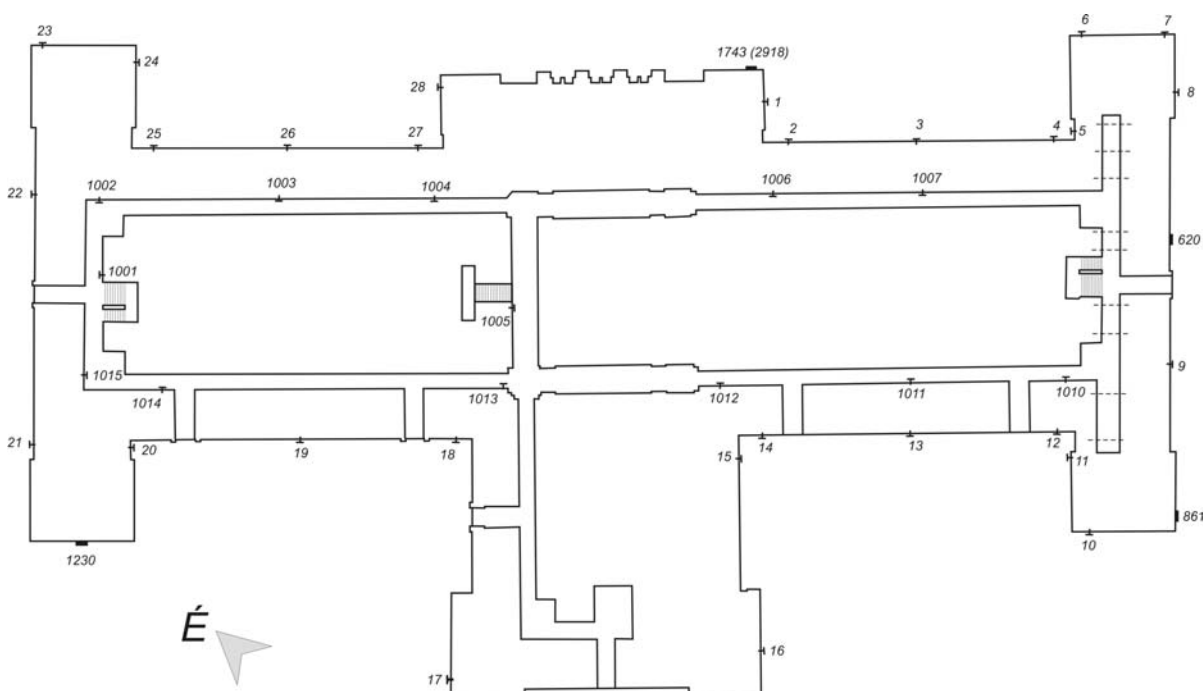


## 1. gyakorlat

### Felsőrendű szintezési gyakorlat I.

#### Feladat:

Az Egyetem Központi épületének egyik ismert magasságú alappontjából (pl. 1230, 1743, stb.) kiindulva szintezési vonal mérése felsőrendű szintezési módszerrel.



*A K épület alaprajza, ill. a szintezési csapok és tárcsák elhelyezkedése*

A mérést Wild N3 felsőrendű szintezőműszerrel, az előadáson ismertetett felsőrendű szintezési szabályok betartásával végezzük.

A feladat célja a Wild N3 szintezőműszer kezelésének elsajátítása, a mérési módszer és felsőrendű szintezési szabályok megismerése és alkalmazása.

A mérés folyamán műszerállásonként meg kell határozni a jobb-és baloldali lécosztásokon az előre-hátra irányok magasságkülönbségeit, ill. a mérést követő számítás során az oda-vissza irányú szintezéssel meghatározott magasságkülönbségek eltéréseit. Az eltéréseknek a megadott hibahatárokon belül kell lenniük.

**Beadandó munkarészek:**

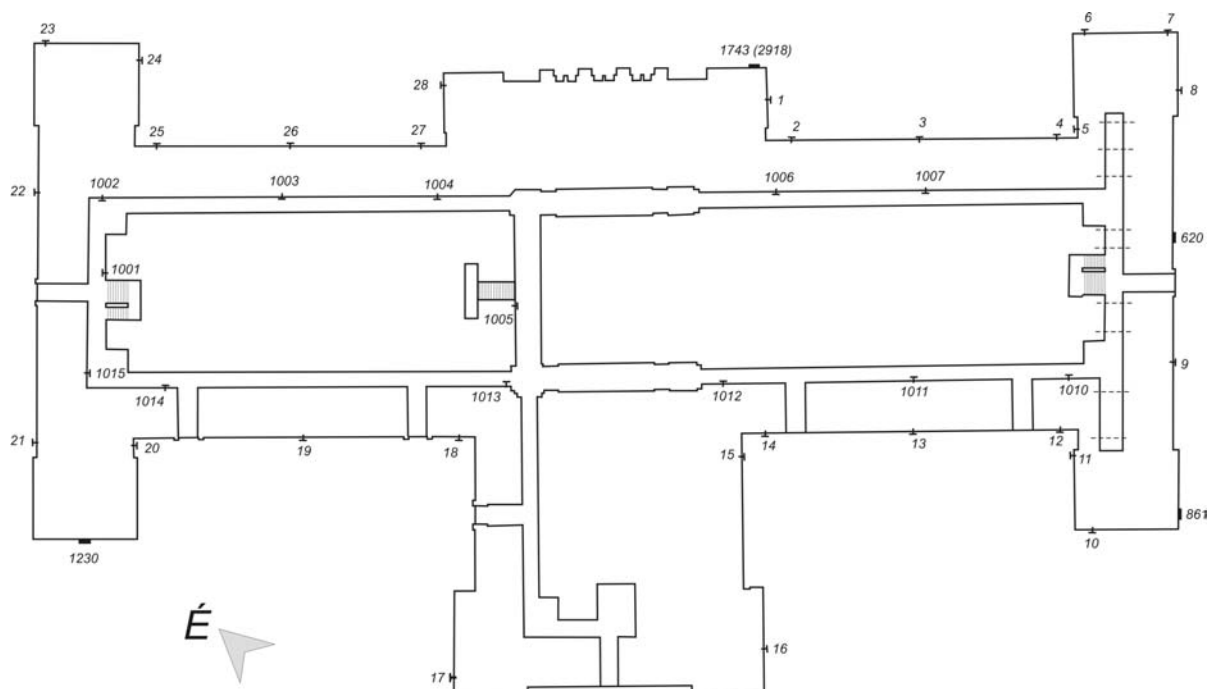
- Mérési-és számítási jegyzőkönyv
- mérési vázlat.

