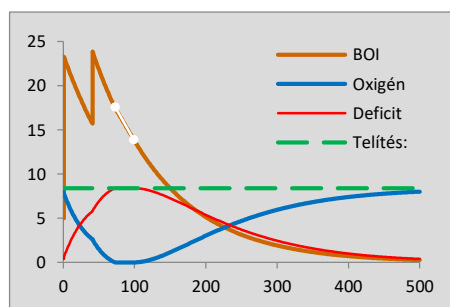
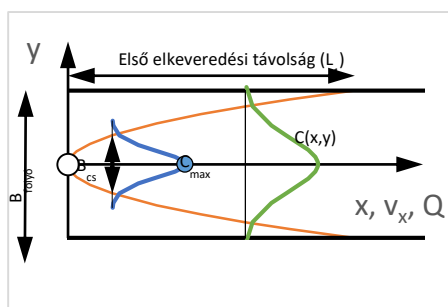


Dr. Clement Adrienne – Kardos Máté:

Vízminőségsszabályozási példatár

Egyetemi jegyzet a Vízminőségsszabályozás című, BMEEOVKAI44 kódú tárgy gyakorlataihoz



Köszönet...

... Jolánkai Zsoltnak a kézirat ellenőrzéséért,
... Kovács Ádámnak az oxigénháztartásos hosszú példáért (13. feladat),
... Kozma Zsoltnak több példa begépeléséért,
... Szalay Miklósnak (Országos Vízügyi Főigazgatóság) a víztest adatokért!

Tartalom

Egydimenziós permanens modellek.....	4
1. Feladat – lineáris programozás.....	5
2. Feladat – több szennyvízkibocsátó – egy előírás	9
3. Feladat – átviteli tényező meghatározása.....	12
4. Feladat – kiülepedés (anyagáram, ülepedési sebesség számítása)	14
5. Feladat – emisszió meghatározása mérések alapján	17
A transzportegyenlet analitikus megoldásainak alkalmazása	19
6. Feladat – 1D baleseti szennyezés	21
7. Feladat – 1D baleseti szennyezés közömbösítése	23
8. Feladat – 2D példa.....	26
9. Feladat – helymeghatározás szennyvízbevezetés engedélyezéséhez	30
10. Feladat – szennyvízbevezetés módjának meghatározása	32
Oxigénháztartás	35
11. Feladat – egy szennyező, aerob állapot	38
12. Feladat – két szennyező, anaerob állapot	48
13. Feladat – hosszú oxigénháztartásos példa	56
Tavak foszforkoncentrációjának számítása.....	67
14. Feladat – látszólagos ülepedési sebesség és a Vollenweider modell összehasonlítása	68
15. Feladat – tározó létesítése vízfolyáson	69
16. Feladat – torkolati tározó hatása a tó foszforkoncentrációjára	71
17. Feladat – alga biomassa becslése, fénykioltás	75
18. Feladat – rétegzett (mély) tó oldott oxigén koncentrációja	76
Néhány magyarországi vízfolyás és állóvíz adatai	77
Felhasznált és ajánlott irodalom.....	79

Egydimenziós permanens modellek

Ezekben az egyszerű feladatokban bemutatjuk a terhelés (emisszió) meghatározásának módszerét. Feltételezzük, hogy a szennyezőanyag a folyóba jutást követően azonnal teljesen elkeveredik. Azt, hogy a szennyezőanyag a folyóba kerülést követően milyen átalakuláson megy át, egyetlen számmal, az átviteli tényezővel írjuk le. Az egyszerűsítések (feltevések) mellett valamilyen kritériumoknak megfelelő optimális (általában a legolcsóbb) megoldást keressük.

1. Feladat – lineáris programozás

Adott egy tó és az abba betorkolló folyó. A folyót két település (1. és 2. pont) terheli a kommunális szennyvizével. A második település szennyvíz-bevezetése fölött egy vízmű található. Az itt kitermelt vizet kommunális célokra használják, ezért a víz minőségére határérték ($C_{2,HÉ}$) vonatkozik. A tó rekreációs célokat is szolgál, ezért minősége szintén szabályozás hatálya alá esik ($C_{3,HÉ}$). A határérték mindkét helyen az elvart oldott oxigén koncentrációt, mint vízminőségi indikátort adja meg.

