5. előadás:

A mérőjel terjedéséhez kapcsolódó hibák (troposzféra). A jelek vételéhez kapcsolódó hibák (ciklusugrás, fáziscentrum-külpontosság, többutas terjedés)

A légkör felső rétegének az ionoszféra hatásának a tárgyalása után térjünk át a troposzféra hatásának ismertetésére. Ezt követően – ahogy a műholdak által sugárzott jelek egyre közelebb kerülnek a vevő antennájához – át fogunk térni a jelek vételéhez kapcsolódó hibák tárgyalására.

5.1. A troposzféra hatása

Mivel a troposzférában található a légkör tömegének nagy része ideértve a vízpárát is, ezért a troposzférában a törésmutató értéke mindig nagyobb mint 1. A troposzféra nem diszperzív közeg, azaz ugyanakkor és ugyanolyan irányú hatást fejt ki mind a kód és a fázismérésekre, mind pedig a különböző frekvencián végzett észlelésekre. Emiatt nem kell megkülönböztetnünk csoport-, és fázissebességeket a troposzférán belül.

A troposzféra törésmutatójának értéke függ a légnyomástól, hőmérséklettől és parciális páranyomástól. Annak érdekében, hogy számszerűsíteni tudjuk a troposzféra okozta késleltetés mértékét vezessük be a refraktivitás fogalmát:

$$N = (n-1)\cdot 10^{6} \tag{5.1}$$

Megjegyezzük, hogy a refraktivitás 10^{-6} szorosa értelmezhető úgy is, mint a troposzféra okozta hatás pontbeli értéke.

A teljes troposzféra okozta hatás az ún. Thayer-integrállal határozható meg:

$$T = 10^{-6}\int N\,ds \tag{5.2}$$

Smith és Wientraub kimutatta, hogy a 30GHz-nél kisebb frekvenciájú rádióhullámokra a troposzféra okozta hatás kettéválasztható a „száraz” levegő hatására és a „vízpára” hatására:

$$T = T_d + T_w = 10^{-6}\int N_d\,ds + 10^{-6}\int N_w\,ds \tag{5.3}$$

A troposzféra okozta hatás meghatározásához az alábbi kérdéseket kell megválaszolnunk:

1. Mekkora a törésmutató (v. a refraktivitás) pontbeli értéke?
2. Hogyan számítható ki a refraktivitás ismeretében a troposzféra késleltető hatása?
3. Hogyan változik ez a pontbeli érték a magasság változásával a helyi zenit irányban?
4. Hogyan számítható ki a zenitirányú változásból (vagy javításból) a tetszőleges műholdirányú változás (v. javítás)?

A refraktivitás pontbeli értékének meghatározására az Essen-Froome képlet használható:

$$N = k_1\frac{p_d}{T\cdot Z_d} + k_2\frac{e}{T\cdot Z_w} + k_3\frac{e}{T^2\cdot Z_w} \tag{5.4}$$

ahol p_d a száraz levegő légnyomása hektopaszkálban, e a parciális páranyomás, T a hőmérséklet Kelvinben, k_1,k_2,k_3 tapasztalati konstansok, értékei rendre 0,7760 K/Pa, 0,704 K/Pa valamint 0,03739×10^5 K^2/Pa, míg Z_d és Z_w a száraz levegő és a vízgőz kompresszibilitási tényezője.

A fenti paraméterek közül az *e* parciális páranyomás és a *T* hőmérséklet mérhető, a száraz levegő nyomása azonban nem. A parciális páranyomás meghatározható például száraz-nedve hőmérőpárral:

$$e = e'_{max} - A \cdot p\left(t - t'\right) \tag{5.5}$$

ahol e'_{max} a vízgőzzel telített levegő maximális páranyomása a t' hőmérsékleten, p a légnyomás, míg t és t' a száraz és a nedves hőmérőn leolvasott hőmérséklet értékek.

Annak érdekében, hogy a száraz levegő légnyomása helyett a mérhető teljes légnyomás segítségével tudjuk leírni a refraktivitás értékét, röviden tekintsük át az ideális és a valós gázok állapotegyenleteit.

Ideális gázok esetében az állapotegyenlet a jól ismert alakban írható fel:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot T \tag{5.6}$$

ahol p a gáz nyomása, V a térfogata, n a gázban található molekulák száma, T a hőmérséklet, míg R az egyetemes gázállandó.

Valós gázok esetén az ideális gázok állapotegyenlete korrekciókra szorul a molekulák okozta kohéziós erők, illetve a molekulák mérete miatt. Az valódi gázok állapotegyenletének egyik alakja a van der Waals egyenlet:

$$\left(p + \frac{n^2 a}{V^2}\right)\left(V - n \cdot b\right) = n \cdot R \cdot T \tag{5.7}$$

ahol a és b együtthatók kísérleti úton meghatározott együttható, a a molekulák közötti kohéziós erők hatását veszi figyelembe, míg b a molekulákban lévő részecskék saját térfogatától függ.

Átrendezve a van der Waals egyenletet, értelmezhető az a és b paraméterek jelentése is:

$$p = \frac{n \cdot R \cdot T}{V - n \cdot b} - a\frac{n^2}{V^2} \tag{5.8}$$

Vezessük be a kompresszibilitási tényező fogalmát az alábbiak szerint:

$$Z = \frac{p \cdot V_m}{R \cdot T} = \frac{p \cdot V}{n \cdot R \cdot T} = \frac{V}{V - n \cdot b} - \frac{a \cdot n}{R \cdot T \cdot V} = \frac{1}{1 - \left(\frac{n \cdot b}{V}\right)} - \frac{a \cdot n}{R \cdot T \cdot V} \tag{5.9}$$

ahol V_m a moltérfogat. Megjegyezzük, hogy ideális gázokra mivel a pV és az nRT szorzatok egyenlőek, így Z=1.

