



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem  
Általános- és Felsőgeodézia Tanszék  
K. mf. 26.

## Geodézia I. (BSc)

### 4. előadás

A szögmérés szabályos hibaforrásai.  
A teodolit vizsgálata. Irányérték, iránymérés.  
Külpontos iránymérés központosítása.

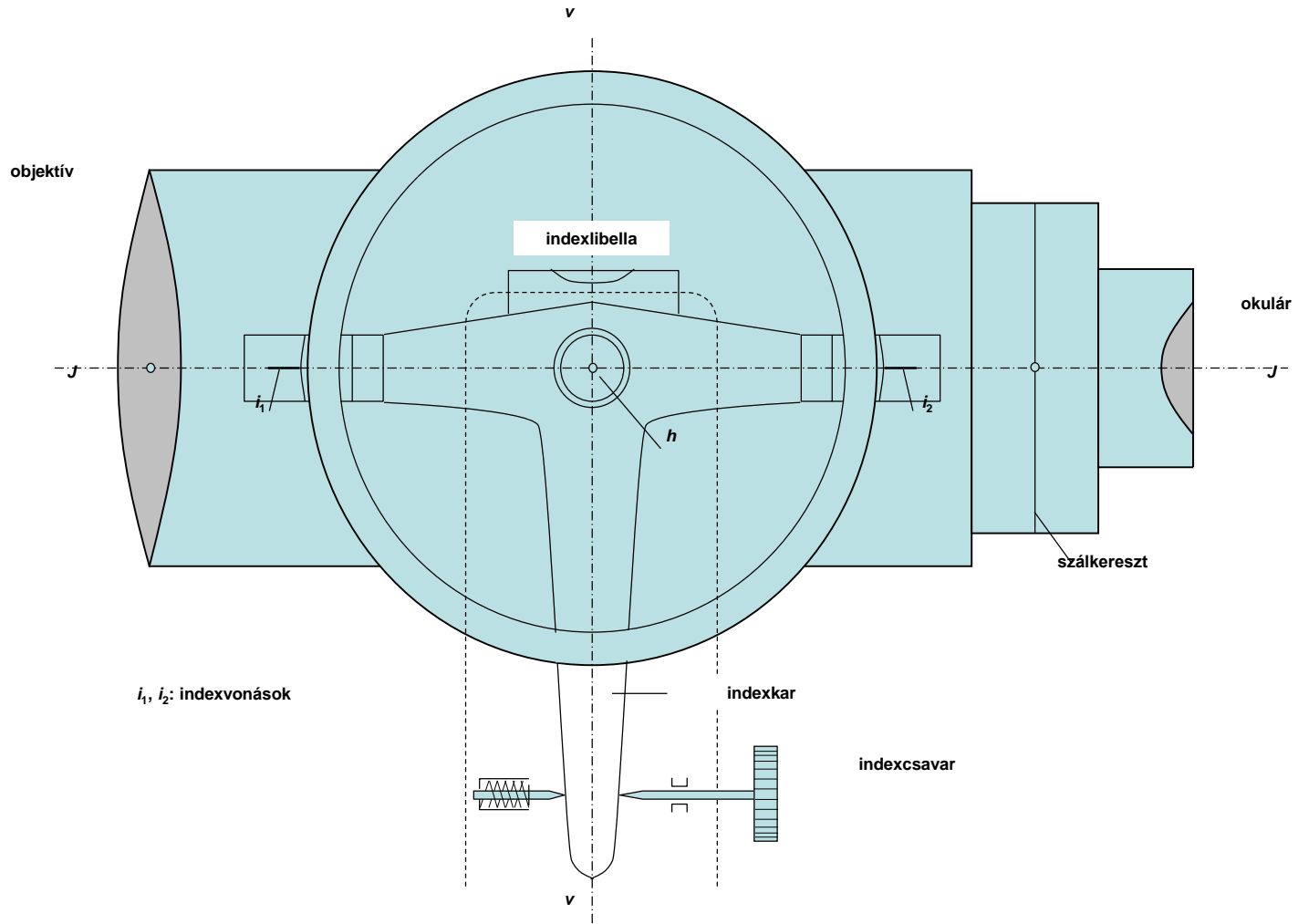


**A teodolit** a vízszintes és magassági szögmérés műszere



# Magassági kör

## Magassági kör indexlibellával





# Irányzás teodolittal

- A mérés megkezdése előtt az okulár elforgatásával a szátkeresztet a szemünknek megfelelően élesre állítjuk.
- Megoldjuk a vízszintes és a magassági kötőcsavart és a kollimátorral közelítőleg megirányozzuk a mérendő pontot, majd rögzítjük a kötőcsavarokat.

# Irányzás teodolittal

- A parallaxiscsavar állításával eltüntetjük a parallaxist, ilyenkor az irányzott pont a szálkereszt síkjában képződik le. (Vagyis mindkettőt – szemünk erőltetése nélkül – élesen fogjuk látni.)
- A vízszintes és a magassági paránycsavarokkal szabatosan beirányozzuk a mérendő pontot. A pontot akkor mondjuk vízszintes értelemben beirányzottnak, ha a pont megjelölésének képe szimmetrikus az álló irányszálhoz képest. A magassági irányzás helyét a jegyzőkönyvben fel kell tüntetni.

# A szabályos mérési hibák kiküszöbölése

1. A *hibát* kiváltó ok *megszüntetése* (pl. a mérőműszer igazításával)

2. Olyan *mérési módszer* alkalmazása, amelynek során a megismételt mérés eredményében a szabályos hiba hatása az eredeti mérés szabályos hibahatásával azonos nagyságú, de ellentétes előjelű, így a két mérési eredmény számtani középértéke mentes a szabályos hiba hatásától.

3. A hibahatás *kiszámítása* és a mérési eredmény javítása.

# A szabályos hibák hatásának kiküszöbölési (csökkentési) módszerei teodolitoknál

- az igazítás csak csökkenti a hibahatásokat, és csak szakműhelyben hajtható végre;
- a módszerként használt két távcsőállásban végzett mérés általánosan elterjedt;
- a hibahatás kiszámítása és az eredmény javítása az elektronikus teodolitokban (mérőállomásokban) használatos.