## 2. gyakorlat

### Felsőrendű szintezési gyakorlat II.

#### Feladat:

Az Egyetem Központi épületének egyik ismert magasságú alappontjából (pl. 1230, 1743, stb.) kiindulva szintezési vonal mérése felsőrendű szintezési módszerrel.



*A K épület alaprajza, ill. a szintezési csapok és tárcsák elhelyezkedése*

A mérést Wild N3 felsőrendű szintezőműszerrel, az előadáson ismertetett felsőrendű szintezési szabályok betartásával végezzük.

A feladat célja a Wild N3 szintezőműszer kezelésének elsajátítása, a mérési módszer és felsőrendű szintezési szabályok megismerése és alkalmazása.

A mérés folyamán műszerállásonként meg kell határozni a jobb-és baloldali lécosztásokon az előre-hátra irányok magasságkülönbségeit, ill. a mérést követő számítás során az oda-vissza irányú szintezéssel meghatározott magasságkülönbségek eltéréseit. Az eltéréseknek a megadott hibahatárokon belül kell lenniük.

**Beadandó munkarészek:**

- mérési-és számítási jegyzőkönyv,
- mérési vázlat.

### 3. gyakorlat

#### Alappontsűrítés statikus GPS mérésekkel

Utófeldolgozott statikus GPS mérések esetén relatív helymeghatározási technikát alkalmazunk, amely segítségével első lépésben a hálózat azon pontjai közötti vektorok (bázisvektorok, bázisvonalak) adatait határozzuk meg, amelyeken GPS vevőket helyezünk el. A gyakorlat előtt ismertetésre kerülnek a mérésekhez felhasznált GPS vevők. A vevők megismerése után a hálózatmérést a hallgatókkal együtt tervezzük meg. A tervezés során ki kell emelni a következő szempontokat:

- A hálózat geometriája (törekedjünk arra, hogy a meghatározandó pontok lehetőleg ne legyenek a hálózat széleihez közel);
- A mérőcsapatok szállításának megoldása (átállási idő becslése);
- A mérési időszükséglet (egy frekvenciás műszerek használata esetén javasoljuk a 30 perc + 5 perc/km, kétfrekvenciás műszerek esetén a 20 perc + 2 perc/km „ökölszabályt”);
- A bázisállomás(ok) elhelyezésének kérdése;
- A GPS antennák elhelyezésének kérdéseit (tájolás, fáziscentrum külpontosság, antenna-magasságok mérése, mérések külponton);
- A műszerek paramétereinek beállítása (10 fokos kitakarási szög, 15 másodperces integrálási idő);
- A mérőgyakorlat időkorlátai miatt sem a statikus, sem az RTK mérések esetében nem vizsgáljuk a műholdgeometria hatását. Mindezek ellenére a feldolgozáskor a hallgatók figyelmébe ajánljuk az ehhez szükséges szoftvereket.

A hálózatmérést a Duna bal, illetve jobb partján elhelyezett két-két pontból álló hálózatban hajtjuk végre. A mérések kiértékeléséhez felhasználjuk a BUTE permanens GPS állomás adatait is.

A statikus mérések elvégzéséhez minden mérőcsapatnak az alábbi felszerelésre van szüksége:

- 1 db Wild műszerállvány v. pillértalp,
- 1db műszertalp + csonk,
- 1 db GPS vevő + antenna,
- 1db adapter (ha nem a vevőhöz tartozó gyári műszertalpat használjuk),
- 1db zsebszalag v. mérőeszköz az antennamagasság meghatározásához,
- jegyzőkönyvek (lsd. 1. melléklet).

A mérések elvégzése után az irodai feldolgozás előkészítéseként kiolvassuk a rögzített adatokat, majd elvégezzük a szükséges konvertálásokat is RINEX formátumba. Ezekon felül a hallgatók elkészítenek egy összesítő táblázatot, amely tartalmazza a mérési időket, a műszerek és az antennák adatait, a fájlneveket illetve az antennamagasságokat.

## A statikus mérések feldolgozása

A statikus mérések feldolgozása bármelyik rendelkezésre álló feldolgozóprogrammal történhet. Mivel a tárgy keretében elsősorban a Trimble Geomatics Office (TGO) feldolgozóprogramot használjuk, ezért a fejezetben található ábrák mindegyike erre a szoftverre vonatkozik.

A statikus mérések feldolgozásának előkészületeként már a mérési program során elkészítettük a feldolgozószoftver által megkívánt adatokat. Abban az esetben, ha a feldolgozószoftver közvetlenül fogadja a műszer által rögzített fájlokat, akkor nem történik konverzió. Abban az esetben azonban, ha a műszer adatait nem tudjuk közvetlenül beolvasni, akkor azokat RINEX formátumba kellett konvertálnunk. Ennek eredményeképpen minden észlelési intervallumra és mért pontra rendelkezésünkre áll az észlelési fájl gyári vagy RINEX formátumban.

A statikus GPS mérések feldolgozását mindig egy projekt létrehozásával kezdjük meg. A projekt létrehozásakor be kell állítanunk néhány fontos paramétert. Ilyen például az alkalmazott mértékegységek (méter), az alkalmazott koordináta-rendszer (EOV), az alkalmazott geoid modell (nincs). Geoid modellt azért nem alkalmazunk a feldolgozás során, mivel a feldolgozó szoftverekben található geoid modellek jellemzően globális geoid modellek, így azok nem tudják az általunk megkívánt pontosságot biztosítani.

Ezt követően az adatok importálását kell elvégeznünk. Az adatok importálását a TGO szoftver esetében külön kell elvégeznünk a gyári formátumban rendelkezésünkre álló fájlokra (.DAT) és a RINEX formátumú fájlokra. Az importálás során a TGO egy táblázatban megjeleníti az egyes fájlok adatait (mérési idő, műszer, antenna, antennamagasság, stb.). Az adatok kiolvasásakor elkészített összesítő táblázat alapján ellenőrizzük le az itt szereplő jellemzőket, és javítsuk őket, amennyiben az szükséges.

Az adatok importálásának befejezése után a képernyőn megjelennek a mért bázisvonalak és az észlelt pontok.