A fentiek alapján a valódi gázok állapotegyenlet az alábbi alakban is felírható:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot Z \cdot T \tag{5.10}$$

A következőkben helyettesítsük be a gáz sűrűségét az egyenletbe:

$$p \cdot V = n \cdot R \cdot Z \cdot T \quad és \quad n = \frac{m}{M}$$

$$\Downarrow$$

$$p \cdot V = \frac{m}{M} \cdot R \cdot Z \cdot T \quad mivel \quad \rho_i = \frac{m}{V}, és\, R_i = \frac{R}{M} \tag{5.11}$$

$$\Downarrow$$

$$p_i = \rho_i R_i Z_i T_i$$

ahol R_i az adott gáz specifikus gázállandója, például vízpára esetén R_w=461,5 J/kg/K, míg a száraz levegőre R_d=286,9 J/kg/K.

A következő lépésben helyettesítsük be az (5.11) egyenletből kifejezett parciális nyomásokat az Essen-Froome egyenletbe (5.4):

$$\begin{aligned} p_d &= \rho_d R_d Z_d T_d \\ p_w &= e = \rho_w R_w Z_w T_w \\ T_d &= T_w = T \end{aligned} \tag{5.12}$$

$$\Downarrow$$

$$N = k_1 R_d \rho_d + k_2 R_w \rho_w + k_3 \frac{R_w \rho_w}{T}$$

Mivel sem a száraz levegő parciális nyomása, sem pedig a sűrűsége nem mérhető közvetlenül, ezért számítsuk ki értékét a teljes légnyomás és a parciális páranyomás különbségeként:

$$p_d = p - e \quad és \quad \rho_d = \rho - \rho_w \tag{5.13}$$

így:

$$N = k_1 R_d \rho + \left(k_2 - k_1 \frac{R_d}{R_w} \right) R_w \rho_w + k_3 \frac{R_w \rho_w}{T} \tag{5.14}$$

a sűrűségek helyett a hőmérséklet és a parciális nyomások alapján is felírható a refraktivitás értéke:

$$N = k_1 R_d \rho + \left(k_2 - k_1 \frac{R_d}{R_w} \right) \frac{e}{Z_w T} + k_3 \frac{e}{Z_w T^2} \tag{5.15}$$

Fel kell hívnunk a figyelmet arra, hogy az (5.14) és (5.15) képlet első tagja már nem csak a „száraz” levegő hatását tartalmazza, hanem az ún hidrosztatikus egyensúlyban lévő levegő hatását. Emiatt mindkét képlet első tagját hidrosztatikus résznek, míg a fennmaradó tagokat „nedves” résznek hívjuk.

Mint azt már láttuk, Smith és Weintraub szerint a zenitirányú teljes késleltetés kettéválasztható egy hidrosztatikus és egy nedves részre:

$$ZTD = ZHD + ZWD = 10^{-6} \int N_d ds + 10^{-6} \int N_w ds \tag{5.16}$$

Az (5.14) egyenletet beírva (5.16)-ba, megkaphatjuk a troposzféra okozta késleltetés értékét:

$$ZTD = ZHD + ZWD = 10^{-6} \cdot k_1 \cdot R_d \int_{z_{ant}}^{tfh} \rho \, ds + 10^{-6} \cdot \left(k_2 - k_1 \frac{R_d}{R_w} \right) R_w \int_{z_{ant}}^{tfh} \rho_w \, ds +$$
$$+ 10^{-6} \cdot k_3 \cdot R_w \int_{z_{ant}}^{tfh} \frac{\rho_w}{T} ds \qquad (5.17)$$

Az egyenlet első tagja fejezi ki a hidrosztatikus késleltetés értékét, míg a 2. és 3. tagok a vízpára hatását tartalmazzák.

A troposzféra okozta késleltetés egyrészről meghatározható az (5.17) képlet segítségével a rádiószondás mérésekkel előállított légnyomás, hőmérséklet és parciális páranyomás profilokból. Mivel azonban ilyen rádiószondás méréseket mind időben, mind térben ritkán hajtanak végre, ezért a GNSS mérések feldolgozása során a troposzféra okozta késleltetést különféle modellekkel vesszük figyelembe.

A modellek közös jellemzője, hogy a vevő szintjében mért vagy modellezett meteorológiai paraméterektől függenek (légnyomás, hőmérséklet, relatív páratartalom).

5.1.1. A meteorológiai paraméterek meghatározása

A troposzféra okozta késleltetés értékének meghatározásához szükségünk lehet alapvetően három féle meteorológiai paraméterre (légnyomás, parciális páranyomás és hőmérséklet). Ezeket a meteorológiai paramétereket meteorológiai állomások méréseiből határozhatjuk meg.