Adatok

A háttér oldott oxigén koncentráció: $C_{Háttér} = 8 \text{ g/m}^3$

Átviteli tényezők:

- $a_{12} = -0.072 \text{ s/m}^3$
- $a_{13} = -0.05 \text{ s/m}^3$
- $a_{23} = -0.12 \text{ s/m}^3$

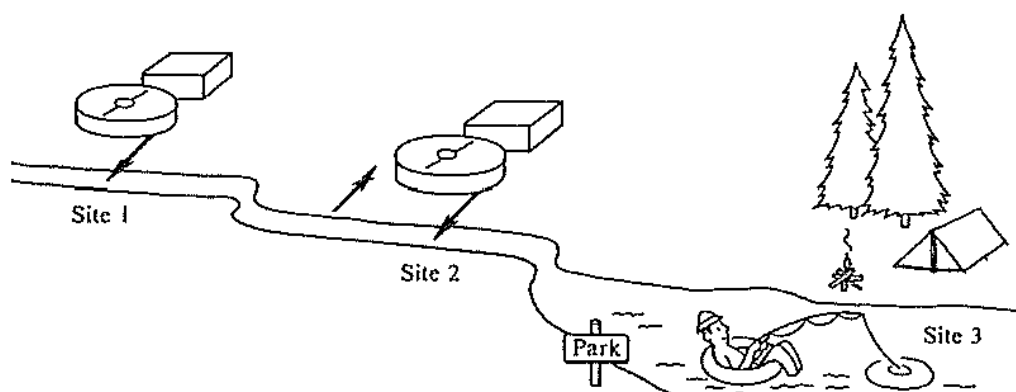
Pont	Lakos- egyenérték	Fajlagos emisszió	Határérték	Költség- függvény
#	[fő]	[g/fő/nap]	[g/m ³]	[10 ⁹ Ft]
1	100 000	60	-	$3.0X_1$
2	30 000	60	7	$1.5X_2$
3	-	-	6	-

Feladat

A kibocsátott tisztítatlan szennyvizek hatására az előírt határértékek nem teljesülnek. Feladatunk, hogy meghatározzuk, hogy milyen költségvonzata (K) és vízminőségi hatása (C_2 , C_3) van, ha:

- mindkét telepen rendelkezésre álló legjobb technológiát (BAT) alkalmazzák,
- mindkét telepen ugyanakkora mértékű eltávolítást valósítanak meg,
- a költség-optimális technológiai kombinációt alkalmazzák.

A 2. és 3. pont esetén további kérdés az alkalmazott eltávolítási hatásfokok (X_1 , X_2) értéke.



MegoldásEmissziók számítása

$$E_1 = 100000 \cdot 60 = 6 \cdot 10^6 \frac{g}{d} = 69,4 \frac{g}{s}$$

$$E_2 = 30000 \cdot 60 = 1,8 \cdot 10^6 \frac{g}{d} = 20,83 \frac{g}{s}$$

o) Jelenlegi állapot (tisztítás nélkül)

$$C_2 = C_h + a_{12} \cdot E_1 = 8 - 0,072 \cdot 69,4 = 3,0 \frac{g}{m^3}$$

$$C_3 = C_h + a_{13} \cdot E_1 + a_{23} \cdot E_2 = 8 - 0,05 \cdot 69,4 - 0,12 \cdot 20,83 = 2,03 \frac{g}{m^3}$$

A tisztításra vonatkozó feltételek

$$I. \quad C_h + a_{12} \cdot E_1 \cdot (1 - X_1) \geq C_{HÉ,2}$$

$$II. \quad C_h + a_{13} \cdot E_1 \cdot (1 - X_1) + a_{23} \cdot E_2 \cdot (1 - X_2) \geq C_{HÉ,3}$$

$$I. \quad 8 - 0,072 \cdot 69,4 \cdot (1 - X_1) \geq 7,0$$

$$II. \quad 8 - 0,05 \cdot 69,4 \cdot (1 - X_1) - 0,12 \cdot 20,83 \cdot (1 - X_2) \geq 6,0$$