A GPS mérések feldolgozása során a hálózat egyik pontját megköjtjük. Ez a BUTE permanens GPS állomás lesz.

Miután ezzel végeztünk elkezdődhet a bázisvonalak feldolgozása. A bázisvonalak feldolgozása során ki kell térnünk a ratio, reference variance és az RMS mérőszámokra, illetve az egyes megoldási típusokra (Iono-free fixed, L1 fixed, L1 float, stb.)

A bázisvonalak feldolgozása után elvégezhetjük a hálózatméréseink ellenőrzését a háromszögzárások vizsgálatával. A háromszögzárások már nem csak a GPS méréseket terhelő hibák hatását, hanem pl. a pontraállási hiba hatását is tartalmazzák. Annak érdekében, hogy a pontraállási hiba hatását csökkenteni tudjuk, kiigazított optikai vetítővel ellátott műszertalpakat használunk, és a pontraállást minden mérési intervallumban újra elvégezzük.

Amennyiben a háromszögzárások vizsgálata során nem találtunk hibás bázisvonalat, akkor elvégezhetjük a hálózat kiegyenlítését. A hálózat kiegyenlítése során még mindig csak egy pontot tartunk megkötvé annak érdekében, hogy a hálózatot ne torzítsa el a kerethiba. A kiegyenlítést a WGS-84 koordinátarendszerben végezzük el.

A kiegyenlítés végeredményeként a hálózatméréseink ellentmondásait a legkisebb négyzetek módszerének segítségével oldottuk fel.

A vízszintes koordináták meghatározása után át kell térnünk a magasságok meghatározására. Ehhez a tanszéken fejlesztett GeoINT programot használjuk fel, amely lokális geoidmegoldások felhasználásával állítja elő a pontbeli geoidunduláció értékét. A Balti alapszint feletti magasságok előállításához első lépésben a TGO kiegyenlítési jelentése alapján gyűjtjük ki a pontok geodéziai koordinátáit ( $\Phi, \Lambda$ ), majd a GeoINT program segítségével határozzuk meg a geoidunduláció értékét ( $N$ ) az egyes pontokban. Ezt követően az ellipszoidi magasság ( $h$ ) ismeretében a Balti alapszint feletti magasság ( $H$ ) előállítható az alábbi egyszerű összefüggéssel:

$$H = h - N$$

### **Beadandó munkarészek**

A statikus GPS mérésekkel kapcsolatban az alábbi munkarészeket kell beadni:

Csoportonként:

- Hálózat kiegyenlítésének eredményei (Network Adjustment Report)
- Pontok EOVS koordinátái és ellipszoid feletti magasságai (TGO-ból)
- Számított geoidundulációk és Balti alapszint feletti magasságok
- Az összes meghatározott koordináta egy közös összefoglaló táblázatban (kiegyenlítésből származó  $\Phi, \Lambda, h; Y_{EOV}, X_{EOV}, H, N$ )





## 4. gyakorlat

### I. Zárthelyi dolgozat

#### I. zárthelyi lehetséges kérdései

1. Ismertesse az országos felsőrendű háromszögelési hálózataink kialakításának főbb jellemzőit, nemzetközi kapcsolódásait és az alkalmazott vetületi síkkordináta-rendszereket (táblázatos formában).
2. Sorolja fel valamely klasszikus homogén elsőrendű háromszögelési hálózatban a szükséges mérések fajtáit és célját.
3. Melyek a felsőrendű vízszintes alaphálózat alakjának meghatározásával kapcsolatos legfontosabb munkálatok lépései, és röviden írja le az egyes mozzanatok lényegét.
4. Melyek a felsőrendű irány-és szögmérés módszerei? Ismertesse az egyes módszerek előnyeit és hátrányait.
5. Vázlatos rajzon mutassa be az alapvonal-fejlesztő hálózatok két alaptípusát! Melyik típus az előnyösebb és miért? Mi a nagyítási viszony?
6. Ismertesse a vízszintes alaphálózatban végzett földrajzi helymeghatározás mérések célját és eredményét!
7. Sorolja fel az ellipszoid felületi görbéit és azok főbb jellemzőit.
8. Ismertesse az ellipszoidi háromszög megoldásának lényegét és módszereit.
9. Ismertesse az I. geodéziai főfeladat megoldásának módszereit és röviden írja le az egyes módszerek lényegét.
10. Ismertesse a II. geodéziai főfeladat megoldásának módszereit és röviden írja le az egyes módszerek lényegét.
11. Melyek a felsőrendű vízszintes alaphálózat számítási munkálatainak legfontosabb lépései és röviden írja le az egyes mozzanatok lényegét.
12. Ábrázolja a földfelszíni pontok és alapfelületi megfelelőik közötti kapcsolatot Pizetti-és Helmert-féle vetítéssel. Ismertesse a mérési eredmények alapfelületre való redukálásának módszereit és az egyes korrekciók lényegét.
13. Sorolja fel a vízszintes alaphálózat (láncolat és felületi hálózat esetére is) korreláta-kiegyenlítés szerinti feltételi egyenleteinek csoportjait és ismertesse az egyes feltételi egyenletek tartalmát. Fejtse ki bővebben a Laplace-feltételi egyenletek célját.
14. Melyek voltak az országos negyedrendű vízszintes alaphálózat létesítésével kapcsolatos munkálatok legfontosabb lépései és röviden írja le az egyes mozzanatok lényegét.
15. Rajzolja fel a felsőrendű és a IV. rendű vízszintes alaphálózati pontok állandósítási módját a közelítő méretek feltüntetésével.
16. Sorolja fel a felsőrendű és a IV. rendű vízszintes alaphálózati pontok ideiglenes és végleges megjelölési módjait és azok főbb jellemzőit.
17. Ismertesse a geodéziai vonal differenciális összefüggéseit.



