $c_1 > c_2$ szeparált tartályok
- csapot kinyitjuk
- kiegyenlítődés (Brown-mozgás)
- hőmérsékletfüggés

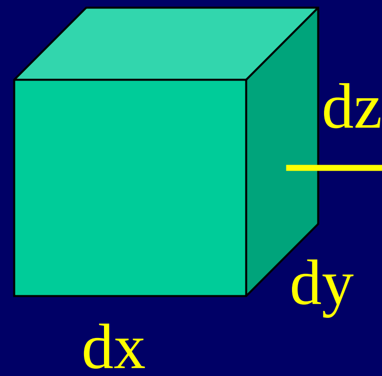
FLUXUS (fajlagos anyagáram egységnyi merőleges felületen át, időegység alatt

$$F \sim -\frac{c_1 - c_2}{\Delta x}$$

D - molekuláris diffúzió tényezője [m²/s]

$$F = -D \cdot \frac{dc}{dx} \qquad \left[\frac{g}{m^2 s}\right]$$

ANYAGMÉRLEG

BE: konv +diff → 

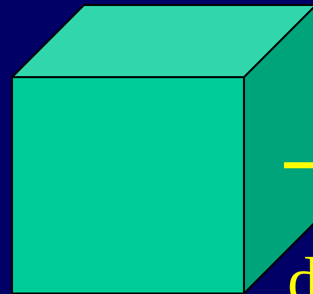
→ KI: konv + diff

x irány

BE	KI	MEGVÁLTOZÁS:
Konvekció:		
$v_x\, c\, dy\, dz$	$-v_x c\, dy\, dz - \frac{\partial}{\partial x}(v_x c)\, dx\, dy\, dz$	
Diffúzió:		
$-D\frac{\partial c}{\partial x} dy\, dz$	$+D\frac{\partial c}{\partial x} dy\, dz + \frac{\partial}{\partial x}\left(D\frac{\partial c}{\partial x}\right) dx\, dy\, dz$	

$$dx\, dy\, dz\, \frac{\partial c}{\partial t}$$

ANYAGMÉRLEG

BE: konv +diff →  → KI: konv + diff

<u>x irány</u>

$$\cancel{v_x c\, dydz} - \left[\cancel{v_x c} + \frac{\partial}{\partial x}(v_x c)dx \right] dydz -$$

$$\cancel{-D\frac{\partial c}{\partial x}dydz} + \left[\cancel{D\frac{\partial c}{\partial x}} + \frac{\partial}{\partial x}(D\frac{\partial c}{\partial x})dx \right] dydz =$$

$$= \underbrace{dxdydz}_{V}\frac{\partial c}{\partial t}$$

Anyagmérleg-egyenlet (konvekció-diffúzió 1D), x irány

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}(v_x \cdot c)}_{\text{Konvekció}} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x}\left(D \cdot \frac{\partial c}{\partial x}\right)}_{\text{Diffúzió}} = 0$$

Konvekció: áthelyeződés **Diffúzió: szétterülés**

Ha D(x) = const. x irányban

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(v_x \cdot c) - D \cdot \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} = 0$$

konvekció - diffúzió 1D egyenlete

A többi irány esete teljesen hasonló

Három dimenzióban (3D): x, y, z irányok

$$\frac{\partial c}{\partial t}+\frac{\partial(v_x c)}{\partial x}+\frac{\partial(v_y c)}{\partial y}+\frac{\partial(v_z c)}{\partial z}-D\frac{\partial^2 c}{\partial x^2}-D\frac{\partial^2 c}{\partial y^2}-D\frac{\partial^2 c}{\partial z^2}=0$$

Konvekció: az áramlási sebességtől függően az eltérő koncentráció értékkel jellemzett részecskék egymáshoz viszonyítva különböző mértékben mozdulnak el.

Diffúzió: a szomszédos vízrészecskék egymással való (lassú) elkeveredése, koncentráció kiegyenlítődéshez vezet.

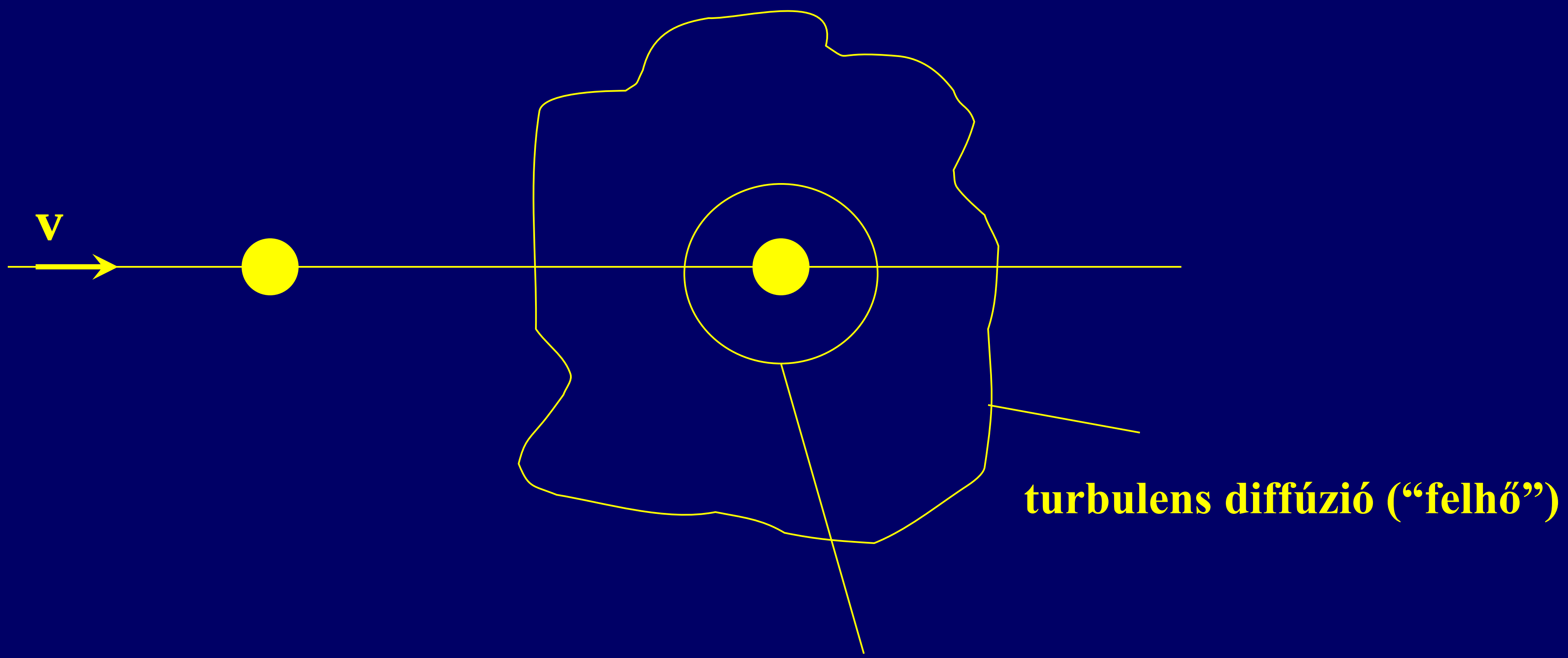
D – a molekuláris diffúziós tényező (anyagjellemző, izotróp, vízre 10^{-4} cm^2/s)