$$I. \quad X_1 \geq 0,8$$

$$II. \quad 3,47X_1 + 2,50X_2 \geq 3,97$$

Költségfüggvény

$$K = K_1 + K_2 = 3,0 \cdot X_1 + 1,5X_2 \text{ (lineáris ktg.-fv)}$$

a) Mindkét telepen a legjobb elérhető technológiát (BAT) alkalmazzák

$$X_1 = X_2 = 95\% =: X$$

Ennek a megoldásnak a költsége:

$$K = 3,0 X_1 + 1,5 X_2 = 4,5 \cdot 0,95 = 4,28 \text{ md Ft}$$

A kialakuló koncentrációk:

$$C_2 = C_h + a_{12} \cdot E_1 \cdot (1 - X)$$

$$C_2 = 8 - 0,072 \cdot 69,4 \cdot (1 - 0,95) = 7,75 \frac{g}{m^3}$$

$$C_3 = C_h + a_{13} \cdot E_1 \cdot (1 - X) + a_{23} \cdot E_2 \cdot (1 - X)$$

$$C_3 = 8 - 0,05 \cdot 69,4 \cdot (1 - 0,95) - 0,12 \cdot 20,83 \cdot (1 - 0,95) = 7,70 \frac{g}{m^3}$$

b) Mindkét telepen ugyanakkora mértékű eltávolítást valósítanak meg

$$X_1 = X_2 =: X$$

$$I. \quad X \geq 0,8$$

$$II. \quad 3,47X + 2,50X \geq 3,97$$

$$II. \quad X \geq 0,67$$

Az első feltétel a szigorúbb, tehát $X \geq 0,8$.

Ennek a megoldásnak a költsége:

$$K = 3,0X_1 + 1,5X_2 = 4,5 \cdot 0,8 = 3,60 \text{ md Ft}$$

A kialakuló koncentrációk:

$$C_2 = 8 - 0,072 \cdot 69,4 \cdot (1 - 0,8) = 7,0 \frac{g}{m^3}$$

$$C_3 = 8 - 0,05 \cdot 69,4 \cdot (1 - 0,8) - 0,12 \cdot 20,83 \cdot (1 - 0,8) = 6,81 \frac{g}{m^3}$$

c) Költségoptimum

$$X_1 \neq X_2$$

$$I. \quad X_1 \geq 0,8$$

$$II. \quad 3,47 X_1 + 2,50 X_2 \geq 3,97$$

$$X_1 = 0,8 \text{ behelyettesítésével: } X_2 \geq 0,48$$

Ennek a megoldásnak a költsége:

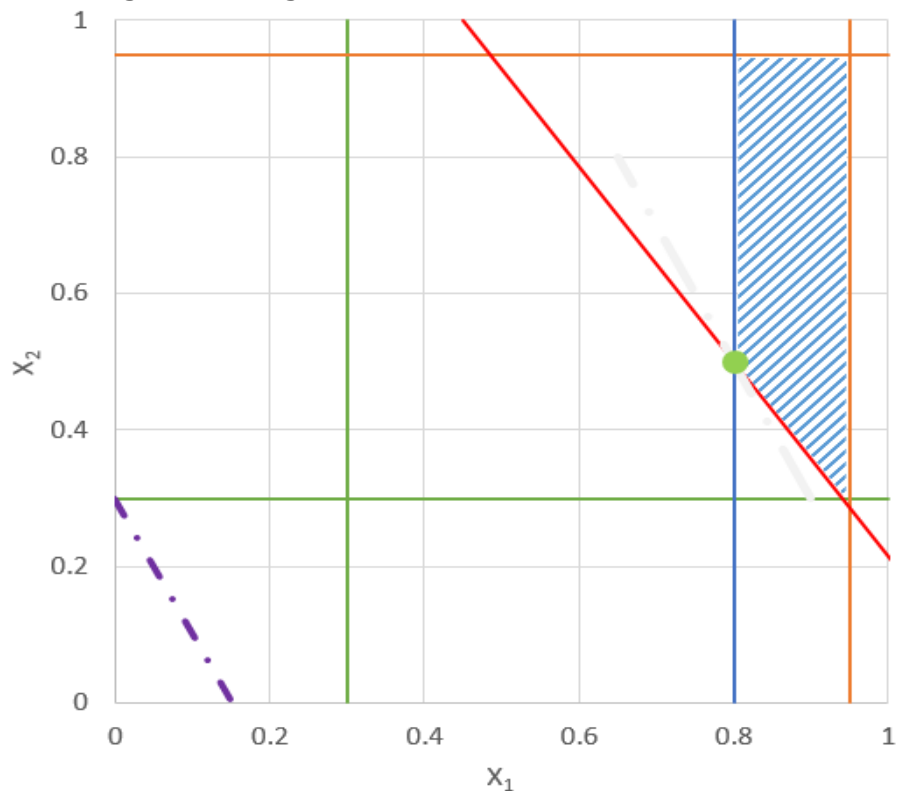
$$K = 3,0X_1 + 1,5X_2 = 3,0 \cdot 0,8 + 1,5 \cdot 0,48 = 3,12 \text{ md Ft}$$