## 5. gyakorlat

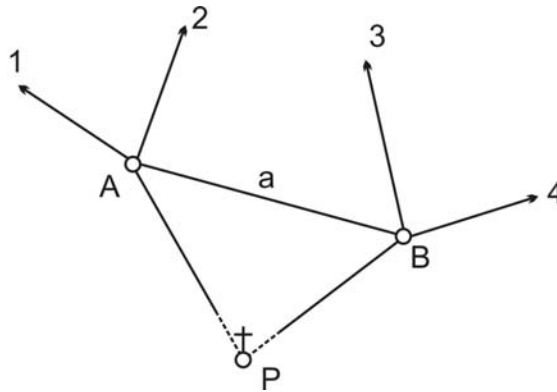
### Segédlet a "Magaspontlevezetés" című számítási feladathoz

#### Feladat:

Az ismert koordinátájú P magaspont felhasználásával határozza meg a mért alapvonal A és B végpontjainak koordinátáit

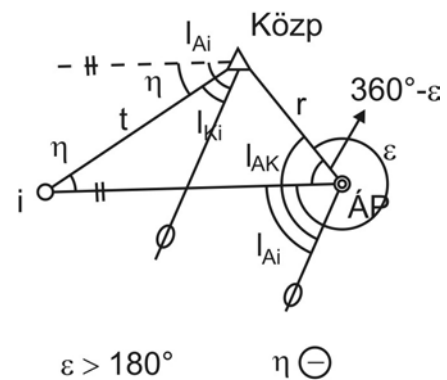
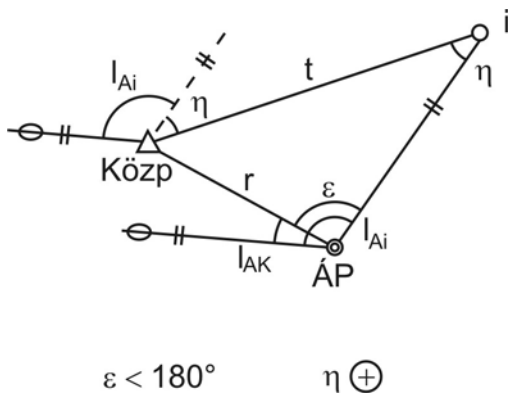
#### Adatok:

- az ismert pontok koordinátái,
- A és B pontokban végzett iránymérések eredményei,
- az alapvonal hossza.



A feladat célja, hogy a rendelkezésre álló koordinátákból és a mérési eredményekből levezessük a talajsintre a P magaspont koordinátáit, és meghatározzuk A és B külpontok koordinátáit. A számításhoz a külpontos iránymérés összefüggéseit használjuk fel.

#### Külpontos iránymérés központosítása



ahol:

$r$  – külpontosság lineáris mértéke

$\varepsilon$  – külpontosság tájékozási szöge

$$\varepsilon = l_{Ai} - l_{AK} \quad (1)$$

( $\varepsilon$  szög bal szára mindig a központ felé mutat!)

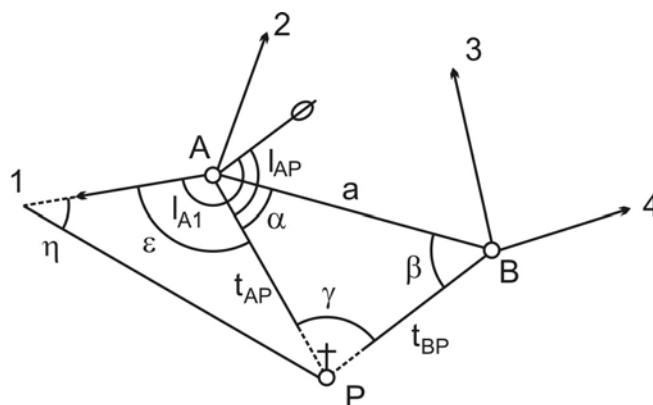
$\eta$  – központosítási javítás

$$\eta = \arcsin\left(\frac{r}{t} \sin \varepsilon\right) \quad (2)$$

Mivel  $\eta$  előjeles mennyiség, a központosított irányérték számításakor ezt vegyük figyelembe:

$$l_{Ki} = l_{Ai} \pm \eta \quad (3)$$

### Magaspont levezetése



#### A számítás menete:

1. PAB háromszög belső szögeinek számítása:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= l_{AP} - l_{AB} \\ \beta &= l_{BA} - l_{BP} \end{aligned} \right\} \gamma \quad (4)$$

2. Külpontossági elemek meghatározása

- A  $t_{AP}$  és  $t_{BP}$  ferde távolságok (külpontosság lineáris mértéke) számítása:

$$t_{AP} = a \frac{\sin \beta}{\sin \gamma} \qquad t_{BP} = a \frac{\sin \alpha}{\sin \gamma} \qquad (5)$$

–  $\varepsilon$  szögértékek (külpontosság tájékozási szögeinek) számítása (1) alapján:

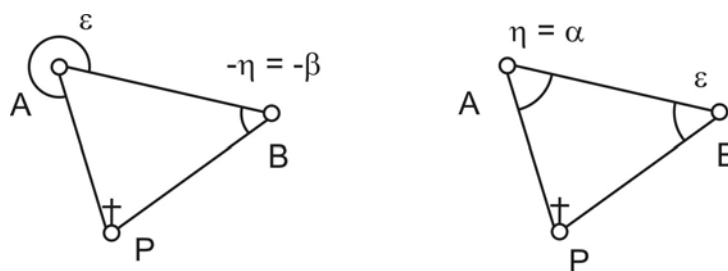
$$\varepsilon_i = l_{Ai} - l_{AK} \qquad \text{ahol } i = 1 \dots 4 \qquad (6)$$

3. A P magaspontról (központtól) kiinduló tájékozó irányok (1...4) irányszögeinek ( $\delta_{P1...4}$ ) és távolságainak ( $t_{P1...4}$ ) meghatározása a II. geodéziai alapfeladat összefüggéseivel.
4. Központosítási javítások ( $\eta_{1...4}$ ) számítása a (2) képlet felhasználásával.
5. Iránysorozat központosítása

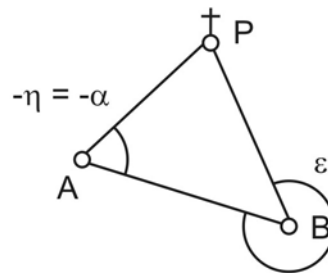
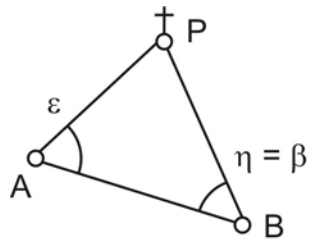
Á P	irányérték	közp.jav.	közp.ir.ért.	Ir.szög	táj.szög	súly
<b>A</b>	$l_{A1}$	$\eta_1$	$l_{Pi} = l_i + \eta_i$	$\delta_{Pi}$	$z_i = \delta_{Pi} - l_{Pi}$	$p_i = t[km]$
	$l_{A2}$	$\eta_2$		$\delta'_{PB}$	$z_K = \frac{\sum p_i z_i}{\sum p_i}$	
	$l_{AB}$	$-\beta (*)$				
	$l_{AP}$	$\pm 180^\circ$		$\delta'_{PA}$		
<b>B</b>	$l_{B3}$	$\eta_3$		$\delta_{Pi}$	$z_i = \delta_{Pi} - l_{Pi}$	$p_i = t[km]$
	$l_{B4}$	$\eta_4$		$\delta'_{PB}$	$z_K = \frac{\sum p_i z_i}{\sum p_i}$	
	$l_{BP}$	$\pm 180^\circ$				
	$l_{BA}$	$\alpha (*)$		$\delta'_{PA}$		