Kiterjesztése: turbulens diffúzió és diszperzió (azonos alakú egyenlettel, csak D értelmezése lesz más, időben és térben integrálunk)

TURBULENS DIFFÚZIÓ

$$\overline{v'c'} = -D_{tx}\frac{\Delta\bar{c}}{\Delta x}$$

D_{tx}, D_{ty}, D_{tz} >> D



3D transzport egyenlet turbulens áramlásban:

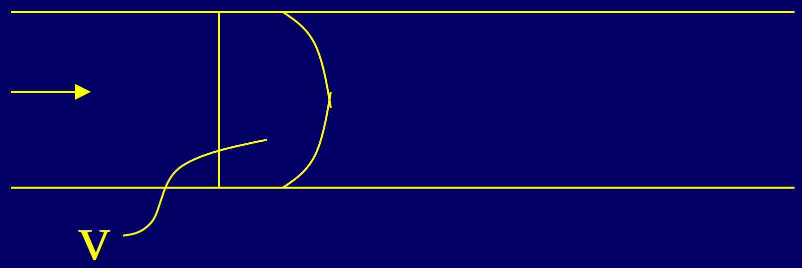
$$\frac{\partial \bar{c}}{\partial t} + \frac{\partial(\bar{v}_x \bar{c})}{\partial x} + \frac{\partial(\bar{v}_y \bar{c})}{\partial y} + \frac{\partial(\bar{v}_z \bar{c})}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial x}(D_x \frac{\partial \bar{c}}{\partial x}) - \frac{\partial}{\partial y}(D_y \frac{\partial \bar{c}}{\partial y}) - \frac{\partial}{\partial z}(D_z \frac{\partial \bar{c}}{\partial z}) = 0$$

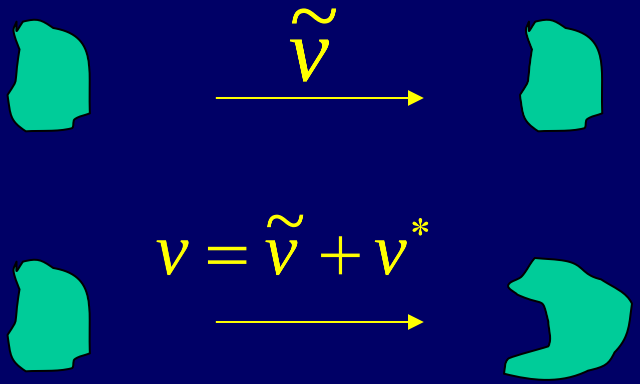
$D_x = D + D_{tx}$, $D_y = D + D_{ty}$, $D_z = D + D_{tz}$

- **Konvekció: átlagsebesség (T) és a pulzációk hatása, utóbbi a diffúziós tagban jelenik meg!**
- **Turbulens diffúzió**
  - **Sebesség véletlenszerű ingadozásai (pulzációk)**
  - **Matematikailag diffúziós folyamatként kezelendő**
  - **Hely- és irányfüggő (nem homogén, anizotróp)**
  - **Turbulenciakutatás és empirikus összefüggések**

DISZPERZIÓ

A térbeli egynlőtlenségekből adódó konvektív transzport (az átlaghoz képest előresiető, visszamaradó részecskék)





$$D_x^* = D + D_{tx} + D_{dx}$$

- Csak 2D és 1D egyenletekben létezik (argumentum: pl. (hv_xc))
- Diszperziós tényező: a sebességtér függvénye
- Víz és légkör (kanyarok, esés, stabilitás, inverzió stb.)
- Minél nagyobb az átlagolandó felület, annál nagyobb az értéke
- 2D eset: D_x^*, D_y^* >> D_x
- 1D eset: D_x^{**} >> D_x^*
- Lamináris áramlásban is létezik!

2D transzport egyenlet turbulens áramlásban (koncentr. H menti átlag):

$$\frac{\partial(HC)}{\partial t}+\frac{\partial(Hv_xC)}{\partial x}+\frac{\partial(Hv_yC)}{\partial y}-\frac{\partial}{\partial x}(HD_x^*\frac{\partial C}{\partial x})-\frac{\partial}{\partial y}(HD_y^*\frac{\partial C}{\partial y})=0$$

- D_x^*, D_y^* 2D egyenlet turbulens diszperziós tényezői (Taylor)

- Mélység mentén vett átlag (H)

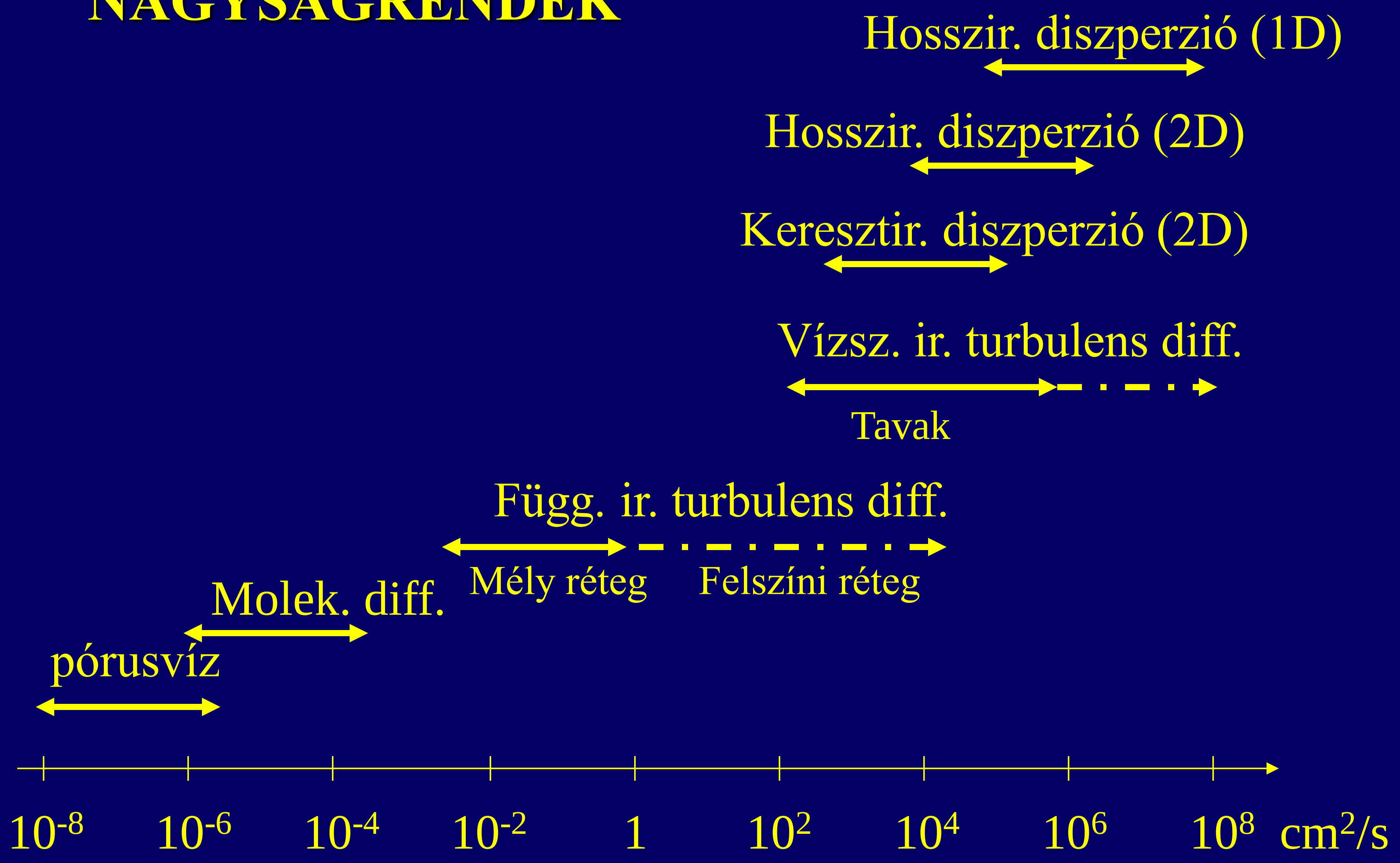
1D transzport egyenlet turbulens áramlásban (A menti átlag):