A legtöbb esetben azonban eltekinthetünk a meteorológiai paraméterek meghatározásától, és azokat a standard atmoszféramodellek segítségével is loszámíthatjuk. Több ilyen standard atmoszféramodell (US, ISO, ICAO, stb.) is létezik, de a 32 km-es tengerszint feletti magasságig, ami nagyon jól lefedi a felhasználási területet, ugyanazokkal a paraméterekkel írhatóak le:

$$\begin{aligned} T &= T_0 - 0{,}0065h, \\ p &= p_0 \left(1 - 2{,}26 \cdot 10^{-5} h\right)^{5{,}225}, \\ RH &= RH_0 e^{-6{,}396 \cdot 10^{-4} h}. \end{aligned} \qquad (5.18)$$

ahol T a hőmérséklet, p a légnyomás és RH a relatív páratartalom, e pedig az Euler-szám. A tengerszintre (h=0) megadott referenciaértékek:

$$\begin{aligned} T_0 &= 291{,}16K \; (T = +18°C), \\ p_0 &= 1013{,}25hPa \\ RH_0 &= 50\%. \end{aligned} \qquad (5.19)$$

A meteorológiai paraméterek közül szükségünk lehet a parciális páranyomás meghatározására (e). Erre több munkaképlet is rendelkezésünkre áll. A Meteorológiai Világszervezet (WMO) ajánlása szerint a telített vízgőz parciális páranyomása az alábbi képlettel számítható ki:

$$e_w = 6.112 \cdot e^{\frac{17.62T}{243.12+T}}, \qquad (5.20)$$

ahol T a hőmérséklet °C fokban, e az Euler-szám míg a telített vízgőz parciális páranyomását hPa egységben kapjuk meg.

A vízgőz parciális páranyomását a telített vízgőz parciális páranyomása és a relatív páratartalom szorzataként kapjuk:

$$e = \frac{RH}{100} \cdot e_w, \tag{5.21}$$

ahol RH a relatív páratartalom %-ban kifejezett értéke.

5.1.2. A Hopfield modell

Hopfield modelljében a refraktivitás hidrosztatikus összetevőjére a következő képletet állította fel az álláspont feletti h magasság függvényében:

$$N_d(h) = N_{d,0}\left(\frac{h_d - h}{h_d}\right)^4, \quad ahol\ h_d = 40136 + 148{,}72(T - 273{,}16) \tag{5.22}$$

ahol $N_{d,0}$ a refraktivitás értéke az állásponton mért meteorológiai adatokból, h_d a troposzféra vastagsága az álláspont felett, míg T a hőmérséklet az álláspontón.

Az (5.22) képlet h szerinti integrálásával megkaphatjuk a zenit irányú hidrosztatikus késletetés értékét:

$$\begin{gathered} ZHD = 10^{-6} N_{d,0} \int_{h=0}^{h=h_d} \left(\frac{h_d - h}{h_d}\right)^4 dh = 10^{-6} N_{d,0} \frac{1}{h_d^4} \left[-\frac{1}{5}(h_d - h)^5\right]_{h=0}^{h=h_d} \\ \Downarrow \\ ZHD = \frac{10^{-6}}{5} N_{d,0} h_d \end{gathered} \tag{5.23}$$

A „nedves” összetevő pedig:

$$ZWD = \frac{10^{-6}}{5} N_{w,0} h_w \quad ahol \quad h_w = 11000m \tag{5.24}$$

4. feladat

Határozzuk meg a BUTE állomáson egy 64°-os magassági szög alatt látható műholdra ható troposzferikus késleltetés értékét!

Az állomás tengerszint feletti magassága: 134,17 m

A meteorológiai paramétereket határozzuk meg standard atmoszféra modellek segítségével!

1. A meteorológiai paraméterek a BUTE állomáson:

$$T = 291{,}16 - 0{,}0065 \cdot 134{,}17 = 290{,}29K,$$

$$p = 1013{,}25\left(1 - 2{,}26 \cdot 10^{-5} \cdot 134{,}17\right)^{5,225} = 997{,}30hPa,$$

$$RH = 0{,}50 \cdot e^{-6{,}396 \cdot 10^{-4} \cdot 134{,}17} = 45{,}9\%.$$

2. A troposzféra vastagsága az álláspont felett:

$$h_d = 40136 + 148{,}72(290{,}29 - 273{,}16) = 42683{,}26m$$

3. A „száraz” refraktivitás a tengerszinten (h=0:

$$N_{d,0} = k_1 \left[\frac{p}{T}\right]_{h=0} = 77{,}6\left[\frac{K}{hPa}\right]\frac{997{,}30[hPa]}{290{,}29[K]} = 266{,}6$$

4. Számítsuk ki a hidrosztatikus késleltetés értékét a vevő magasságában:

$$ZHD = \frac{10^{-6}}{5} N_{d,0} h_d = \frac{10^{-6}}{5} 266{,}6 \cdot h_d = 2{,}28m$$

5. Számítsuk ki a telített vízgőz parciális nyomását, majd a vízgőz parciális nyomását az álláspunton:

$$e_w = 6.112 \cdot e^{\frac{17.62T}{243.12+T}} = 19{,}48\ hPa,$$

$$e = \frac{RH}{100} \cdot e_w = 0{,}459 \cdot 17{,}88hPa = 8{,}94hPa$$

7. Határozzuk meg a nedves refraktivitás értékét az álláspontban:

$$N = k_2 \frac{e}{T} + k_3 \frac{e}{T^2} = 70{,}4\left[\frac{K}{Pa}\right]\frac{8{,}94[hPa]}{290{,}29[K]} + 3{,}739 \cdot 10^5 \left[\frac{K^2}{Pa}\right]\frac{8{,}94[hPa]}{290{,}29^2[K]} = 41{,}85$$

8. A nedves késleltetés értékét kiszámíthatjuk az (5.22) képlettel:

$$ZWD = \frac{10^{-6}}{5} N_{w,0} h_w = \frac{10^{-6}}{5} \cdot 41{,}85 \cdot 11000 = 0{,}09m$$