**Magyarázó ábrák (\*)**

Ha a P magaspont az alapvonalhoz képest északra helyezkedik el:



ill. ha déli irányban található:



6. A tájékozott irányértékek ( $\delta'_{PA}$ ,  $\delta'_{PB}$ ) és a távolságok ( $t_{PA}$ ,  $t_{PB}$ ) ismeretében A és B külpontok koordinátái poláris koordinátaszámítás (I. geodéziai alapeladat) összefüggéseivel meghatározhatók.
7. A külpontok végleges koordinátáit a két külpont iránySOROZATÁBÓL levezetett koordinák számtani középértékéből kapjuk.

A számítások ellenőrzése:

$$t_{AB} \equiv a$$

$$\delta'_{PB} - \delta'_{PA} \equiv \gamma \quad (7)$$

## Segédlet a "Toronymérés központosítása" című számítási feladathoz

### Feladat

A torony ablakaiban végzett iránymérések felhasználásával, az alapvonalas mérési módszer összefüggéseivel végezze el

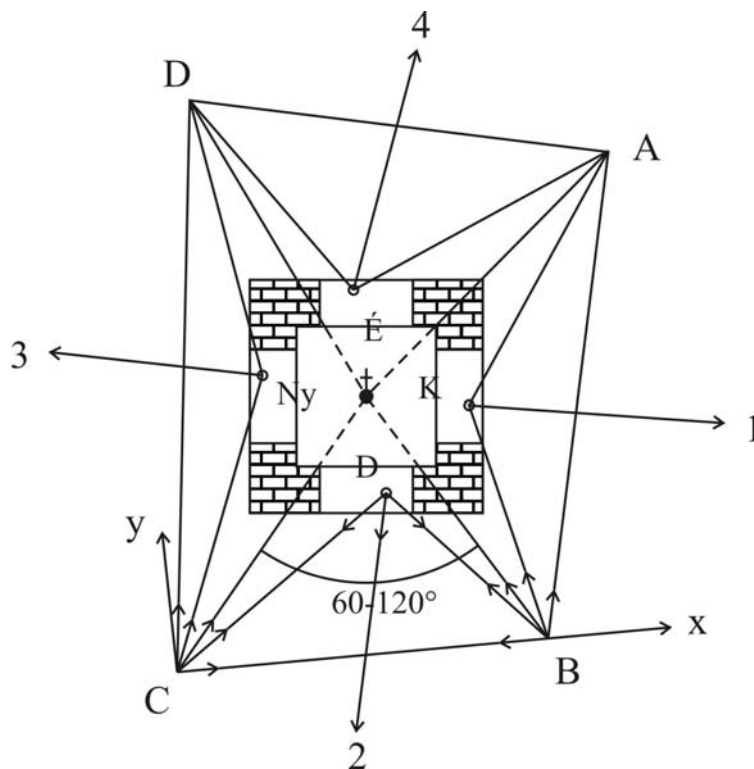
- álláspontként a külpontossági elemek meghatározását,
- az álláspontok és a toronyközpont koordinátáinak számítását,
- a toronyablakokból mért külpontos irányok központosítását,
- valamint az egyesített iránysorozat összeállítását (horizontzárás).

### Adatok

- a toronyablakokban végzett iránymérések eredményei,
- irányzott pontok távolsága,
- az alapvonal végpontjain végzett iránymérésekből meghatározott adatok,
- az alapvonalak hossza.

### Alapvonalas módszer

A módszer célja, hogy a toronyablakokban és az alapvonalak végpontjaiban végzett iránymérések felhasználásával az ablakokban mért értékeket úgy határozzuk meg, mintha azokat a toronycsúcs függőlegesében mértük volna.