$$\frac{\partial(AC)}{\partial dt}+\frac{\partial(Av_xC)}{\partial x}-\frac{\partial}{\partial x}(AD_x^{**}\frac{\partial C}{\partial x})=0$$

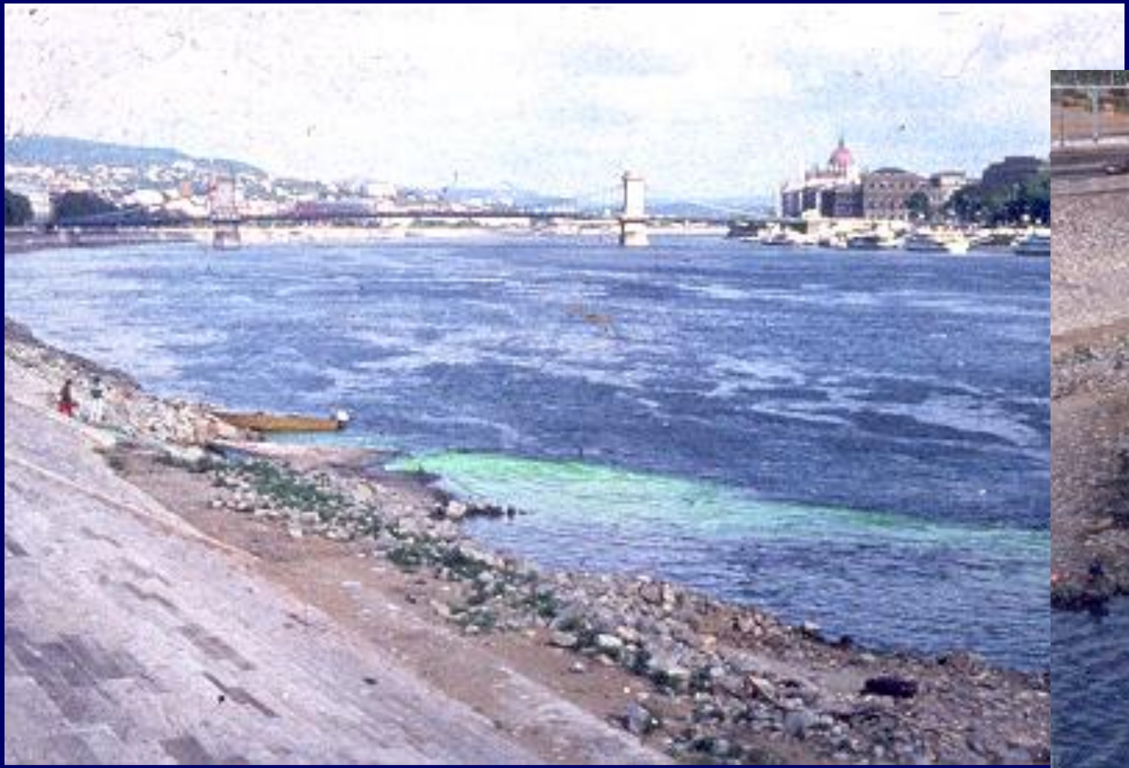
- D_x^{**} 1D egyenlet turbulens diszperziós tényezője

- Keresztszelvény területre vonatkoztatott átlag (A)

NAGYSÁGRENDEK



Diszperziós tényező meghatározása: nyomjelzős mérések



Mérés nyomjelző anyaggal (pl. festék, lassan bomló izotóp)

Inverz számítási feladat a mért koncentráció-értékekből

Diszperziós tényezők becslése (empíriák)

Keresztirányú diszperziós tényező (Fischer):

$D_y^* = d_y\, u^* R$ (m^2/s)

d_y – dimenzió nélküli konstans,

egyenes, szabályos csatorna $d_y \approx 0.15$,

enyhén kanyargós meder $d_y \approx 0.2 – 0.6$

kanyargós, tagolt meder dy > 0.6 (1-2)

u* - fenékcsúsztató sebesség, $u^* = (gRI)^{0.5}$

R – hidraulikai sugár (terület/kerület); I esés (-)

Hosszirányú diszperziós tényező: $d_x \approx 6$

TRANSZPORTEGYENLET ANALITIKUS MEGOLDÁSAI

Alkalmazás:

- Szennyezőanyagok permanens elkeveredése
- Szennyezőanyag-hullám levonulása

Fő lépések:

- Medergeometria, sebesség, vízmélység (mérés, számítás)
- Diszperziós tényező(k) 2D, 1D

Analitikus megoldások csak egyszerűbb esetekben vezethetőek le → közelítő számítások

Pontosabb számítások mérések alapján, numerikus módszerekkel (kalibrálás, igazolás)

PERMANENS ELKEVEREDÉS

Időben állandósult szennyezőanyag-emisszió

Permanens kisvízi vízhozam

Állandó sebesség, vízmélység és diszperziós tényezők

2D-egyenlet, mélység menti változás elhanyagolása (sekély folyó)

$$\cancel{\frac{\partial(h\cdot c)}{\partial t}}+\frac{\partial}{\partial x}(h\cdot v_x c)+\cancel{\frac{\partial}{\partial y}(h\cdot v_y c)}=\cancel{\frac{\partial}{\partial x}\left(h\cdot D_x\frac{\partial c}{\partial x}\right)}+\frac{\partial}{\partial y}\left(h\cdot D_y\frac{\partial c}{\partial y}\right)$$