9. A teljes zenitirányú késleltetés tehát:

$$ZTD = ZHD + ZWD = 2{,}37m$$

5.1.3. A Black-modell

Black modelljében a hidrosztatikus összetevőt a következő képlettel határozta meg:

$$N_d(h) = N_{d,0}\left(\frac{h_d - h}{h_d}\right), \quad ahol\ h_d = 148{,}98(T - 4{,}12), \tag{5.25}$$

A nedves összetevőt pedig:

$$ZWD = k_w, \tag{5.26}$$

ahol k_w=0,28m a trópusokon és nyáron a mérsékelt égöv alatt, 0,20m tavasszal és ősszel a mérsékelt égöv alatt, 0,12m télen az óceáni éghajlat területén, 0,06 télen a kontinentális éghajlat területén, míg 0,05 a sarkvidéki területeken.

Megjegyezzük, hogy a Black modell hidrosztatikus összetevője nagyon jól egyezik a Hopfield modell hasonló összetevőjével, az eltérés általában nem haladja meg az 1%-ot.

5. feladat

Határozzuk meg a BUTE állomáson egy 64°-os magassági szög alatt látható műholdra ható troposzferikus késleltetés értékét a Black-féle modell segítségével!

Az állomás tengerszint feletti magassága: 134,17 m

A meteorológiai paramétereket határozzuk meg standard atmoszféra modellek segítségével!

1. A meteorológiai paraméterek a BUTE állomáson:

$$T = 291{,}16 - 0{,}0065 \cdot 134{,}17 = 290{,}29K,$$

$$p = 1013{,}25\left(1 - 2{,}26 \cdot 10^{-5} \cdot 134{,}17\right)^{5{,}225} = 997{,}30hPa,$$

$$RH = 0{,}50 \cdot e^{-6{,}396 \cdot 10^{-4} \cdot 134{,}17} = 45{,}9\%.$$

2. A troposzféra vastagsága az álláspont felett:

$$h_d = 148{,}98\left(T - 4{,}12\right) = 42633{,}29m$$

3. A „száraz” refraktivitás a tengerszinten (h=0:

$$N_{d,0} = k_1 \left[\frac{p}{T}\right]_{h=0} = 77{,}6\left[\frac{K}{hPa}\right]\frac{997{,}30[hPa]}{290{,}29[K]} = 266{,}6$$

4. Számítsuk ki a hidrosztatikus késleltetés értékét a vevő magasságában:

$$ZHD = \frac{10^{-6}}{5} N_{d,0} h_d = \frac{10^{-6}}{5} 266{,}6 \cdot h_d = 2{,}27m$$

5. A nedves késleltetés értéke tavasszal mérsékelt égöv alatt:

$$ZWD = 0{,}20m$$

9. A teljes zenitirányú késleltetés tehát:

$$ZTD = ZHD + ZWD = 2{,}47m$$

5.1.4. A Saastamoinen modell

Az előbbi modellekkel mindig zenitirányú késleltetést határozunk meg, amit aztán a leképezési függvénnyel kell a műhold irányára átszámítani. A Saastamoinen-modell ezzel szemben a teljes műholdirányú késleltetést adja meg:

$$TD = \frac{0{,}002277}{\cos z}\left[p + \left(\frac{1255}{T} + 0{,}05\right)e - \tan^2 z\right] \tag{5.27}$$

ahol z a műhold irányának zenitszöge.

6. feladat

Határozzuk meg a BUTE állomáson egy 64°-os magassági szög alatt látható műholdra ható troposzferikus késleltetés értékét a Saastamoinen-modell segítségével!

Az állomás tengerszint feletti magassága: 134,17 m

A meteorológiai paramétereket határozzuk meg standard atmoszféra modellek segítségével!

1. A meteorológiai paraméterek a BUTE állomáson:

$$T = 291{,}16 - 0{,}0065 \cdot 134{,}17 = 290{,}29K,$$

$$p = 1013{,}25\left(1 - 2{,}26 \cdot 10^{-5} \cdot 134{,}17\right)^{5{,}225} = 997{,}30hPa,$$

$$RH = 0{,}50 \cdot e^{-6{,}396 \cdot 10^{-4} \cdot 134{,}17} = 45{,}9\%.$$

2. Számítsuk ki a telített vízgőz parciális nyomását, majd a vízgőz parciális nyomását az álláspontón:

$$e_w = 6.112 \cdot e^{\frac{17.62T}{243.12+T}} = 19{,}48\ hPa,$$

$$e = \frac{RH}{100} \cdot e_w = 0{,}459 \cdot 17{,}88hPa = 8{,}94hPa$$

3. A teljes műhold irányú késleltetés pedig:

$$TD = \frac{0{,}002277}{\cos 26°}\left[997{,}30 + \left(\frac{1255}{290.29} + 0{,}05\right)8{,}94 - \tan^2 26°\right] = 2{,}62m$$

5.1.5. A finomított Saastamoinen modell (modified Saastamoinen model)

Saastamoinen a későbbiekben tovább finomítottam modelljét két további korrekciós tényező bevezetésével. Így a teljes késleltetés:

$$TD = \frac{0{,}002277}{\cos z}\left[p + \left(\frac{1255}{T} + 0{,}05\right)e - B\tan^2 z\right] + \delta R \tag{5.28}$$

ahol B a vevő tengerszint feletti magasságától függő korrekciós tényező, míg δR a vevő tengerszint feletti magasságától és a műhold zenitszögétől függő tényező.