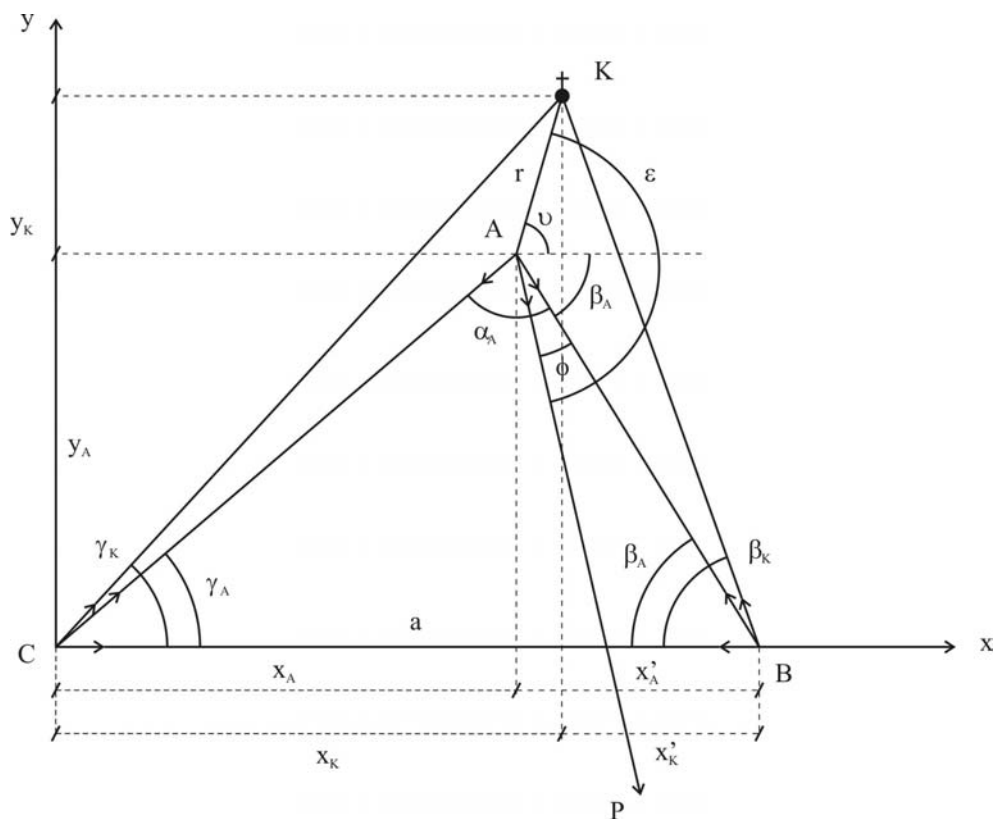


### Mérés

- toronyablakokban:
  - i- ránymérés az alapvonal végpontjaira,
  - ill. egy tájékozó irányra
- alapvonalak végpontjaiban:
  - a szomszédos alapvonalak végpontjaira,
  - toronyablakokra,
  - toronycúcsra
- alapvonalak hossza

Az alapvonalaknál a toronyközpontra menő irányok metszési szöge közelítse a  $90^\circ$ -ot, vagy legalább  $60\text{-}120^\circ$  között legyen.

### A számítás menete



1. ABC háromszög mért szögeinek ( $\alpha_A$ ,  $\beta_A$ ,  $\gamma_A$ ) kiegyenlítése  $180^\circ$ -ra, az eltérés ráosztása a szögekre.
2. Toronyablakok- ill. ablakonként a toronyközpont koordinátáinak számítása
  - Toronyablak:

$$y_A = a \frac{1}{ctg\beta_A + ctg\gamma_A} \quad x_A = y_A ctg\gamma_A$$



- Ell.:

$$x_A' = y_A \operatorname{ctg} \beta_A \quad a = x_A + x_A'$$

- Toronyközpont:

$$y_K = a \frac{1}{\operatorname{ctg} \beta_K + \operatorname{ctg} \gamma_K} \quad x_K = y_K \operatorname{ctg} \gamma_K$$

- Ell.:

$$x_K' = y_K \operatorname{ctg} \beta_K \quad a = x_K + x_K'$$

### 3. Külpontossági elemek számítása

$$\nu = \operatorname{arctg} \frac{y_K - y_A}{x_K - x_A}$$

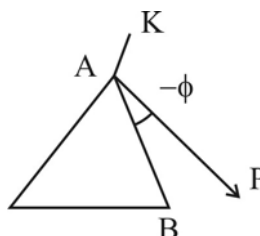
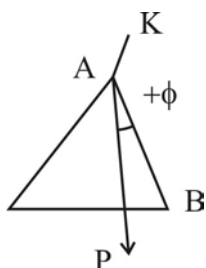
- külpontosság lineáris mértéke:

$$r = \frac{y_K - y_A}{\sin \nu} = \frac{x_K - x_A}{\cos \nu}$$

- külpontosság tájékozási szöge:

$$\varepsilon = \nu + \beta_A \pm \phi$$

- A  $\phi$  szög előtt álló előjel értelmezése:



### 4. Külpontos irányok központosítása

Á P	irány	irányérték	táv.	külp. elemek	$\varepsilon_i$	$\eta_i$	közp. irányérték
				$l_{\text{közp}}$ $r$ $\varepsilon$			
É	1	l	t	$l_{\text{közp}} = l_i - \varepsilon$	$\varepsilon_i = l_i - l_{\text{közp}}$	$\eta_i = \arcsin\left(\frac{r}{t} \sin \varepsilon_i\right)$	$l_i + \eta_i$
	2			$\varepsilon$			
	3			$r$			
4							

- (minden ablakra)

### 5. Horizontzárás

A négy műszerállás központosított iránySOROZATÁT horizontzárással egyesítjük.

A táblázat utolsó oszlopa tartalmazza a toronymérés végeredményét: a toronycúcsra vonatkozó, egyesített iránySOROZAT irányértékeit.

**Példa**

ÁP	irány	(1)	(2)	(3)	(1)	egyesített iránySOROZAT		
		nullára forg. közp. irányért.	javítás	változás	javított iránySOROZAT			
D	1	0 0 0,00	-0,14	0,00	0 0 0,00	0	0	0,00
	2	38 6 37,30		+0,14	38 6 37,44	38	6	37,44
	3	102 24 47,59	+0,14	+0,28	102 24 47,87	102	24	47,87
Ny	3	0 0 0,00	-0,14	0,00	0 0 0,00			
	4	81 9 25,60	+0,14	+0,28	81 9 25,88	183	34	13,75
É	4	0 0 0,00	-0,14	0,00	0 0 0,00			
	5	67 27 56,76	+0,14	+0,28	67 27 57,04	251	2	10,79
K	5							
	6							
	7	0 0 0,00	-0,14	0,00	0 0 0,00			
	1							
		40 48 9,83		+0,14	40 48 9,97	291	50	20,76
		74 55 3,71		+0,14	74 55 3,85	325	57	14,64
		108 57 48,93	+0,14	+0,28	108 57 49,21			
szektorok összege		359 59 58,88			360 0 0,00			
horizontzárási hiba		$\Delta = +1,12''$						

**Megjegyzések:**

- (1) A szektorok összegének képzésekor csak az egyes szektorok nullára forgatott irányértékeinek záró értékeit adjuk össze.
- (2) A javítást csak a csatlakozó irányokra osztjuk.

Egy csatlakozó irányra eső javítás:

$$\frac{\Delta}{2s} = \frac{1,12}{2 \cdot 4} = 0,14 \quad \text{ahol } s \text{ a szektorok számát jelöli}$$

Adott szektoron belül a javítás összege 0 legyen.