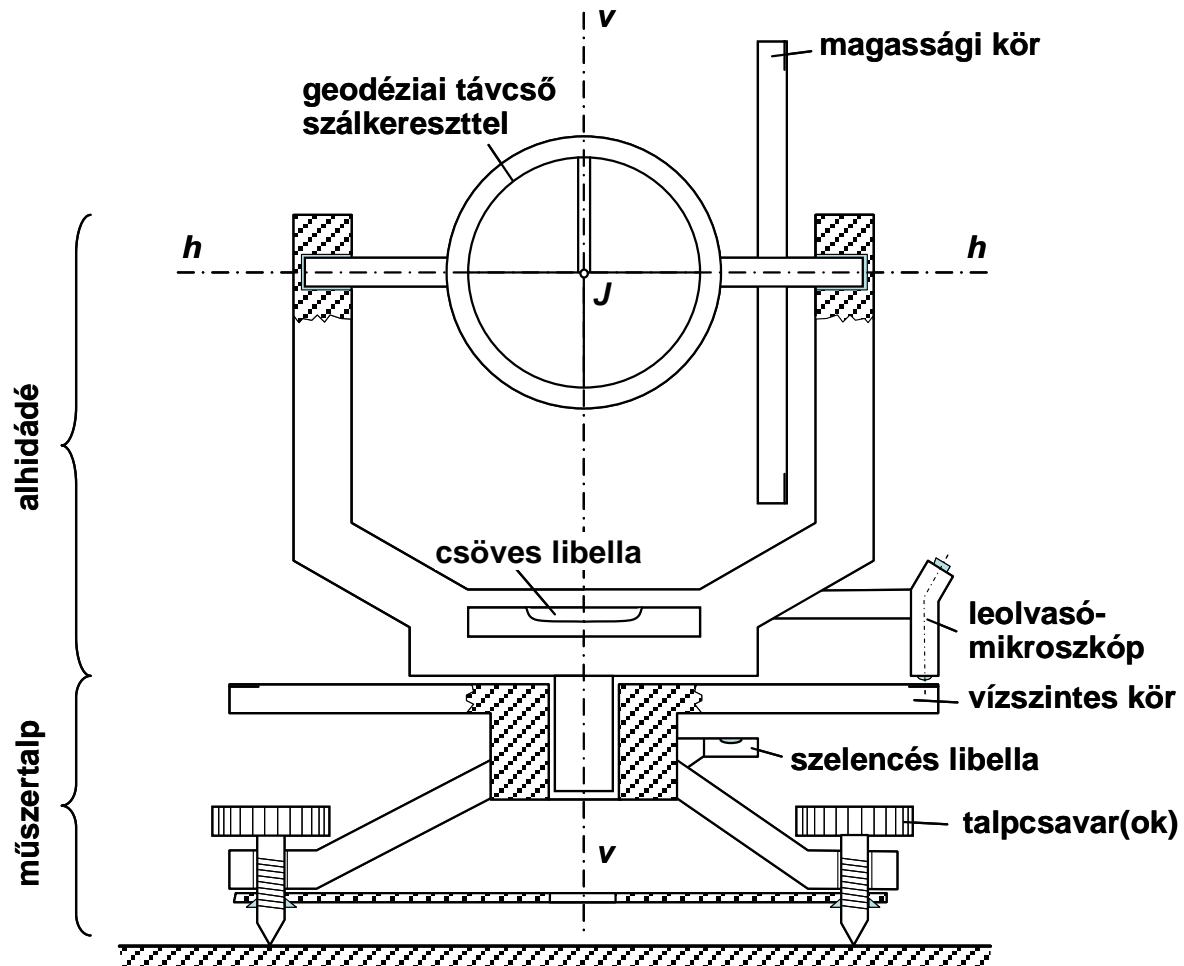
# A szögmérés szabályos hibaforrásai

Feltételezzük, hogy a hibahatások függetlenek, tehát:

- szétválaszthatók, és
- egy-egy hibahatás vizsgálatánál csak a vizsgált hiba lép fel.

A hibákat  $\delta$  -val, hatásukat  $(\delta)$  -val jelöljük.

# A teodolit felépítése

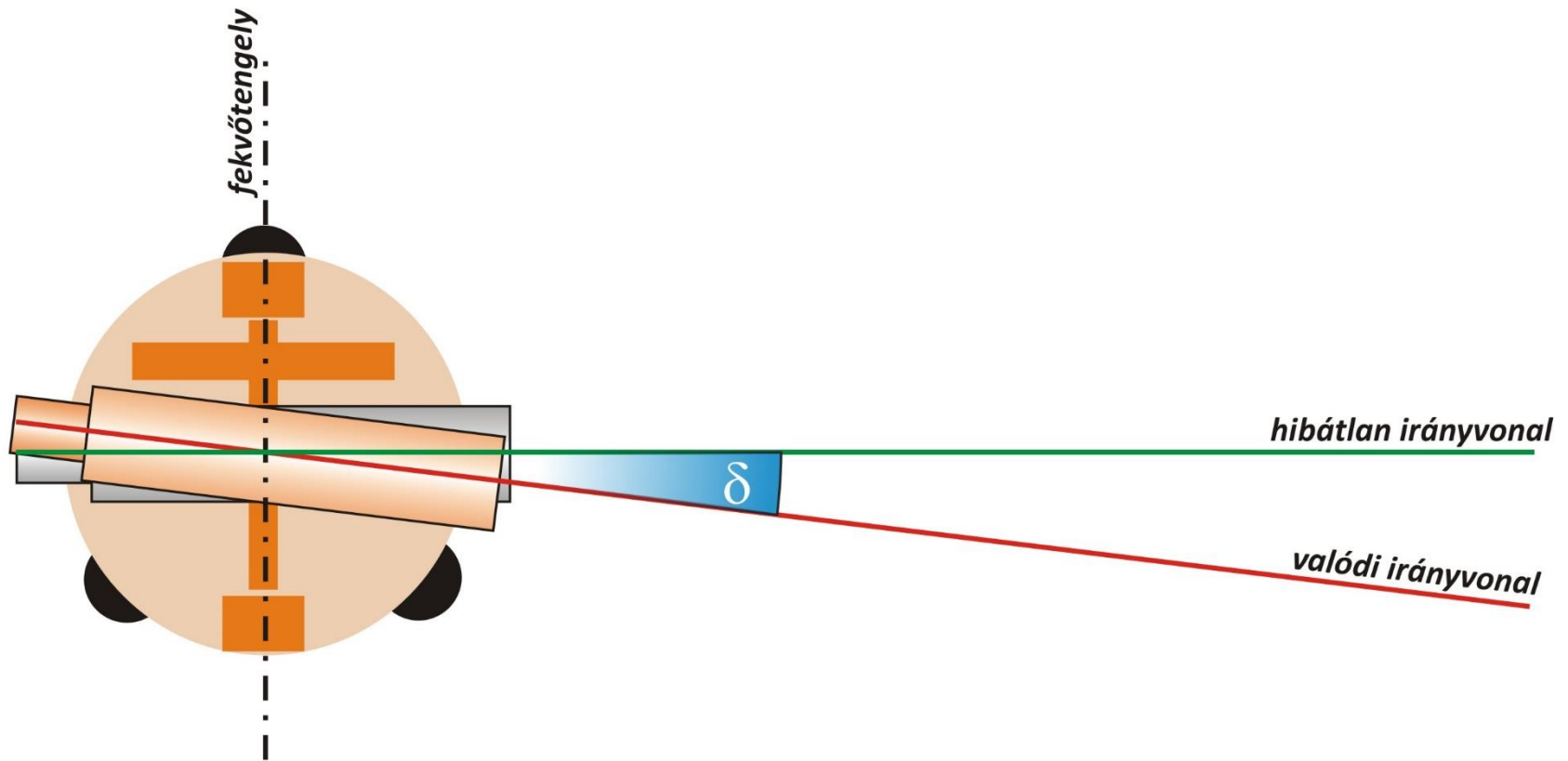


**v - v** állótengely  
**h - h** fekvőtengely  
**J** irányvonal

# Műszerhibák

(A vízszintes szögmérés mértékadó szabályos hibái)