A korrekciós tényezők e célra szolgáló táblázatokból interpolálhatóak, vagy az alábbi képletekkel határozhatóak meg:

$$B = 1{,}1549 - 0{,}1551h + 0{,}0074h^2$$

$$\delta R = -0{,}0164 + 0{,}0027h - 0{,}00025h^2 + \frac{0{,}3773 - 0{,}0675h + 0{,}0043h^2}{82{,}7119 - z}, \tag{5.29}$$

ahol h az antenna magassága km egységben.

5.1.6. A műhold irányú késleltetés meghatározása

Az egyes modellek által meghatározott zenitirányú késleltetéseket át kell számítanunk műhold irányú értékekké. E célra a leképezési függvények szolgálnak. A ***Hopfield-modellben*** a leképezési függvények értéke a hidrosztatikus és a nedves késleltetésre az alábbiak szerint számítható:

$$F_d(E)=\frac{1}{\sin\sqrt{E^2+6{,}25}}, \quad \textit{és} \quad F_w(E)=\frac{1}{\sin\sqrt{E^2+2{,}25}} \tag{5.30}$$

ahol E a műhold magassági szöge.

Black modelljében a leképezési függvények kissé bonyolultabb alakúak:

$$F_d(E)=\frac{1}{\sqrt{1-\left[\dfrac{\cos E}{1+(1-l_c)\dfrac{h_d}{r_s}}\right]^2}}, \quad \textit{és} \quad F_w(E)=\frac{1}{\sqrt{1-\left[\dfrac{\cos E}{1+(1-l_c)\dfrac{h_w}{r_s}}\right]^2}} \tag{5.31}$$

ahol l_c=0,85 (E>5°), h_w=13000m, r_s az álláspontba mutató geocentrikus helyvektor hossza.

A Niell-féle leképezési függvényt a Saastamoinen-modellel együtt használják. Miután kiszámítjuk a Saastamoinen-modellel a hidrosztatikus és a nedves késleltetés értékét zenit irányban (z=0), ezt követően a Niell-féle leképezési függvénnyel számíthatjuk ki a műhold irányú késleltetés értékét. Napjainkban ez az egyik leggyakrabban használt módszer, mivel pontosabb eredményt ad, mint a Hopfield és a Black modellek.

A Niell-féle leképezési függvény:

$$F_d(E)=\frac{1+\dfrac{a}{1+\dfrac{b}{1+c}}}{\sin E+\dfrac{a}{\sin E+\dfrac{b}{\sin E+c}}}+\delta F_d(H,E) \tag{5.32}$$

ahol az egyes együtthatók a földrajzi szélességtől és az év január elsejétől eltelt napjainak számától függnek:

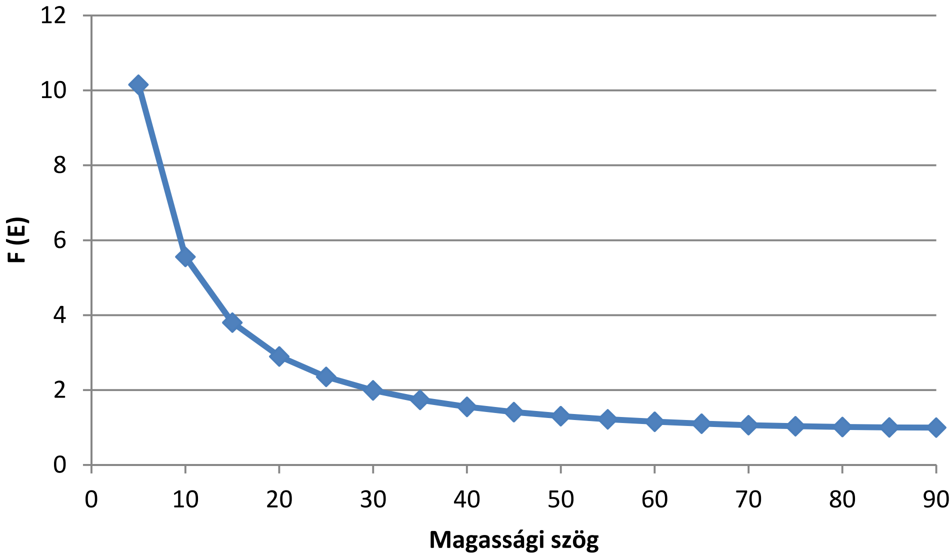
$$a(\varphi,t)=a_{átlag}(\varphi_i)+a_{amplitúdó}(\varphi_i)\cos\left(2\pi\frac{t-t_0}{365{,}25}\right) \tag{5.33}$$

az $a_{átlag}$ és $a_{amplitúdó}$ értékek függvényeit táblázatos formában adják meg, t_0 pedig az év 28. napja. a tengerszint feletti magasságtól függő korrekció értéke pedig:

$$\delta F_d(H,E)=\left[\frac{1}{\sin E}-f(E,a_{mag},b_{mag},c_{mag})\right]\cdot H, \tag{5.34}$$

ahol f az (5.32) képlettel számítható lánctört értéke.

A troposzféra okozta késleltetés átlagos értéke zenitirányban 2,3 méter, amelyből mintegy 90%-ot tesz ki a hidrosztatikus késleltetés, a maradék 10% pedig a nedves késleltetés. A hidrosztatikus késleltetés a légnyomás függvényében meglehetősen jól modellezhető. Az 5.1 ábrán a ferdeségi szorzó értéke látható az év 200. napjára, H=100m magasságban. Az ábrából jól látható, hogy az átlagos 2,3 méteres késleltetés 30°-os magassági szög mellett már eléri az 5 métert, míg 5 fokos magassági szög esetén a hatás már jóval meghaladja a 20 métert.