Konvekció → áthelyeződik

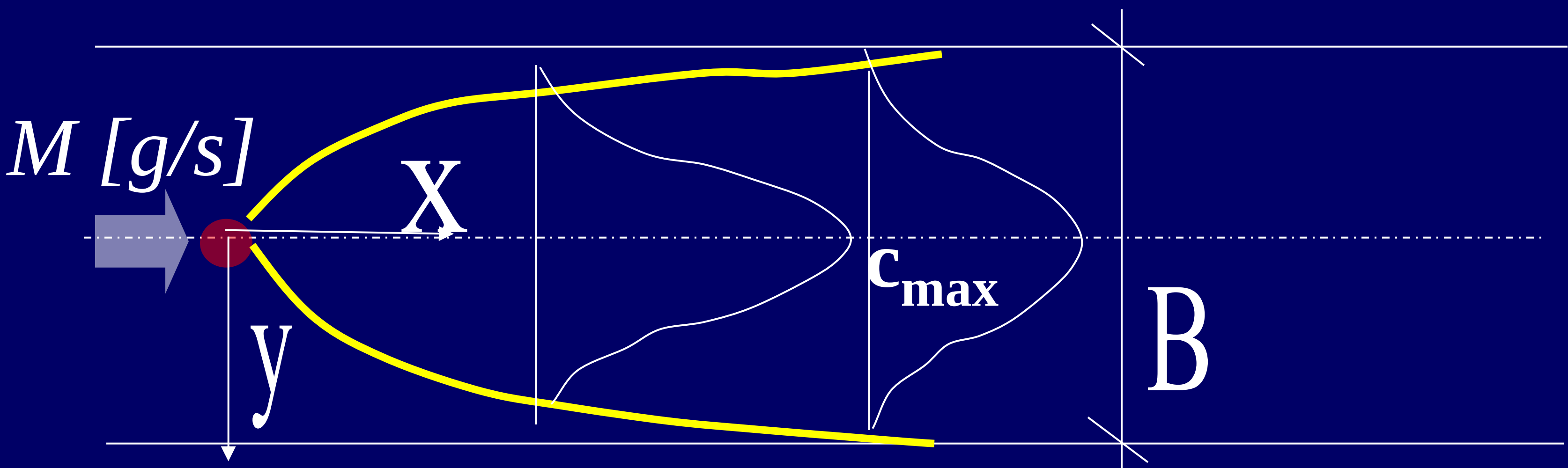
$$v_x\frac{\partial c}{\partial x}=D_y\frac{\partial^2 c}{\partial y^2}$$

Diszperzió → szétterül

Kezdeti feltétel: M_0 (x_0, y_0) - emisszió

Peremfeltétel: $\partial c/\partial y = 0$ a partnál

Sodorvonali bevezetés



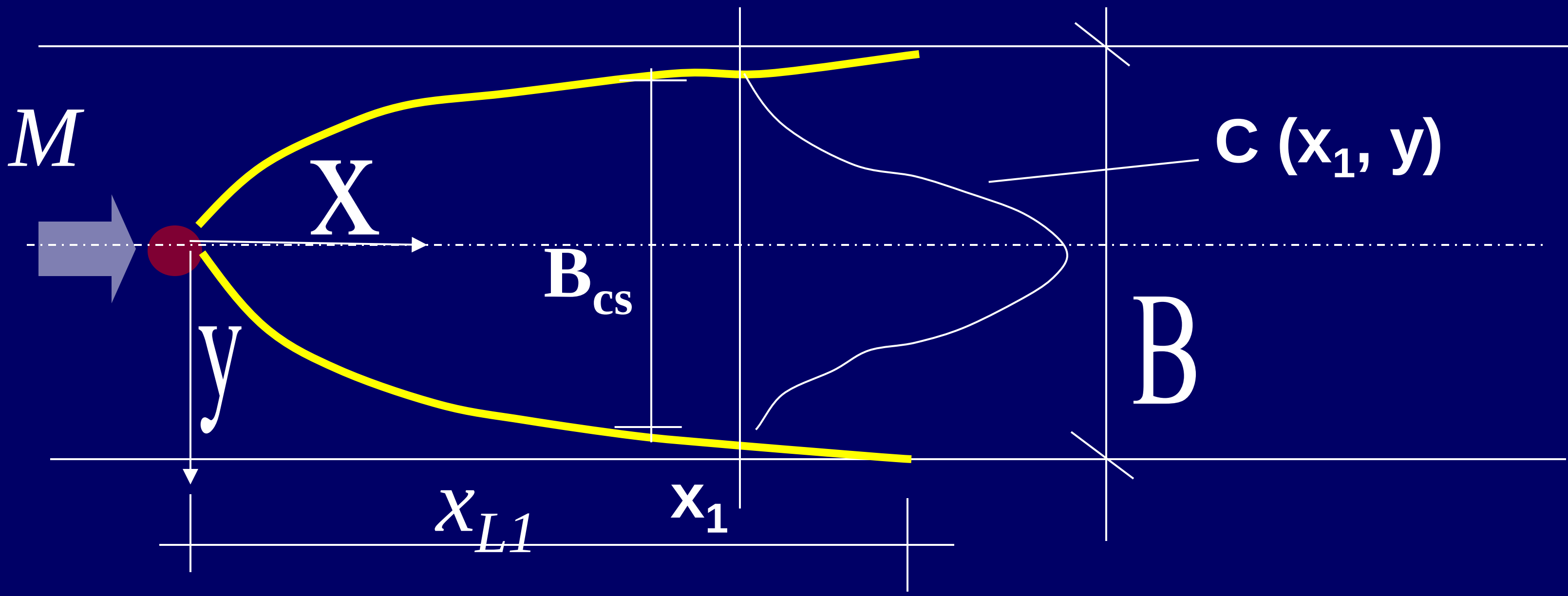
$$c\,(x,y) = \underbrace{\frac{M}{2h\sqrt{D_y \Pi v_x x}}}_{c_{max}} \exp\left(\frac{-v_x y^2}{4 D_y x}\right)$$

Hosszirányban: $x^{-½}$ függvény szerint

Keresztirányban: Gauss (normál) - eloszlás

$$f(y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\Pi}} \exp\left(\frac{-(y-m)^2}{2\sigma^2}\right) \Rightarrow \sigma_y = \sqrt{\frac{2D_y x}{v_x}}$$