1. A **kollimációhiba** abból adódik, hogy az irányvonal nem merőleges a fekvőtengelyre.



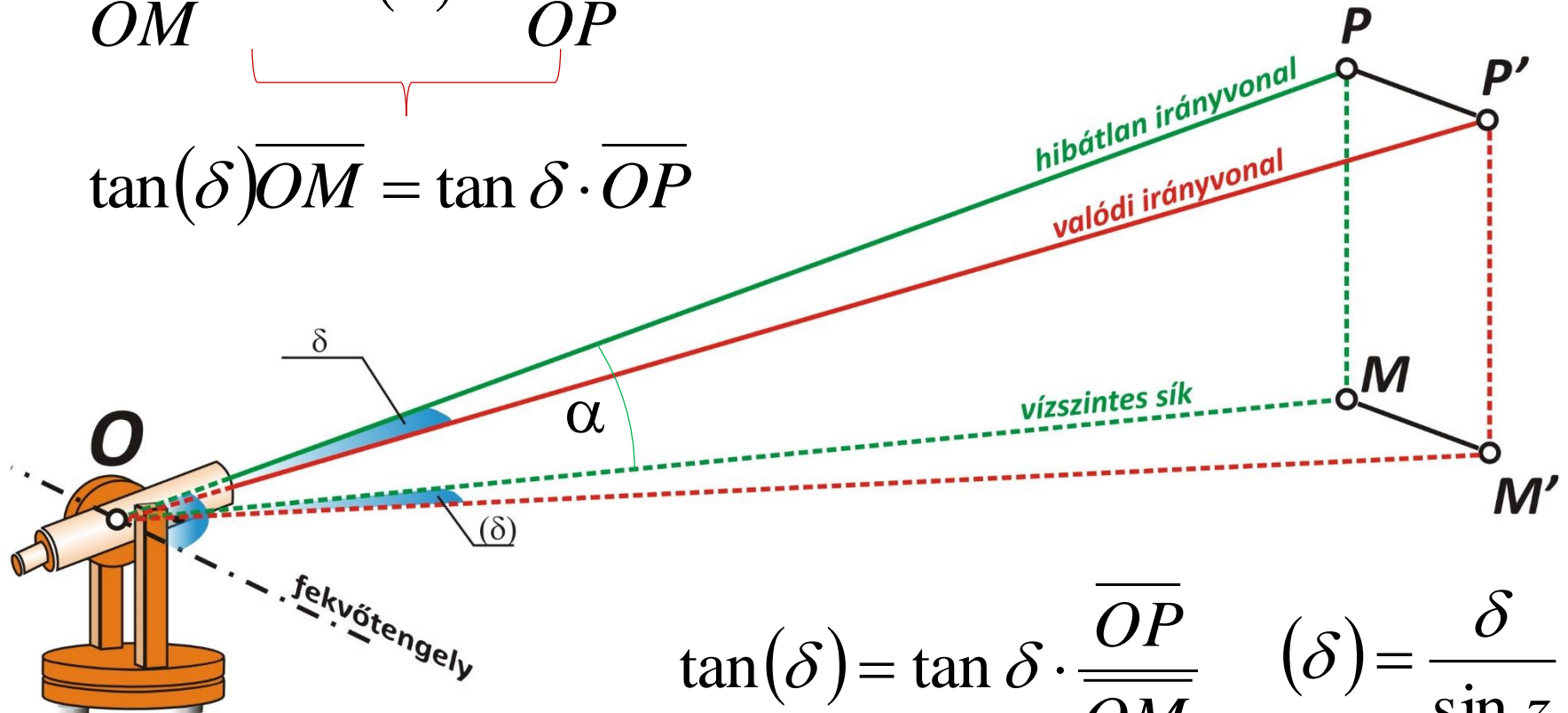
# Műszerhibák

(A vízszintes szögmérés mértékadó szabályos hibái)

1. A **kollimációhiba** abból adódik, hogy az irányvonal nem merőleges a fekvőtengelyre.

$$\frac{MM'}{OM} = \tan(\delta) \quad \frac{PP'}{OP} = \tan \delta$$

$$\tan(\delta) \overline{OM} = \tan \delta \cdot \overline{OP}$$



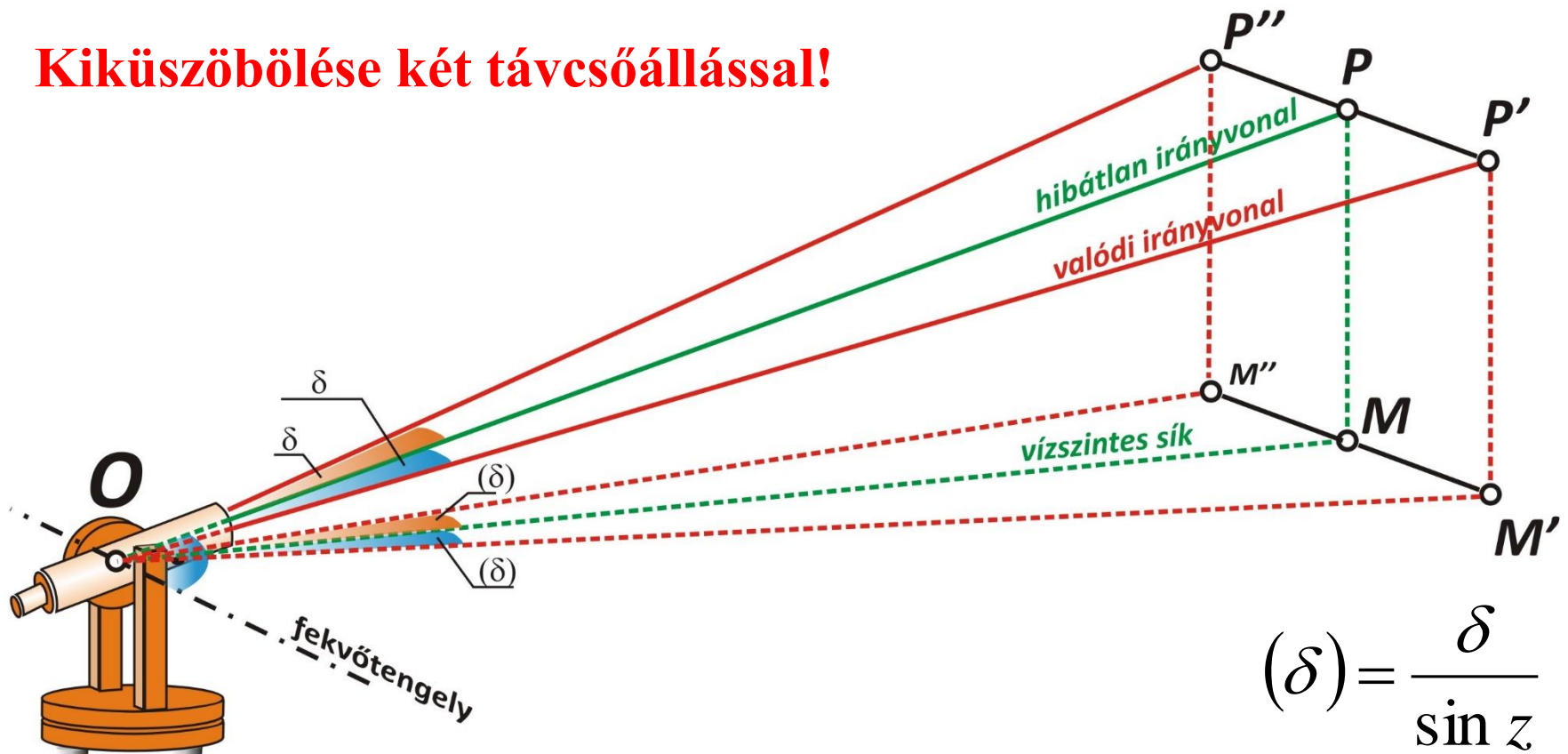
$$\tan(\delta) = \tan \delta \cdot \frac{\overline{OP}}{\overline{OM}} \quad (\delta) = \frac{\delta}{\sin z}$$

# Műszerhibák

(A vízszintes szögmérés mértékadó szabályos hibái)