5.1. ábra A ferdeségi szorzó értéke a magassági szög függvényében

7. feladat

Határozzuk meg a műholdirányú troposzferikus késleltetés értékét a 4. feladat eredményei alapján a Hopfield modell segítségével!

1. A leképezési függvények alapján meg kell határoznunk a „száraz" és a „nedves" ferdeségi szorzótényezőt:

$$F_d = \frac{1}{\sin\sqrt{E^2 + 6{,}25}} = 1{,}112 \text{, és}$$

$$F_w = \frac{1}{\sin\sqrt{E^2 + 2{,}25}} = 1{,}112 .$$

2. A műhold irányú teljes késleltetés:

$$TD = F_d \cdot ZHD + F_w \cdot ZWD = 2{,}63\ m$$

8. feladat

Határozzuk meg az 5. feladat eredményei alapján a műhold irányú késleltetés értékét a Black-modell segítségével!

1. A leképezési függvények alapján meg kell határoznunk a „száraz" és a „nedves" ferdeségi szorzótényezőt:

$$F_d = \frac{1}{\sqrt{1-\left[\dfrac{\cos E}{1+(1-l_c)\dfrac{h_d}{r_s}}\right]^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\left[\dfrac{\cos 64°}{1+(1-0.85)\dfrac{h_d}{6380137}}\right]^2}} = 1{,}112, \text{ és}$$

$$F_d = \frac{1}{\sqrt{1-\left[\dfrac{\cos E}{1+(1-l_c)\dfrac{h_w}{r_s}}\right]^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\left[\dfrac{\cos 64°}{1+(1-0.85)\dfrac{13000}{6380137}}\right]^2}} = 1{,}112$$

2. Így a műhold irányú teljes késleltetés:

$$TD = F_d \cdot ZHD + F_w \cdot ZWD = 2{,}75\ m$$

5.2. A többutas terjedés

A GNSS vevő antennája környezetében elhelyezkedő objektumok a mérőjeleket visszaverik, így az antennákba tulajdonképpen direkt és indirekt jelek interferenciájával előállt jelkombináció érkezik meg. A kódmérések esetén a többutas terjedés hatása akár több tíz méter is lehet, ugyanakkor a fázismérésnél a szinuszos jelek interferenciájából periodikus jel jön létre, ezáltal a ciklikus ismétlődések hatására a többutas terjedés hatása csupán néhány centiméter és hosszabb mérési periódusok esetén ki is átlagolható. Ugyanakkor a valós idejű kinematikus technikák előretörésével a többutas terjedés is egy fontos hibahatássá vált, hiszen RTK méréseknél a pontokon csupán néhány másodpercet töltünk, amikor a rövid mérési periódus nem teszi lehetővé a többutas terjedés hatásának automatikus kiküszöbölését a mérési sorozatból.

A következőkben tekintsük át a többutas terjedés hatását a fázismérésekre. Legyen a direkt terjedésű jel amplitúdója:

$$A_D = a \cos \varphi, \tag{5.35}$$

ezen kívül legyen egyetlen visszaverődött jel, amelynek amplitúdója:

$$A_R = a_R \cos \varphi_R, \tag{5.36}$$

ahol

$$a_R = k \cdot a \qquad \text{és} \qquad \varphi_R = \varphi + \Delta\varphi \ . \tag{5.37}$$

Az (5.37) képletben k az ún. reflexiós tényező, értéke 0 és 1 közötti, és a jelerősség csökkenését fejezi ki. $\Delta\varphi$ pedig a visszavert jel fáziseltérését mutatja, ami a hosszabb megtett útnak köszönhető.

Az antennába a két jel eredője érkezik meg:

$$A = A_D + A_R = a\cos\varphi + ka\cos(\varphi + \Delta\varphi) = a\cos\varphi + ka\cos\varphi\cos\Delta\varphi + \\ - ka\sin\varphi\sin\Delta\varphi = (1 + ka\cos\Delta\varphi)\cos\varphi - (ka\sin\Delta\varphi)\sin\varphi \tag{5.38}$$

Az eredő jel önmaga is periodikus, és felírható az alábbi alakban:

$$A = k_M\, a\cos(\varphi + \Delta\varphi) \tag{5.39}$$

A fenti képletet átalakítva a jól ismert trigonometriai azonosságok segítségével:

$$A = (k_M \cos\Delta\varphi_M)a\cos\varphi - (k_M\sin\Delta\varphi_M)a\sin\varphi \tag{5.40}$$

Az (5.38) és (5.40) képletek összevetéséből az alábbi egyenleteket kapjuk:

$$k_M\cos\Delta\varphi_M = 1 + k\cos\Delta\varphi \\ k_M\sin\Delta\varphi_M = k\sin\Delta\varphi \tag{5.41}$$

Az (5.41) egyenleteket négyzetre emelve és összeadva megkapjuk k_M értékét, míg elosztva őket egymással φ_M értéke számítható:

$$k_M^2 = 1 + k^2\cos\Delta\varphi + 2k\cos\Delta\varphi + k^2\sin\Delta\varphi = 1 + k^2 + 2k\cos\Delta\varphi$$

$$\Downarrow$$

$$k_M = \sqrt{1 + k^2 + 2k\cos\Delta\varphi} \tag{5.42}$$

$$\tan\Delta\varphi_M = \frac{k\sin\Delta\varphi}{1 + k\cos\Delta\varphi} \tag{5.43}$$