Sodorvonali bevezetés



B_{cs}: 0.1 c_{max}-nál

$$B_{cs} = 2 \cdot 2.15 \cdot \sigma$$

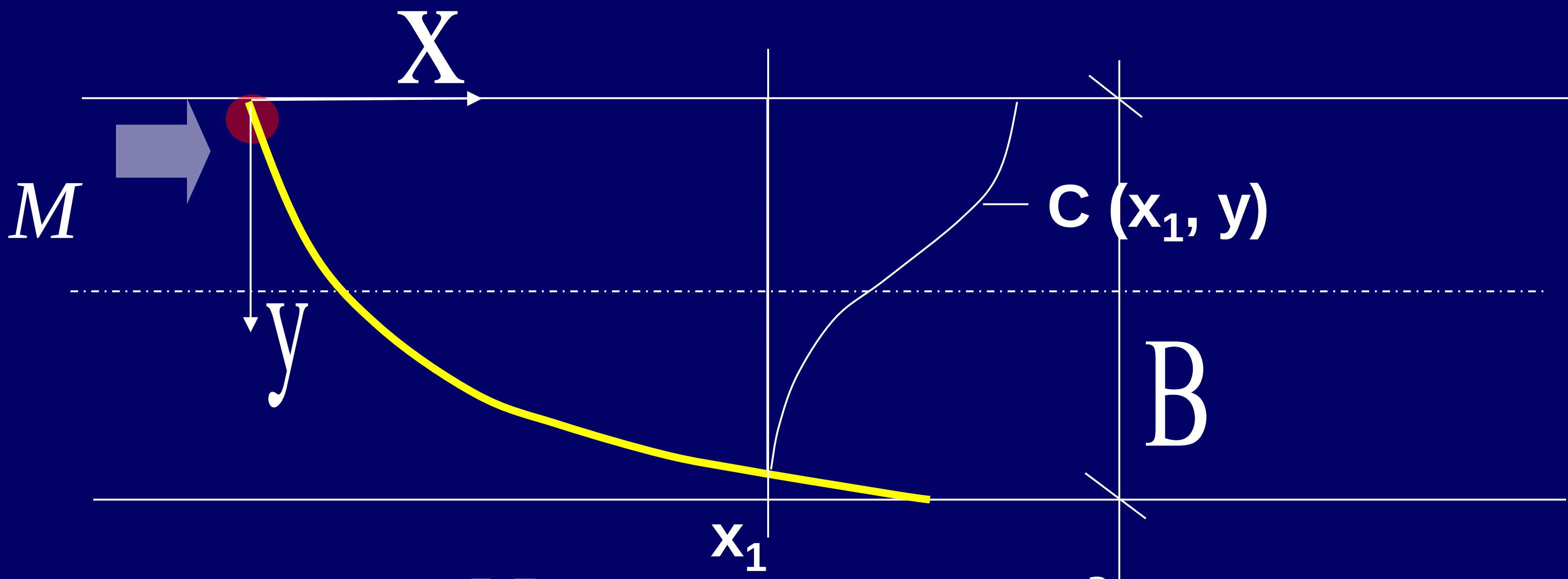
csóvaszélesség

$$B_{cs} = 4.3\sqrt{\frac{2D_y x}{v_x}}$$

$$B \approx B_{cs} \Rightarrow x_{L1} = 0.027\frac{v_x}{D_y}B^2$$

első elkeveredési távolság (part elérése)

Parti bevezetés



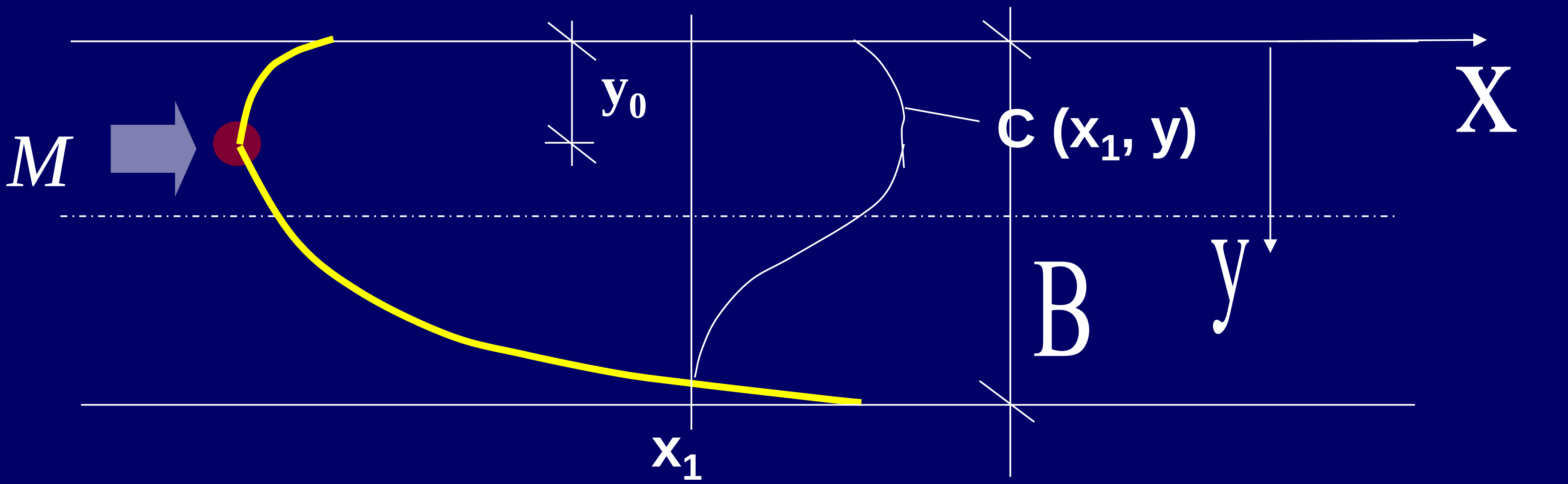
$$C(x,y) = \underbrace{\frac{M}{h\sqrt{D_y \Pi v_x x}}}_{c_{max}} \exp\left(\frac{-v_x y^2}{4 D_y x}\right)$$

Part elérése:

$$B_{cs} = 2.15\sqrt{\frac{2 D_y x}{v_x}}$$

$$x_{L1} = 0.11 \frac{v_x}{D_y} B^2$$

Partközeli bevezetés (általános alak)