1. A **kollimációhiba** abból adódik, hogy az irányvonal nem merőleges a fekvőtengelyre.

**Kiküszöbölése két távcsőállással!**



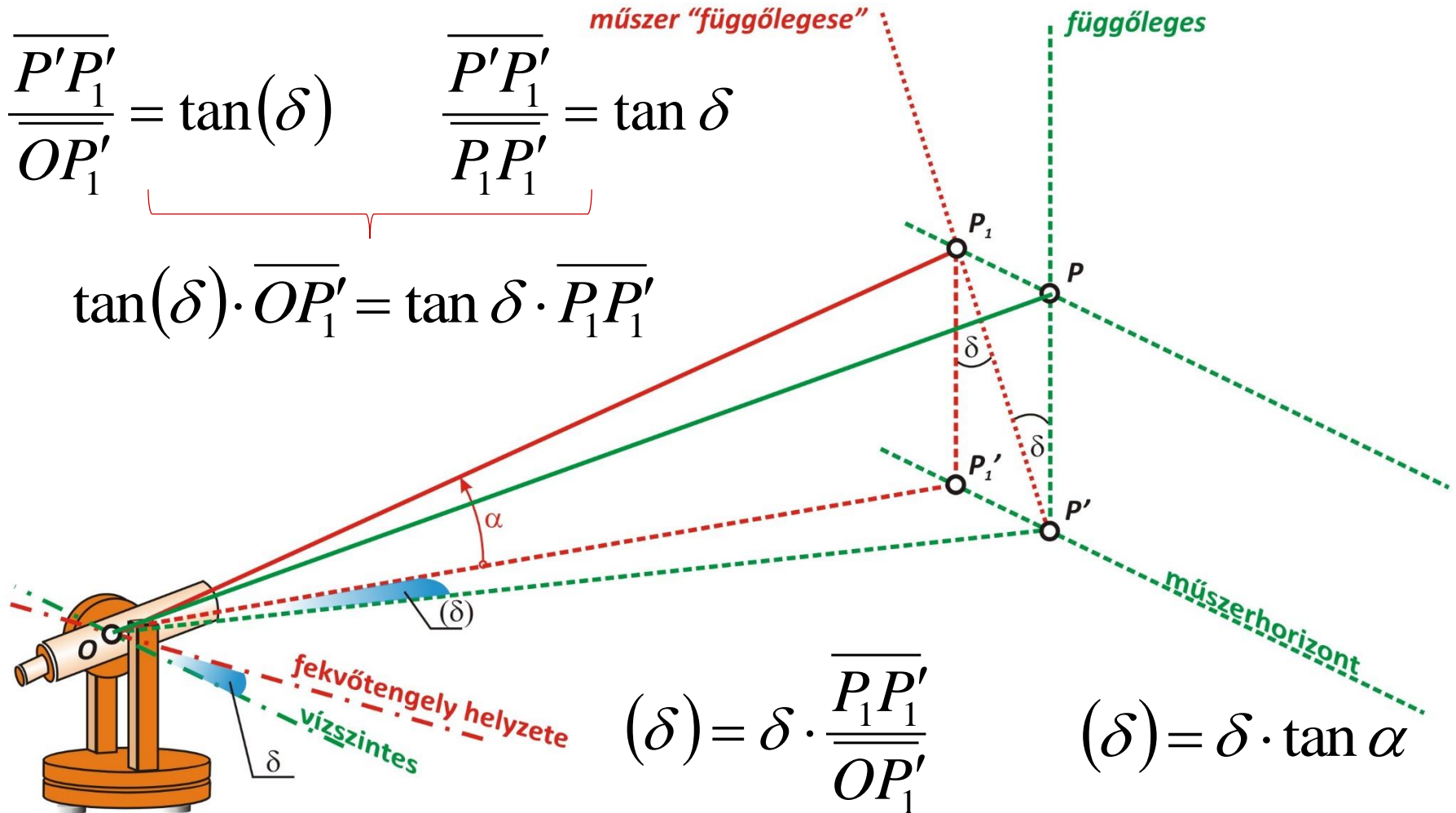
# Műszerhibák

(A vízszintes szögmérés mértékadó szabályos hibái)

2. A fekvőtengely merőlegességi hibája azt jelenti, hogy a fekvőtengely nem merőleges az állótengelyre.

$$\frac{\overline{P'P'_1}}{\overline{OP'_1}} = \tan(\delta) \quad \frac{\overline{P'P'_1}}{\overline{P_1P'_1}} = \tan \delta$$

$$\tan(\delta) \cdot \overline{OP'_1} = \tan \delta \cdot \overline{P_1P'_1}$$



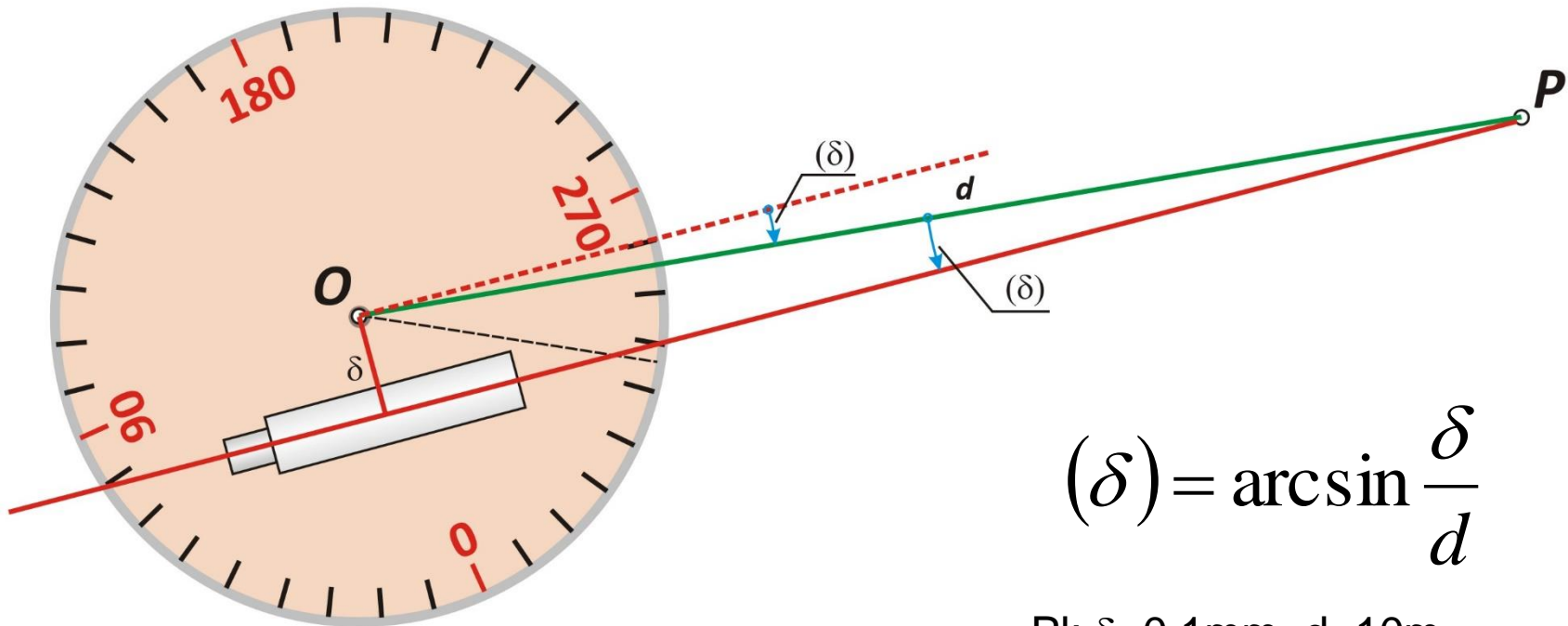
$$(\delta) = \delta \cdot \frac{\overline{P_1P'_1}}{\overline{OP'_1}}$$

$$(\delta) = \delta \cdot \tan \alpha$$

# Műszerhibák

(A vízszintes szögmérés mértékadó szabályos hibái)