- (3) A horizontzárási hibát egyenletesen osztjuk rá a szektorokra:

$$\frac{\Delta}{s} = \frac{1,12}{4} = 0,28$$

## 6. gyakorlat

### Segédlet a "Koordinátaszámítás az ellipszoidon" című számítási feladathoz

#### Feladat

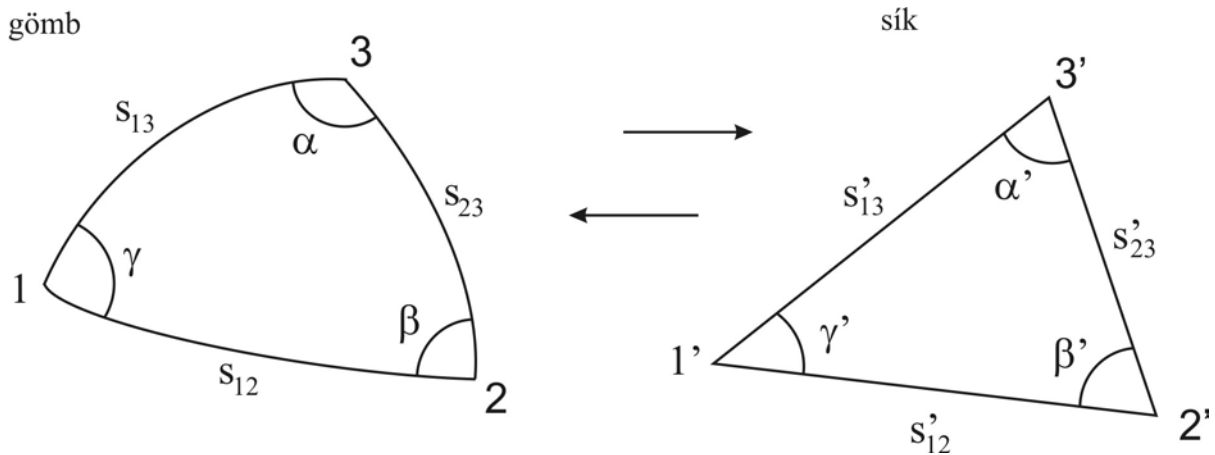
A gömbháromszög adatainak felhasználásával végezze el

1. az ellipszoidi háromszögek oldalhosszainak számítását Legendre ill. Soldner módszerével,
2. geodéziai főfeladatok számítását (ellipszoidon végzett koordináta-meghatározás).

#### Adatok

- $\alpha, \beta, \gamma$  a gömbháromszög belső szögei
- $s_{1,2}$  a gömbháromszög adott oldalhosszúsága
- $\phi_1, \lambda_1$  az 1. pont gömbi szélessége és hosszúsága
- $\alpha_{12}$  az 1. pontban a 2. pontra vonatkozó azimut

#### 1. Ellipszoidi háromszögek megoldása



#### Legendre-féle megoldás

Legendre az ellipszoidi háromszöget olyan a gömbi háromszögnek tekintette, amelynek szögei is azonosak az ellipszoidi háromszög szögeivel.

Ha a gömbi szögeket a szögfelesleg harmadával csökkentjük, a gömbháromszögek oldalhosszai a síkháromszögekre vonatkozó összefüggésekkel számíthatók.

- Szögfelesleg:

$$\varepsilon = \frac{s^2}{2R^2} \cdot \frac{\sin \beta \sin \gamma}{\sin \alpha} \cdot \rho'' \quad \rho'' = \frac{180}{\pi} 3600''$$

- Gömbsugár:

$$R = \sqrt{MN} = \frac{a\sqrt{1-e^2}}{1-e^2 \sin^2 \phi}$$

$$\begin{aligned} a &= 6378160 \text{ m} && \text{(az ellipszoid fél nagytengelye)} \\ b &= 6356774.516 \text{ m} && \text{(az ellipszoid fél kistengelye)} \\ e &= 0.0818205679 && \text{(első numerikus excentricitás)} \\ e' &= 0.0820958290 && \text{(második num. exc.)} \end{aligned}$$

- Szögek számítása:

$$\alpha' = \alpha - \frac{\varepsilon''}{3} \qquad \beta' = \beta - \frac{\varepsilon''}{3} \qquad \gamma' = \gamma - \frac{\varepsilon''}{3}$$

- Oldalhosszak:

$$s'_{12} = s_{12} \qquad s_{13} = s'_{13} = \frac{\sin \beta'}{\sin \alpha'} s'_{12} \qquad s_{23} = s'_{23} = \frac{\sin \gamma'}{\sin \alpha'} s'_{12}$$

### Soldner-féle megoldás

Az ellipszoidi és a gömbi háromszöget Soldner is azonosnak tekintette, a gömbháromszöget pedig szintén síkháromszöggel helyettesítette. Legendre megoldásától Soldner annyiban tér el, hogy a gömbháromszög szögeit vette azonosnak a síkháromszög szögeivel. Ekkor a síkháromszög összefüggéseivel kapott oldalhosszakhoz korrekciót (hosszpótlék, additament) rendelünk.

- Általános képlet:

$$A_s = \frac{s^3}{6R^2}$$

- (korrekció)

$$s' = s - A_s$$

- (minden oldalhosszhoz)

Feladatban:

1.  $A_{s_{12}}$ , és  $s'_{12}$  számítása
2.  $s'_{13} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} s'_{12}$        $A_{s'_{13}}$        $s_{13} = s'_{13} + A_{s'_{13}}$
3. ugyanez az  $s_{23}$  oldalhosszra

A Legendre- és Soldner-féle megoldásokkal kapott oldalhosszak értékei kb. mm-re megegyeznek.

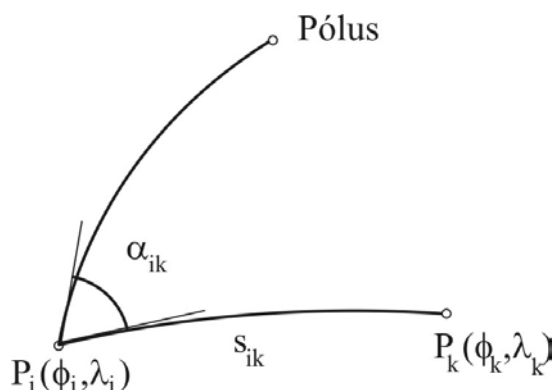


## 2. Geodéziai főfeladatok megoldása

Az ellipszoidon végzett koordináta-számítások az ellipszoidi pólusháromszög megoldásán alapulnak.

A főfeladatok számításakor a Legendre-féle hatványsoros megoldást alkalmazzuk, amelyhez Gerstbach munkaképleteket használjuk fel.