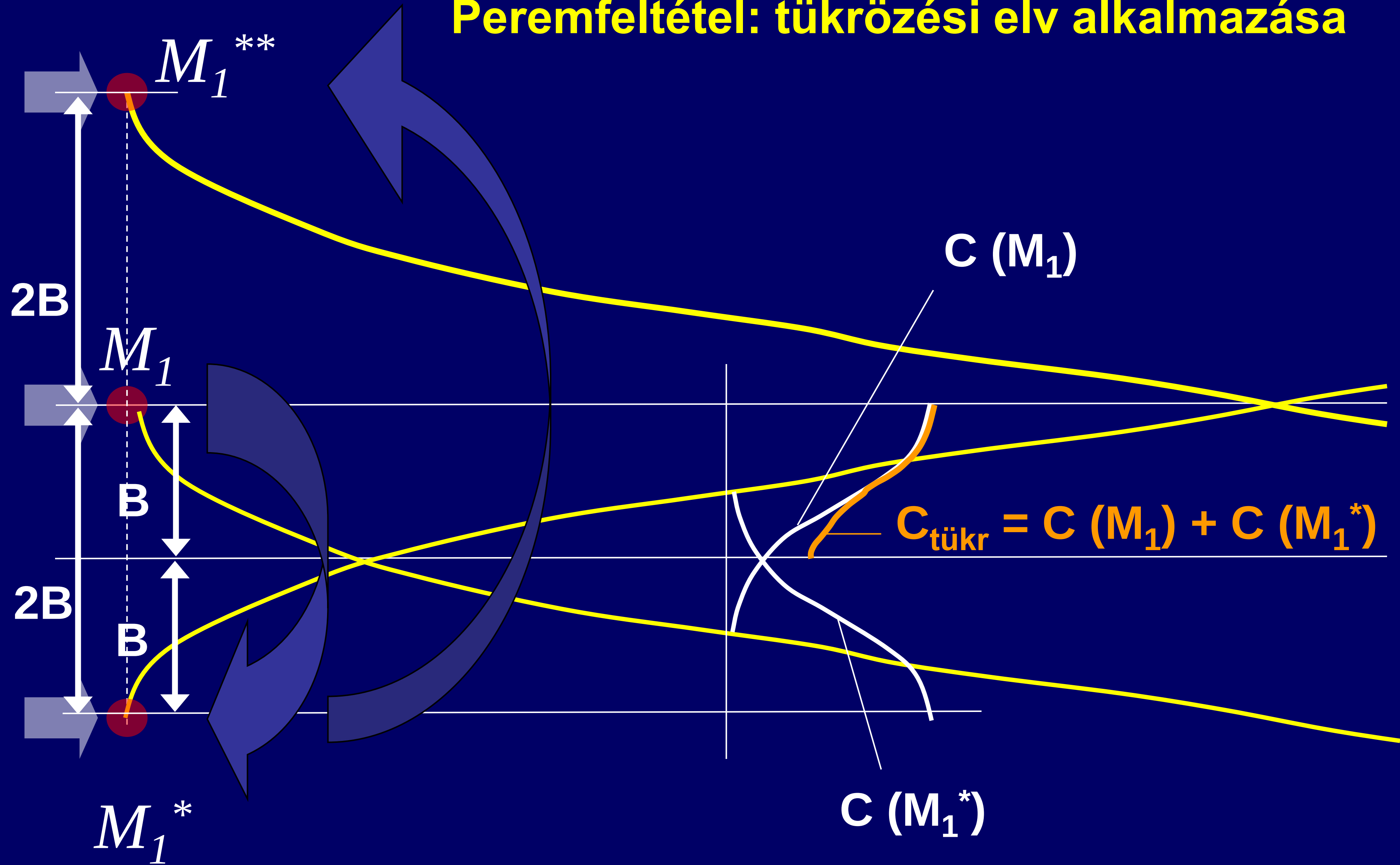


$$c = \underbrace{\frac{M}{2h\sqrt{D_y \Pi v_x x}}}_{c_{max}} \left(\exp\left(\frac{-v_x (y-y_0)^2}{4 D_y x}\right) + \exp\left(\frac{-v_x (y+y_0)^2}{4 D_y x}\right) \right)$$

$y_0 = 0 \rightarrow$ parti $\qquad y_0 = B/2 \rightarrow$ sodorvonali

Partélek figyelembevétele (teljes folyószakasz)

Peremfeltétel: tükrözési elv alkalmazása



Partélek figyelembevétele (teljes folyószakasz)

Matematikai leírás: végtelen sor megjelenése

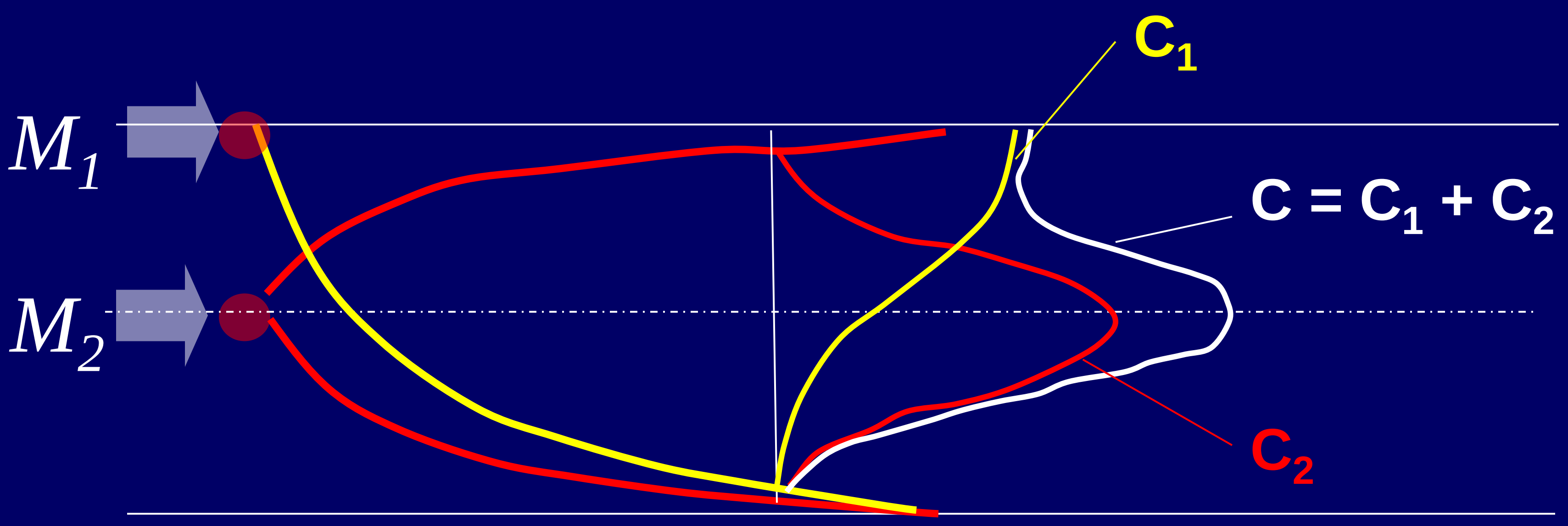
A parttól y_0 távolságra lévő bevezetés esetén:

$$c = \frac{M}{2h\sqrt{D_y \Pi v_x x}} \sum_{n=-\infty}^{n=\infty} \left(\exp\left(\frac{-v_x (y - y_0 + 2nB)^2}{4 D_y x} \right) + \exp\left(\frac{-v_x (y + y_0 - 2nB)^2}{4 D_y x} \right) \right)$$

Teljes elkeveredés: a koncentráció keresztszelvény menti változása 10 %-nál kisebb

$L_2 \sim 3L_1$ **második elkeveredési távolság**

Több szennyezőforrás esete



Több bevezetési pont vagy diffúzor sor: szuperpozíció elve

Elkülönített számítás minden egyes bevezetési pontra majd összegzés

Lökésszerű terhelés (szennyezés hullám)