3. A **horizontális távcsőkülpontosság** azt jelenti, hogy az irányvonal és az állótengely kitérő egyenesek.



$$(\delta) = \arcsin \frac{\delta}{d}$$

Pl:  $\delta=0.1\text{mm}$ ,  $d=10\text{m}$

$$(\delta)=2''$$

# Műszerhibák

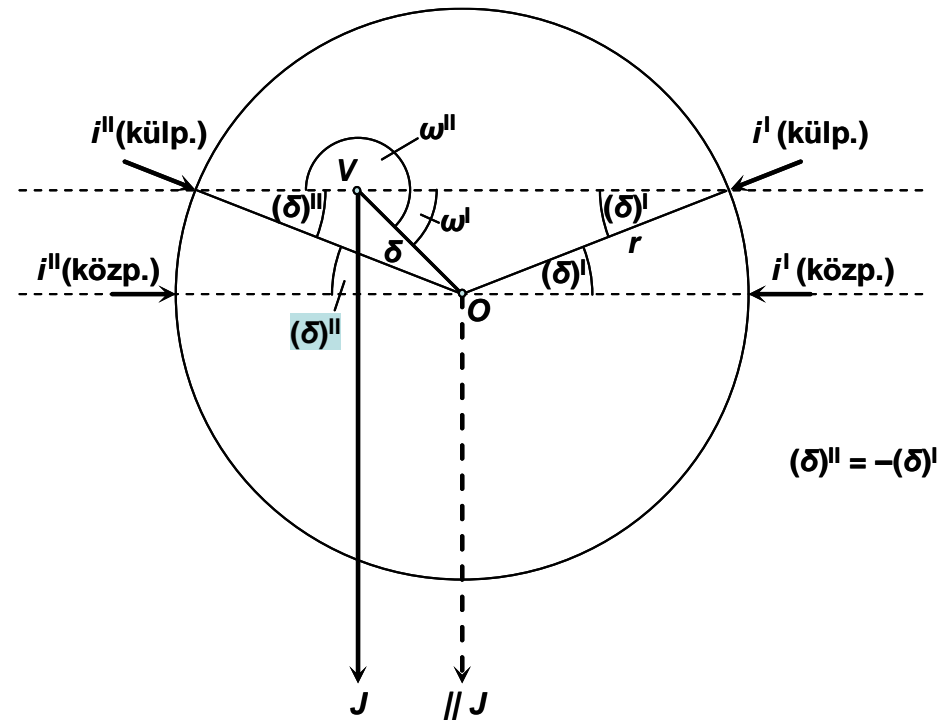
(A vízszintes szögmérés mértékadó szabályos hibái)

4. A **beosztott kör külpontossága** azt jelenti, hogy a kör középpontja nincs az állótengelyen. Igen veszélyes hibaforrás: egyetlen mikronnyi külpontosság is több szögmásodpercnyi hibát okozhat.

$$(\delta) = \arcsin\left(\frac{\delta}{r} \sin \omega\right)$$

Pl:  $\delta = 1 \mu\text{m}$ ,  $r = 5 \text{ cm}$ ,  $\omega = 90^\circ$

$$(\delta) = 4''$$



**Kiküszöbölése:**

- két távcsőállással!
- diametrál helyzetű két index elhelyezésével



# Feladat

## Feladat

1. Mely szabályos hibák nem hanyagolhatóak el egy a horizonton található végtelen távoli pont irányzásakor?
2. Mely szabályos hibák nem elhanyagolhatóak egy a horizonton található közeli pont irányzásakor?
3. Mely szabályos hibák nem elhanyagolhatóak egy közeli, meredek irányban látható pont irányzásakor?

# Feladat

## Feladat

1. Mely szabályos hibák nem hanyagolhatóak el egy a horizonton található végtelen távoli pont irányzásakor?

*kollimációhiba, vízszintes kör külpontossága*

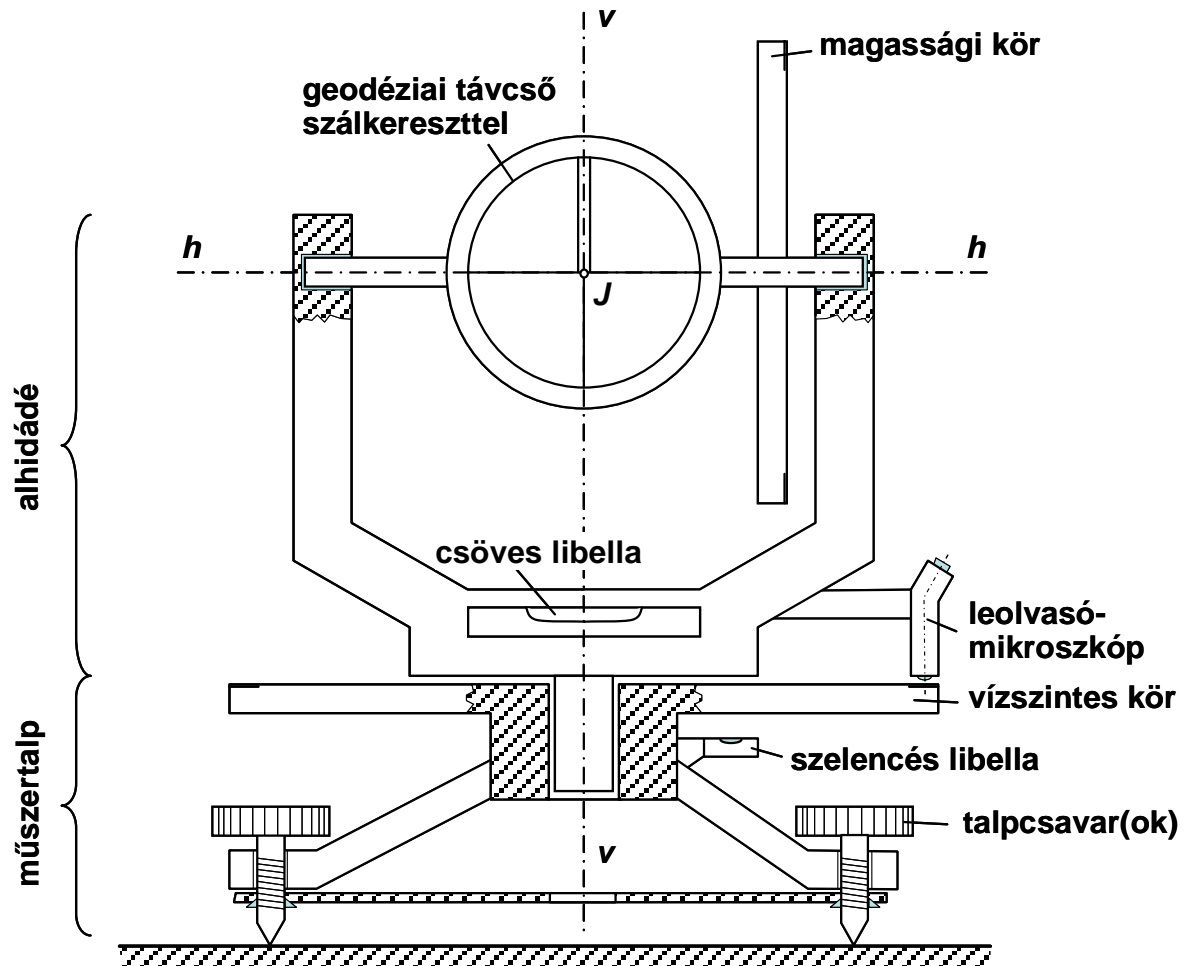
2. Mely szabályos hibák nem elhanyagolhatóak egy a horizonton található közeli pont irányzásakor?