Nézzünk meg egy egyszerű példát a többutas terjedés fázistávolságokra kifejtett hatásáról. Legyen a visszaverődés tökéletes, azaz a visszavert jel ugyanolyan amplitúdójú, mint a direkt jel (k=1). Ekkor:

$$k_M = \sqrt{1 + k^2 + 2k\cos\Delta\varphi} = \sqrt{2(1 + \cos\Delta\varphi)} = 2\cos\frac{\Delta\varphi}{2} \tag{5.44}$$

és

$$\tan\Delta\varphi_M = \frac{k\sin\Delta\varphi}{1 + k\cos\Delta\varphi} = \frac{\sin\Delta\varphi}{1 + \cos\Delta\varphi} = \tan\frac{\Delta\varphi}{2} \Rightarrow \Delta\varphi_M = \frac{\Delta\varphi}{2} \tag{5.45}$$

azaz az interferencia eredményeképpen az antennába érkező jel amplitúdója $2cos\frac{\Delta\varphi}{2}$ szerese lesz az eredeti jelnek, míg a fáziseltérés értéke $\frac{\Delta\varphi}{2}$. Mivel a két jel között a maximális fáziseltérés ±180° lehet, így meghatározhatjuk a többutas terjedés fázistávolságokra kifejtett hatását különböző fáziseltérések ($\Delta\varphi$) esetére. A fázistávolságokra kifejtett hatás kiszámítható az alábbi képlettel:

$$\Delta = \frac{\Delta\varphi_M}{2\pi}\lambda \tag{5.46}$$

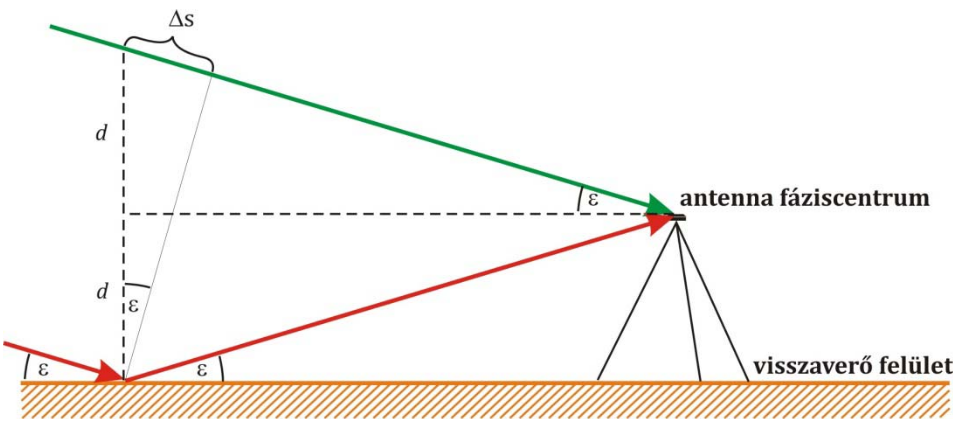
A visszavert jel $\Delta\varphi$ fáziseltérése a visszaverő felület elhelyezkedéséből is meghatározható az 5.2 ábra segítségével:

$$\Delta\varphi = \frac{\Delta s}{\lambda}2\pi = \frac{2d}{\lambda}2\pi\sin\varepsilon \tag{5.47}$$

Az (5.47) képletből látható, hogy $\Delta\varphi$ és ennek következtében $\Delta\varphi_M$ is periodikus jel. A jel periódusa általában nagyobb mint 10 perc, ezáltal csak az ennél rövidebb idejű méréseknél okoz problémát. A modern GNSS antennák különféle eljárásokkal csökkentik a visszaverődések okozta multipath hatást. A legegyszerűbb eset az árnyékolólemezek használata, egyes antennák dobozát pedig rádióhullám elnyelő festékkel vonják be. Egy másik eljárás az choke-ring elemek használata, amikor az antennát koncentrikusan elhelyezett hengerekkel veszik körbe, ezáltal csökkentve a visszavert jelek antennába jutásának lehetőségét.

$\Delta\varphi$ [°]	$\Delta\varphi_M$ [°]	k_M	Δ [cm]
0	0	2	0
30	15	1,93	0,79
60	30	1,73	1,58
90	45	1,41	2,38
120	60	1,00	3,17
150	75	0,52	3,96
180	90	0	4,75

5.1 táblázat: A többutas terjedés hatása a fázistávolságokra



5.2 ábra: A többutas terjedés hatásának becslése a fázistávolságokra

5.3. A ciklusugrás

Ciklusugrásról akkor beszélünk, ha az észlelt műhold kitakaró objektum mögé kerül, majd a pályáján tovább haladva ismét előbukkan és észlelhetővé válik. Mivel ekkor nem biztosítható a folyamatos fázismérés, ezért a mérés kezdetétől végzett ciklusszámlálás megszakad, majd az újra észleléstől tovább folytatódik.