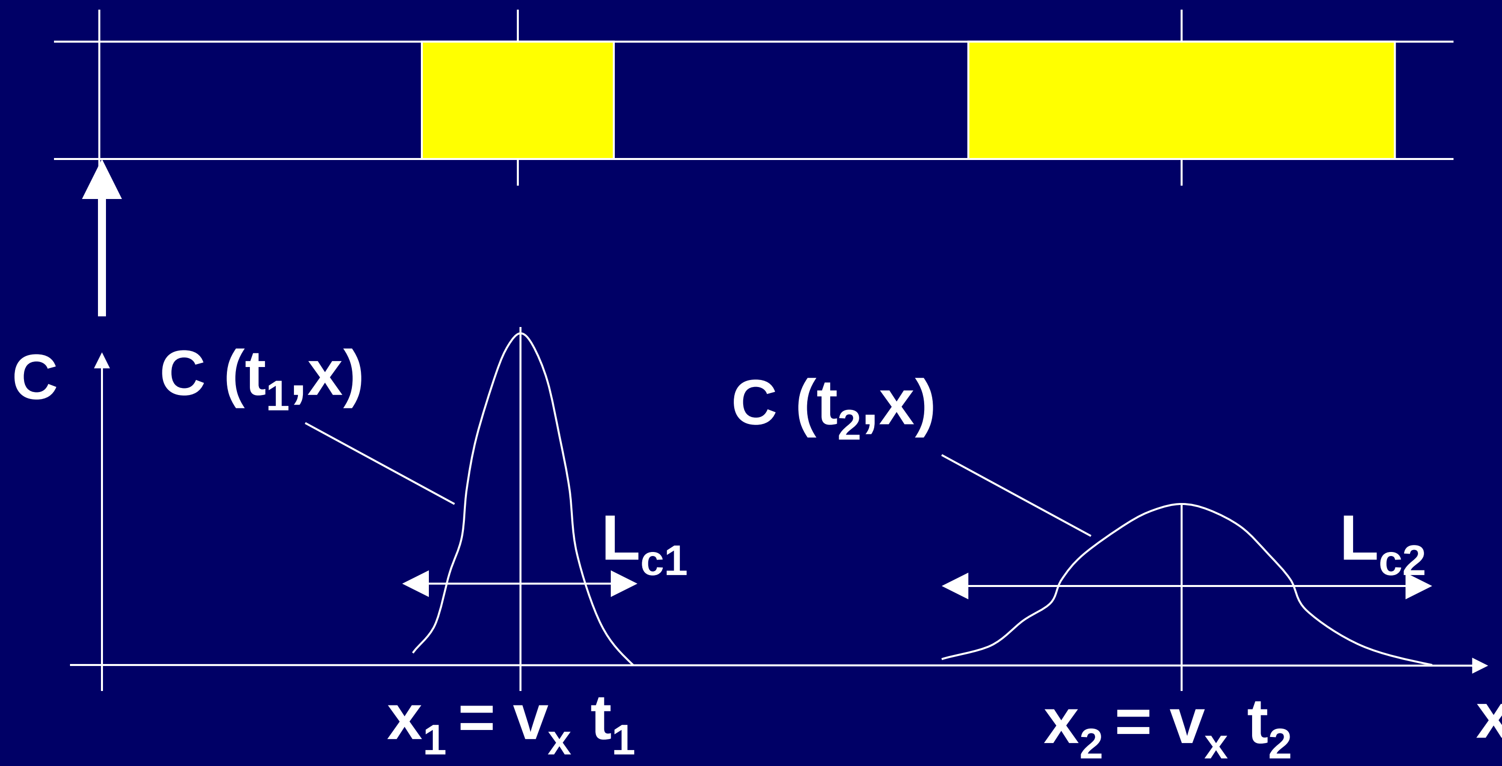
1D-esetben (keskeny és sekély folyók)

$$\frac{\partial C}{\partial t} + v_x \frac{\partial C}{\partial x} = D_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$$

$$C = \frac{G}{2A\sqrt{D_x \Pi t}} \exp\left(\frac{-(x - v_x t)^2}{4 D_x t} \right)$$

G (x_0, y_0) – szennyező tömege

Lökésszerű terhelés



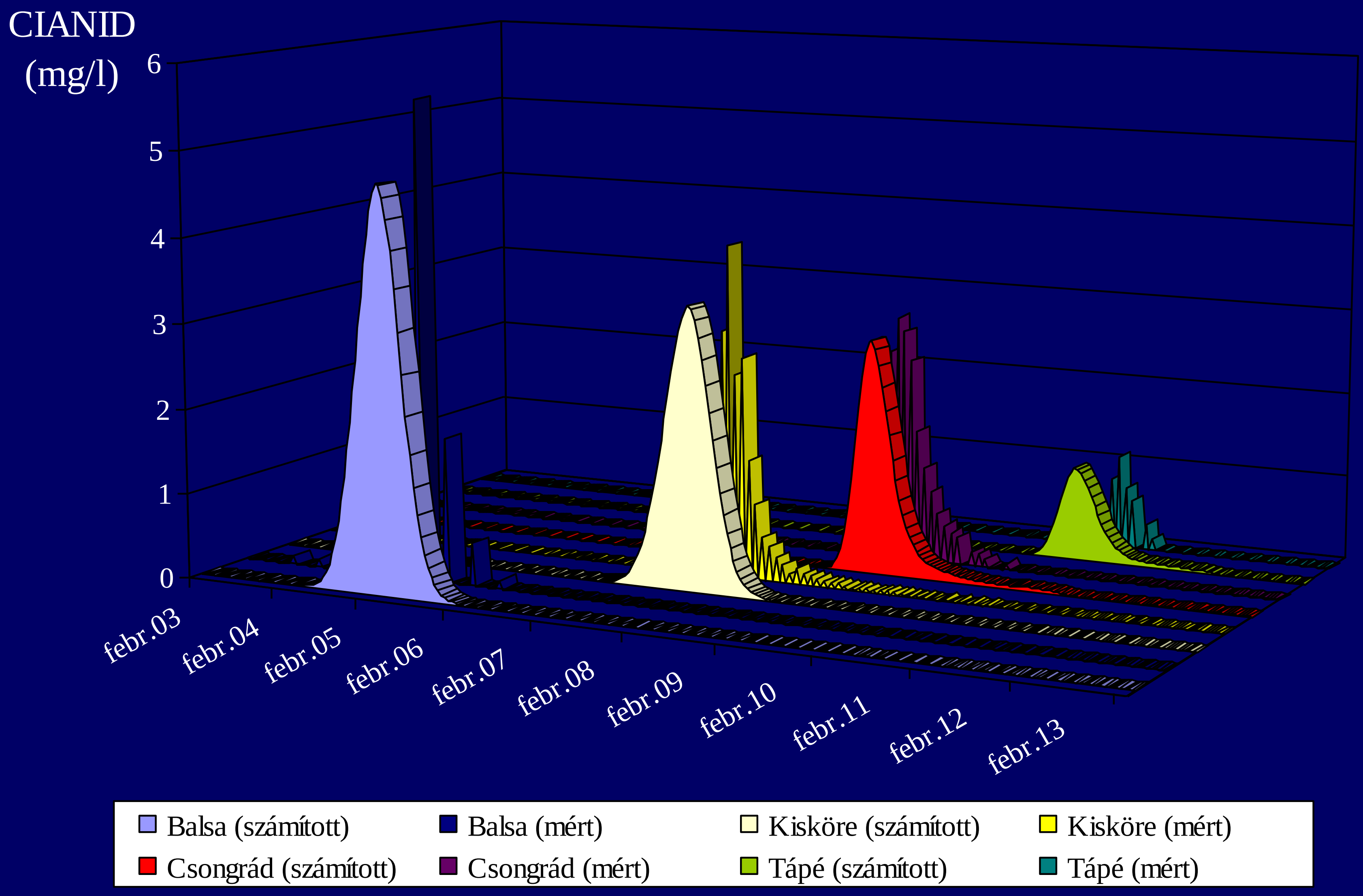
$$C_{max} = \frac{G}{2A\sqrt{D_x \Pi t}}$$