### I. geodéziai főfeladat



- Adott:
  - $P_i, \alpha_{ik}, S_{ik}$
- Számítjuk:
  - $P_k$

$$1. \quad c = \frac{a^2}{b} \qquad 2. \quad \eta^2 = e'^2 \cos^2 \varphi_i \qquad 3. \quad V = \sqrt{1 + \eta^2}$$

$$4. \quad u' = \frac{S_{ik} V}{c} \cos \alpha_{ik} \qquad 5. \quad t = \operatorname{tg} \varphi_i \qquad 6. \quad \alpha = \alpha_{ik}$$

$$7. \quad \frac{\Delta \varphi}{\rho'' V^2} = u' \left\{ 1 - \frac{u'}{2} \left[ 3t\eta^2 + \operatorname{tg}^2 \alpha (t + u' (0.323 + (t + u')^2)) \right] \right\}$$

$$8. \quad \frac{\Delta \lambda \cos \varphi_i}{\rho''} = u' \operatorname{tg} \alpha \left\{ 1 + u' \left[ t + u' \left( 0.3343 + (t + u')^2 - \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{3} (t + 2.5u')^2 \right) \right] \right\}$$

$$9. \quad \varphi_k = \varphi_i + \Delta \varphi \qquad 10. \quad \lambda_k = \lambda_i + \Delta \lambda \qquad 11. \quad \bar{t} = \operatorname{tg} \varphi_k$$

$$12. \quad \sin \alpha_{ki} = \sin \alpha_{ik} \sqrt{\frac{\bar{t}^2 + 1 + e'^2}{t^2 + 1 + e'^2}}$$

$$\text{ha } \alpha_{i,k} > 90^\circ \Rightarrow \alpha_{k,i} = 2\pi - \sin \alpha_{k,i}$$

$$\alpha_{i,k} < 90^\circ \Rightarrow \alpha_{k,i} = \pi + \sin \alpha_{k,i}$$

## II. geodéziai főfeladat



- Adott:
  - $P_i, P_k$
- Számítjuk:
  - $S_{ik}, \alpha_{ik}, \alpha_{ki}$

$$1. \quad c = \frac{a^2}{b} \qquad 2. \quad \varphi_0 = \frac{\varphi_i + \varphi_k}{2} \qquad 3. \quad \eta^2 = e'^2 \cos^2 \varphi_0$$

$$4. \quad V = \sqrt{1 + \eta^2} \qquad 5. \quad \Delta\varphi = \varphi_k - \varphi_i \qquad 6. \quad \Delta\lambda = \lambda_k - \lambda_i$$

$$7. \quad s \cdot \sin \alpha_0 \cdot \frac{\rho''}{c} = \frac{\Delta\lambda \cos \varphi_0}{V} \left[ 1 + \frac{0.96 \Delta\varphi^2 - \Delta\lambda^2 \sin^2 \varphi_0}{24\rho''} \right]$$

$$8. \quad s \cdot \cos \alpha_0 \cdot \frac{\rho''}{c} = \frac{\Delta\varphi \cos \frac{\Delta\lambda}{2}}{V^3} \left[ 1 + \frac{\Delta\lambda^2 \cos^2 \varphi_0}{24\rho''} \right]$$

$$9. \quad \alpha_0 = \arctg \frac{s \cdot \sin \alpha_0 \cdot \frac{\rho''}{c}}{s \cdot \cos \alpha_0 \cdot \frac{\rho''}{c}} \quad \text{ha } s \cdot \cos \alpha_0 \cdot \frac{\rho''}{c} < 0 \Rightarrow \alpha_0 = \alpha_0 + \pi$$

$$10. \quad s = \frac{s \cdot \sin \alpha_0 \cdot \frac{\rho''}{c}}{\sin \alpha_0 \cdot \frac{\rho''}{c}} = \frac{s \cdot \cos \alpha_0 \cdot \frac{\rho''}{c}}{\cos \alpha_0 \cdot \frac{\rho''}{c}}$$

$$11. \quad \Delta\alpha = \Delta\lambda \sin \varphi_0 \left[ 1 + \frac{2\Delta\lambda^2 \cos^2 \varphi_0 + 3\Delta\varphi^2}{24\rho''^2} \right]$$

$$12. \quad \alpha_{i,k} = \alpha_0 - \frac{\Delta\alpha}{2}$$

$$13. \quad \alpha_{k,i} = \alpha_0 + \frac{\Delta\alpha}{2} + 180^\circ$$





## 7. gyakorlat

### II. Zárthelyi dolgozat

#### II. zárthelyi lehetséges kérdései

1. Ismertesse a geopotenciális érték fogalmát és összefüggését. Sorolja fel a különböző metrikus magasságfogalmakat.
2. Röviden és tömören ismertesse az első országos szintezési hálózat munkálatait.
3. Röviden és tömören ismertesse a harmadik és az ún. kéregmozgás vizsgálati szintezési hálózat főbb jellemzőit.
4. Ismertesse az országos szintezési hálózatok feladatát és tagozódását.
5. Írja le a szintezési hálózat tervezésének és szemlélésének főbb szempontjait és munkafázisait.
6. Rajzolja fel a szintezési főalappontok állandósítási módjait a közelítő méretek feltüntetésével.
7. Sorolja fel a szintezési főalappontok, K-pontok és szakaszvégpontok végleges megjelölési módjait és azok főbb jellemzőit.
8. Ismertesse a felsőrendű szintezés műszereit.
9. Sorolja fel a szintezés hibaforrásait és röviden összegezze azok főbb jellemzőit, valamint kiküszöbölésük módját.
10. Tömören ismertesse a szintezés hálózati észlelésének optimális végrehajtását.
11. Írja le a szélesebb vízfelületek felett történő átszintezés műveletét és módszereit.
12. Mutassa be a gravimetriai mérések szerepét és jelentőségét a szintezési hálózatban.
13. Ismertesse a szintezési hálózat kiegyenlítését megelőző előkészítő számítások lépéseit.
14. Ismertesse az I., a II. és a III. rendű szintezési hálózat kiegyenlítésének alapelvét.
15. Röviden ismertesse a függőleges földkéregmozgás-értékek meghatározására kidolgozott kiegyenlítési módszerek lényegét.
16. Ismertesse a gravimetriai alaphálózatok geodéziai felhasználását és jelentőségét. Mutassa be az MGH-2000 hálózat kialakításának főbb jellemzőit és az egységes európai gravimetriai hálózathoz (UEGN) történő csatlakozását.
17. Ismertesse az országos felsőrendű magassági alaphálózataink kialakításának főbb jellemzőit, nemzetközi kapcsolódásait, magassági alapszintjeiket és az alkalmazott magassági mérőszámaik típusát (táblázatos formában).