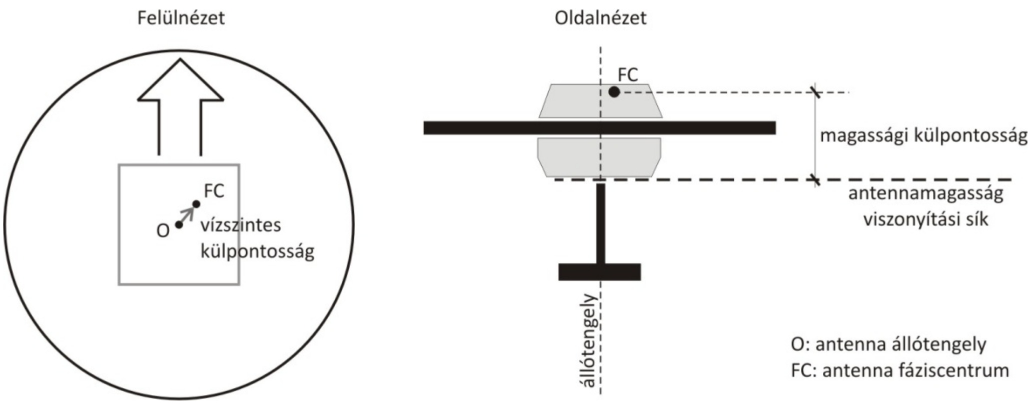
Mivel a fázisméréshez a műholdak folyamatos követésére és a (4.8) képletben szereplő n tag számlálására van szükség, ezért vagy meghatározzuk a kieső egész ciklusok számát vagy a feldolgozás során az újraészlelés pillanatában egy új ismeretlen ciklustöbbértelműséget vezetünk be. Ha ezt elmulasztjuk, akkor hibás fázistávolságokhoz fogunk jutni.

A ciklusugrás ennek következtében egy veszélyes hibaforrás. Hatásának elkerülése érdekében általában körültekintően választjuk meg az álláspontot, arra törekedve, hogy a környezetben ne legyenek kitakaró objektumok. A gyakorlatban azonban sok esetben ezt az elvet nem tudjuk követni (pl. városi méréseknél), ezért a feldolgozószoftverek relatív helymeghatározás esetén képesek a ciklusugrások megkeresésére és további kezelésére. Erre a célra a relatív helymeghatározásban a hármas differenciák képzése szolgál, amelyről majd a későbbiekben lesz részletesen szó.

5.4. Az antennák fáziscentrumának külpontossága

Az antenna nem a geometriai középpontban észleli a műholdak jeleit, hanem az elektronikai középpontban (fáziscentrumban). Ez a két pont általában nem egyezik meg egymással. Vízszintes fáziscentrum külpontosság alatt a fáziscentrum és az antenna geometriai középpontjának függőlegese közötti eltérést értjük. A vízszintes fáziscentrum külpontosság nagyságrendileg néhány mm-es. Magassági fáziscentrum külpontosság alatt a fáziscentrum és a antennamagasság viszonyítási pont közötti magasságkülönbséget értjük.

A feldolgozószoftverek a fáziscentrumok koordinátáit határozzák meg. Ha ismerjük a fáziscentrum-külpontosságok értékeit, akkor a meghatározott koordináták átszámíthatók a meghatározandó pontokra (alappontok, részletpontok). A feldolgozószoftverek általában ismerik ezeket az értékeket, így elegendő beállítani az antenna-típusokat a feldolgozás során. Meg kell azonban említenünk, hogy az antennamodellek alkalmazásakor nagyon körültekintően kell eljárnunk. Egy-egy hibás antennamodell a magassági koordináták meghatározásában akár deciméteres hibákat is okozhat!



5.3 ábra: Az antenna fáziscentrumának külpontossága

A fáziscentrum helyzete a térben azonban nem állandó. A külpontosság értéke függ a beérkező jel frekvenciájától, a jel magassági szögétől és azimutjától is. A fáziscentrum-külpontosság mértékét és annak változását különféle kalibrációs eljárások során határozzák meg egy-egy antennatípusra vagy nagyobb pontossági igények esetén minden egyes antennára egyedileg is.

Az antennakalibrációs eljárások között megkülönböztethetünk relatív és abszolút kalibrációs eljárásokat. Relatív eljárások esetén a kalibrálandó antennát valamilyen referenciaként kiválasztott antennához képest kalibrálják, míg abszolút antennakalibráció esetén nincs ilyen referencia antenna. Az utóbbi esetben a fáziscentrum külpontosság abszolút értékét határozzák meg vagy műholdjelek és egy antennaforgató robot segítségével (pl. Hannoveri Egyetem), vagy pedig süketkamrában elhelyezett jelgenerátor segítségével (pl. Bonni Egyetem).

5.4.1. A fáziscentrum külpontosságának figyelembevétele

A fáziscentrum külpontosság figyelembevétele a mérések feldolgozása során többféleképpen is történhet:

- Ha ugyanolyan antennatípusokat használunk a hálózatban, akkor a hatás kiküszöbölhető, hiszen az antennák észak felé tájolása esetén a fáziscentrumok mindegyik ponton ugyanolyan irányban és ugyanolyan mértékben külpontosak (feltéve, hogy nincs egyedi eltérés az antennák között). Ezáltal a meghatározott vektorok hossza és iránya nem tartalmazza a fáziscentrum külpontosság hatását.
- Ismételt méréseknél (pl. mozgásvizsgálatok) ügyelnünk kell arra is, hogy az egyes pontokon mindig ugyanaz az antenna kerüljön elhelyezésre. Ezáltal a különböző epochák között az antennák fáziscentrum kölpontosságának eltérései nem okoznak koordinátaváltozást.
- Különböző antennák esetén szükséges a fáziscentrum-modellek figyelembevétele (magasságilag több cm-es hibát is okozhatunk, míg vízszintesen a hiba mm-es nagyságrendű)
- Ismételt méréseknél, illetve nagy pontossági igények esetén (ideértve a GNSS infrastruktúra kialakítását is) fontos az antennák egyedi kalibrációja.