Egy rögzített pillanatban (x/v_x)

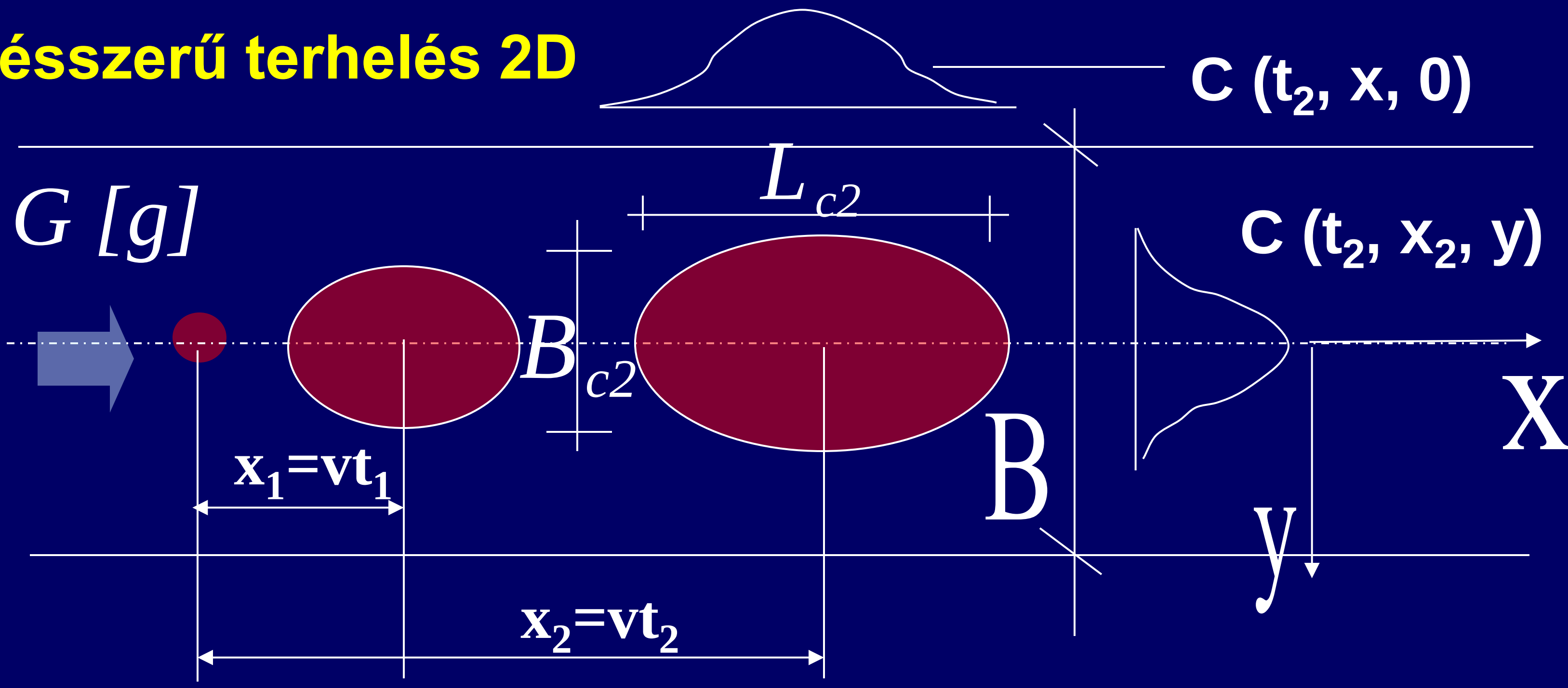
$$L_c = 4.3\sigma_x$$

$$\sigma_x = \sqrt{2D_x t}$$

DIFFÚZIÓS HULLÁM



Lökésszerű terhelés 2D



$$c = \overbrace{\frac{G}{4\Pi h t \sqrt{D_y D_x}}}^{c_{max}} \exp\left(\frac{-(x - v_x t)^2}{4 D_x t} - \frac{y^2}{4 D_y t}\right)$$

$$\sigma_x = \sqrt{2 D_x t} \quad \sigma_y = \sqrt{2 D_y t}$$

$$L_c = 4.3\sigma_x \quad B_c = 4.3\sigma_y$$

Időben változó kibocsátás

$$C=\sum_{i=1}^{n}\frac{M_i\Delta t}{2A(\Pi D_x(t-(i-1)\Delta t))^{1/2}}\exp\left(\frac{-(x-v_x(t-(i-1)\Delta t))^2}{4D_x(t-(i-1)\Delta t)}\right)$$

Diszkretizálás elemi egységekre (közel konstans terheléssel) majd szuperpozíció (egymást követő lökésszerű terhelések)

$G_i \sim M_i \cdot \Delta t \quad t-(i-1)\cdot\Delta t \geq 0$

TRANSZPORTEGYENLET

NEM-KONZERVATÍV ANYAGOKRA

- **Források és nyelők vannak az áramlási térben**
- **Kémiai, biokémiai, fizikai átalakulások történnek**
- **Nem konzervatív szennyező: reakciókinetikai tag ($\pm$ R(C))**
- **Figyelembe vétele lineáris közelítéssel történik:**
  dC/dt = ± α · C, ahol α a reakciókinetikai tényező
  (rendszerint elsőrendű kinetika)

1D egyenlet ebben az esetben:

$$\frac{\partial(A \cdot c)}{\partial t} + \frac{\partial(A \cdot v_x \cdot c)}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x}\left(A \cdot D_x^{**} \cdot \frac{\partial c}{\partial x}\right) = \pm\alpha \cdot c$$

- **Több szennyező egymásra hatása: C_1,C_2, .. C n számú egyenlet!**