*kollimációhiba, vízszintes kör külpontossága, horizontális távcsőkülpontosság*

3. Mely szabályos hibák nem elhanyagolhatóak egy közeli, meredek irányban látható pont irányzásakor?

*kollimációhiba, vízszintes kör külpontossága, horizontális távcsőkülpontosság, fekvőtengely merőlegességi hibája*

# A teodolit felépítése



**v - v** állótengely  
**h - h** fekvőtengely  
**J** irányvonal

# Műszerhibák

(Magassági szögmérés mértékadó szabályos hibái)

1. Az **indexhiba** a magassági kör rögzítési hibájából, valamint az indexeket beállító szerkezet igazítási hibájából származik.

$$(\delta) = \delta$$

**Kiküszöbölése: két távcsőállással!**

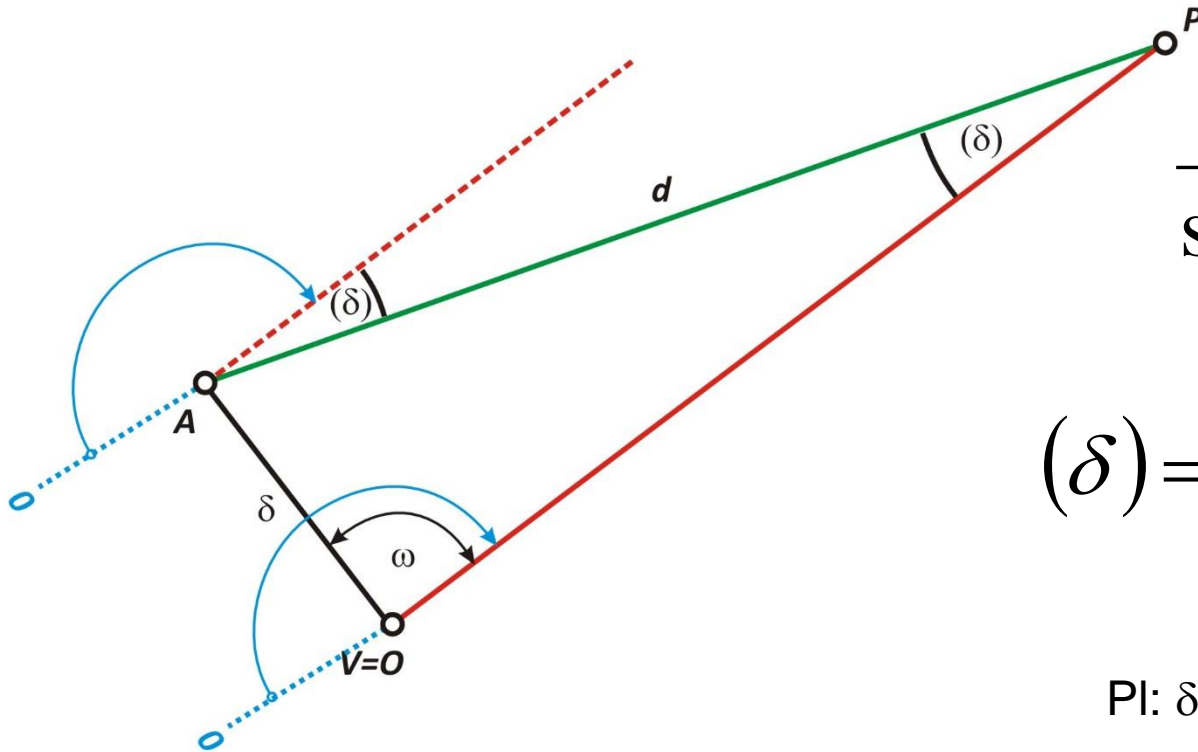
2. A **vertikális távcsőkülpontosság** azt jelenti, hogy az irányvonal és a fekvőtengely kitérő egyenesek.

$$(\delta) = \arcsin \frac{\delta}{d'}$$

**Kiküszöbölése: két távcsőállással!**

# Felállítási hibák

1. **Pontraállási hibáról** akkor beszélünk, ha a függőleges állótengely meghosszabbítása nem megy át a mérendő szög csúcsán.



$$\frac{\delta}{\sin(\delta)} = \frac{d}{\sin \omega}$$

$$(\delta) = \arcsin\left(\frac{\delta}{d} \sin \omega\right)$$

$$\text{Pl: } \delta=2\text{mm, } d=20\text{m } \omega=90^\circ$$

$$(\delta)=20''$$

# Felállítási hibák

1. **Pontraállási hibáról** akkor beszélünk, ha a függőleges állótengely meghosszabbítása nem megy át a mérendő szög csúcsán.

**Kiküszöbölése: gondos pontraállással!**

2. **Állótengely ferdeségi hibája.**

**Kiküszöbölése: gondos függőlegessé tétellel!**

# Külső körülmények okozta hibák

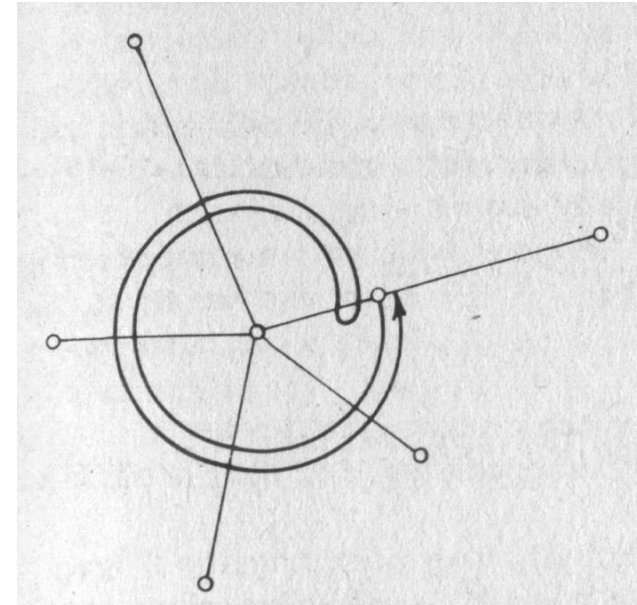
1. **Állványelcsavarodásról** akkor beszélünk, ha mérés közben a beosztott kör (a műszerrel együtt) elfordul egy, a kör síkjára merőleges tengely körül

## Kiküszöbölése:

- **Horizontzárással**

- **Két távcsőállásban végzett méréssel**

(első távcsőállásban balról jobbra,  
második távcsőállásban jobbról balra a sorrend)



2. **Oldalrefrakció**

**Kiküszöbölése: megfelelő körülmények esetén mérünk!**

# A teodolit vizsgálata

*Májay Péter* által kidolgozott módszer: a mértékadó szabályos műszerhibákat állapíthatjuk meg.

Feltétel: hogy a vizsgált teodolit legyen kétindexes.  
(A beosztott körök külpontossági hibái így kiesnek.)

**1. Közel vízszintes irányvonal mellett egy „végtelen távoli” pontot irányzunk.** A nagy irányhossz miatt a *horizontális és a vertikális távcsőkülpontosság* hatása, a vízszintes irányvonal miatt a fekvőtengely merőlegességi hibájának hatása közel *zérus*, így kiszámítható a vízszintes körleolvasásokból a *kollimációhiba*, a magassági körleolvasásokból pedig az *indexhiba* nagysága.



## 1. A kollimációhiba

$$(\delta) = \frac{\delta}{\sin z}$$

## 2. A fekvőtengely merőlegességi hibája

$$(\delta) = \delta \cot z \quad \text{cot } 90^\circ = 0 \quad \times$$

## 3. A horizontális távcsőkülpontosság

$$(\delta) = \arcsin \frac{\delta}{d} \quad \times$$

$d \gg \delta$ , így  $\delta/d \approx 0$

1. Az **indexhiba**

$$(\delta) = \delta$$

2. A **vertikális távcsőkülpontosság**

$$(\delta) = \arcsin \frac{\delta}{d'}$$

$d' \gg \delta$ , így  $\delta/d' = 0$

# A teodolit vizsgálata

*Májay Péter* által kidolgozott módszer: a mértékadó szabályos műszerhibákat állapíthatjuk meg.

Feltétel: hogy a vizsgált teodolit legyen kétindexes.  
(A beosztott körök külpontossági hibái így kiesnek.)

**2. Közel vízszintes irányvonal mellett a műszerhez közeli ismert távolságú pontot irányzunk.** A *fekvőtengely merőlegességi hibájának* hatása továbbra is közel zérus, így a vízszintes körleolvasásokat a már megismert kollimációhiba és a még ismeretlen horizontális távcsőkülpontosság, a magassági körleolvasásokat a már megismert indexhiba és a még ismeretlen *vertikális távcsőkülpontosság* hatása terheli. A körleolvasásokból tehát kiszámíthatók a még ismeretlen hibák.

### 1. A kollimációhiba

$$(\delta) = \frac{\delta}{\sin z} \quad \checkmark$$

### 2. A fekvőtengely merőlegességi hibája

$$(\delta) = \delta \cot z \quad \text{cot } 90^\circ = 0 \quad \times$$

### 3. A horizontális távcsőkülpontosság

$$(\delta) = \arcsin \frac{\delta}{d}$$

$d \ll \delta$ , így  $\delta/d \ll 0$

1. Az **indexhiba**

$$(\delta) = \delta \quad \checkmark$$

2. A **vertikális távcsőkülpontosság**

$$(\delta) = \arcsin \frac{\delta}{d'}$$

$d' \ll \delta$ , így  $\delta/d' \ll 0$

# A teodolit vizsgálata

*Májay Péter* által kidolgozott módszer: a mértékadó szabályos műszerhibákat állapíthatjuk meg.

Feltétel: hogy a vizsgált teodolit legyen kétindexes.  
(A beosztott körök külpontossági hibái így kiesnek.)

3. Viszonylag meredek (kb.  $30^\circ$ -os magassági szögű) irányvonallal a műszerhez közeli ismert távolságú pontot irányzunk. A vízszintes körleolvasásokat terhelő hibahatások közül csak a fekvőtengely merőlegességi hibájának hatása ismeretlen, így ez a hiba is meghatározható. A magassági körleolvasásokat a hibameghatározások pontosságának ellenőrzésére használjuk.

1. A kollimációhiba

$$(\delta) = \frac{\delta}{\sin z} \quad \checkmark$$

2. A fekvőtengely merőlegességi hibája

$$(\delta) = \delta \cot z \quad \checkmark$$

3. A horizontális távcsőkülpontosság

$$(\delta) = \arcsin \frac{\delta}{d}$$

1. Az **indexhiba**

$$(\delta) = \delta$$



2. A **vertikális távcsőkülpontosság**

$$(\delta) = \arcsin \frac{\delta}{d'}$$



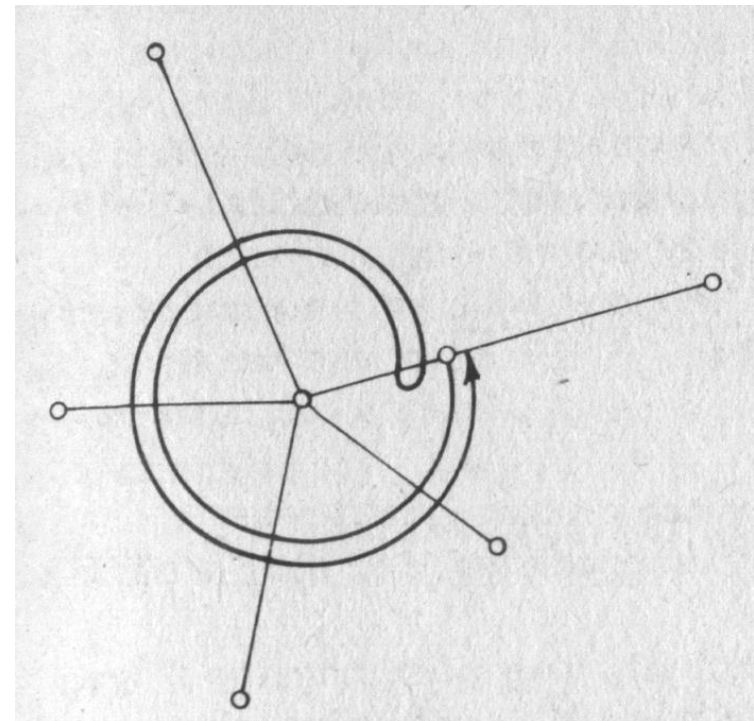
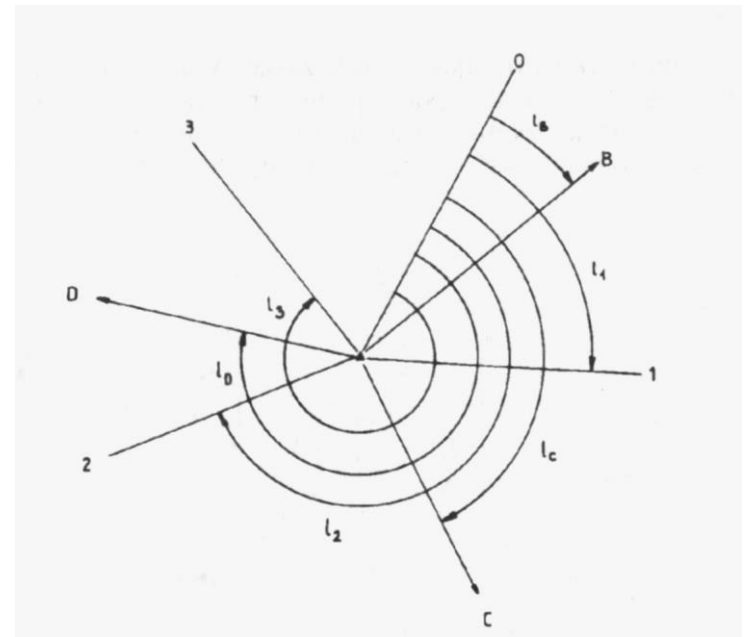


# Irányérték

Kettőnél több irány vízszintes helyzete meghatározásának általánosan elterjedt módszere az **iránymérés**.

A mérésbe valamennyi irányt bevonjuk, a beosztott kör mozdulatlanságát **horizontzárással** ellenőrizzük.

A két távcsőállásban végzett mérés **egy fordulót** alkot.



# Irányérték

A pontosság növelésére a mérést **több fordulóban** hajtjuk végre: előírás szerint az egyes fordulók között **megismételjük a pontraállást és az állótengely függőlegessé tételét**, a fordulók  **$n$**  számának megfelelően a beosztott kört  **$180^\circ/n$  szögértékkel elforgatjuk**, az a beosztásterjedelmű leolvasó mikrométert pedig  **$a/n$  értékkel átállítjuk**.

Az iránymérés előnye, hogy viszonylag **kevés mérési munkával** jár, és az irányértékek (tehát a szögek is) **egyformán pontosak**. Hátránya, hogy valamennyi mérendő iránynak egyszerre kell látszania, emellett sok irány esetén a mérés elhúzódik, ezért hosszú ideig kell feltételezni az egyenletes állványcsavarodást.

# Irányérték számítása

## IRÁNYMÉRÉSI JEGYZŐKÖNYV

Észlelő: *Építőmérnök Eleonóra*

Kelt: Budapest, 2014. szeptember 1.

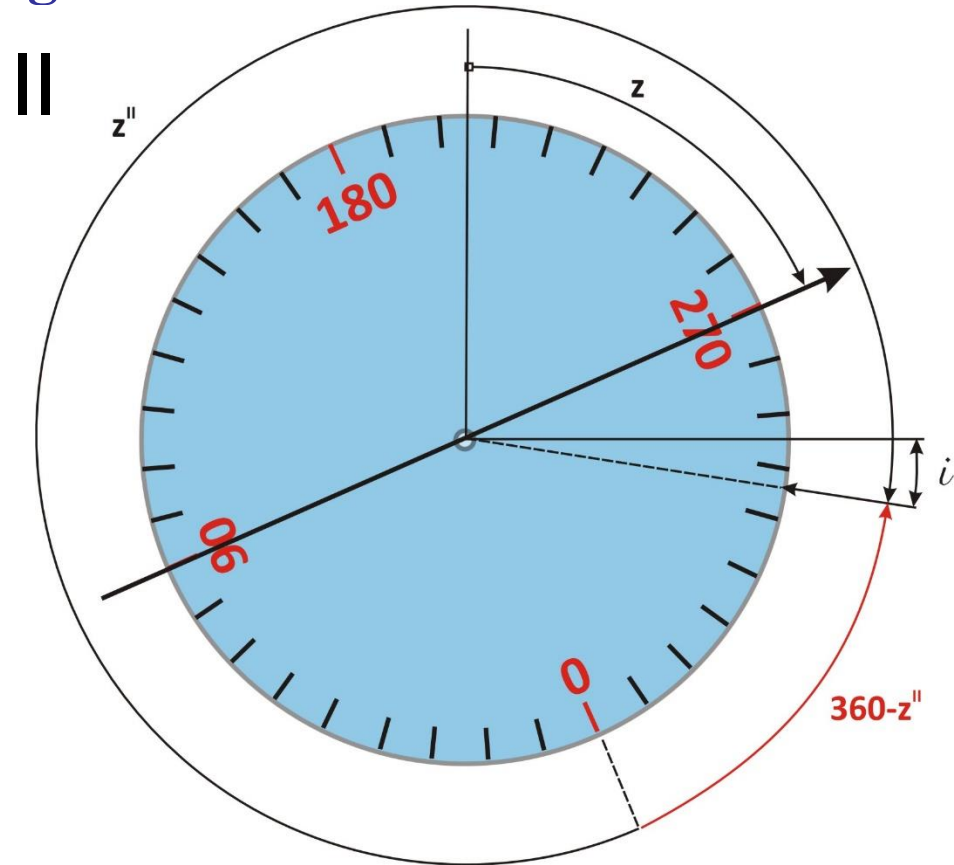
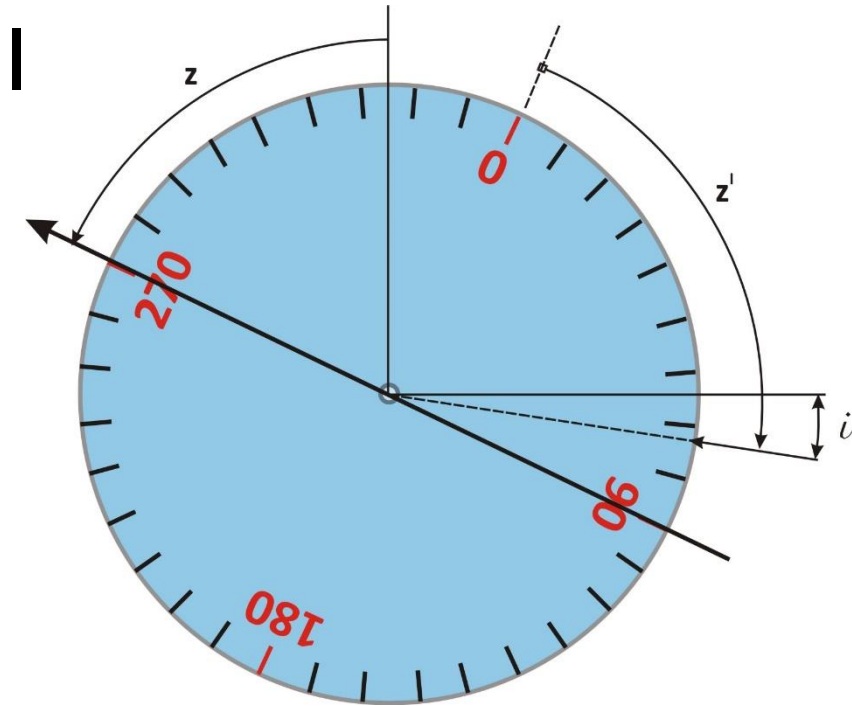
Műszer: THEO-010B (060624)

Időjárás: Napos, szeles.

Álláspont száma	Irányzott pont száma	Leolvasás a vízszintes körön					Irányérték			Kollimáció hiba hatása
		I°	'	"	'	"				
		II°	'	"	'	"				
A	P	154	59	21	<b>59</b>	<b>21</b>	<b>154</b>	<b>59</b>	<b>30</b>	<b>+9</b>
				21						
		234	59	40	<b>59</b>	<b>39</b>				
				38						

# Magassági kör

## Magassági körleolvasás és zenitszög



$$z = z^I + \frac{360^\circ - (z^I + z^{II})}{2}$$

$$z = \frac{z^I + 360^\circ - z^{II}}{2}$$

# Zenitszög számítása

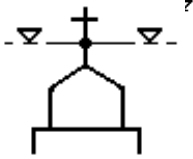
## MAGASSÁGI SZÖGMÉRÉS

Észlelő: *Földmérő Bálint*

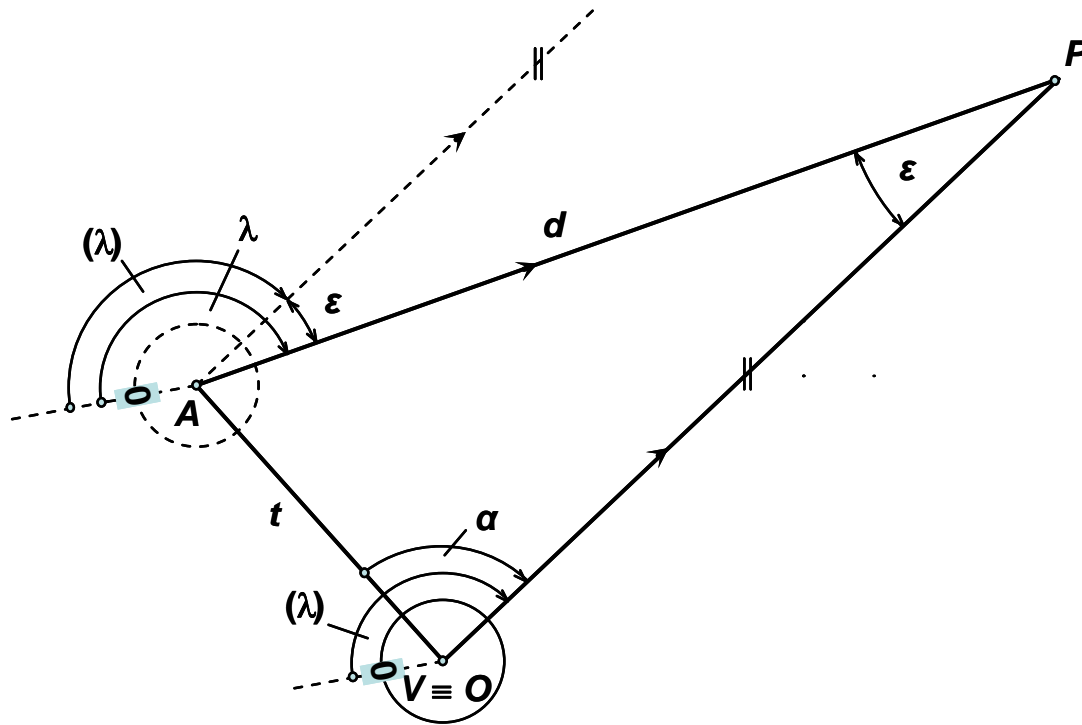
Kelt: Budapest, 2014. szeptember 1.

Műszer: THEO – 010B (060624)

Időjárás: Napos, szeles.

Állás- pont száma	Irányzott pont száma	A jel megirány- zott pontja	Leolvasás a magassági körön					$l_I + l_{II}$			Index- hiba hatása
			I. távcsőállás			Közép- érték		$l_I - l_{II}$			
			II. távcsőállás					z			
			°	'	"	'	"	°	'	"	
A	P		77	12	45	12	45	360	00	09	-5
					45			154	25	21	
			282	47	23	47	24	77	12	40	
25											

# Külpontos iránymérés központosítása



$$\varepsilon = \arcsin\left(\frac{t}{d} \sin \alpha\right)$$



Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem  
Általános- és Felsőgeodézia Tanszék

## Geodézia I. (BSc)

Itt a negyedik előadás vége.