Ellenőrizzük kialakuló koncentrációkat!

$$C_2 = 7,0 \frac{g}{m^3}$$

$$C_3 = 8 - 0,05 \cdot 69,4 \cdot (1 - 0,8) - 0,12 \cdot 20,83 \cdot (1 - 0,48) = 6,0 \frac{g}{m^3}$$

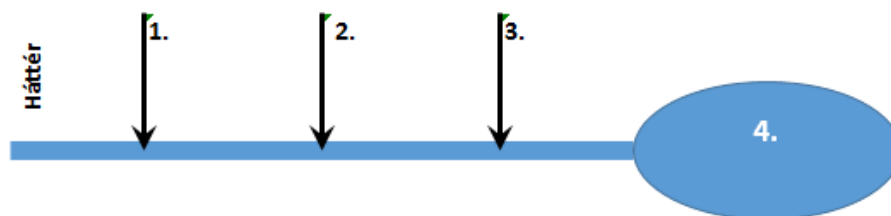
A határértékek éppen, hogy teljesülnek, ez is jelzi, hogy megtaláltuk az optimális megoldást.

Az optimumkeresés grafikus megoldása

Az ábrán zölddel jelöltük a 30%-os tisztítási hatásfokot (egyszerű mechanikai tisztítás), narancssárgával a 95%-os hatásfokot (legjobb elérhető technológia, „BAT”), és az I. – II. feltételi egyenletek egyenesét (kék, piros vonalak). Így a megoldásokat a sraffozott területen belül kell keresnünk. A megoldás a költségfüggvény irányától függ (szaggatott vonal). A megoldást a szaggatott vonal párhuzamos eltolásával kapjuk. A költségfüggvény meghatározása bizonytalan. A költségfüggvény minimális változtatásával egészen más megoldás lehet az optimális.

2. Feladat – több szennyvízkibocsátó – egy előírás

Egy folyó mentén egymás alatt négy szennyező helyezkedik el. A kibocsátott emissziókat, és az átviteli tényezőket mindhárom helyszínen ismerjük. A tisztítás költsége az eltávolítás hatásfokától függ. A folyó egy tóba torkollik, amelyre vízminőségi határértéket határoztunk meg. Ismert továbbá a folyó háttérkoncentrációja is.



Adatok

Háttérkoncentráció: $C_h = 50 \text{ g/m}^3$

i	1.	2.	3.	mértékegység
Emisszió E_i	5,0	2,0	0,2	kg/s
Átviteli tényező a_{i4}	0,03	0,10	0,25	s/m ³
Beruházási költség K_i	$100 \cdot X_1^2$	$200 \cdot X_2$	$150 \cdot X_3^3$	millió Ft

Határérték a tóban: $C_{\max,4} = 150 \text{ g/m}^3$

Kérdések

- A tóba jutó koncentráció jelen állapotban
- Egyenletes terheléscsökkentési stratégia $X_1 = X_2 = X_3$
- Legolcsóbb megoldás $\Sigma K := \min!$
- BAT = 95%

Megoldás

a) Jelen állapot

$$C_4 = C_h + a_{14} E_1 + a_{24} E_2 + a_{34} E_3$$

$$C_4 = 50 + 0,03 \cdot 5000 + 0,10 \cdot 2000 + 0,25 \cdot 200 = 450 \frac{\text{g}}{\text{m}^3} \gg C_{\max} = 150 \frac{\text{g}}{\text{m}^3}$$

Általános megoldás

Feltételi egyenlet (egy feltétel van):

$$C_4 = C_h + a_{14} E_1 (1 - X_1) + a_{24} E_2 (1 - X_2) + a_{34} E_3 (1 - X_3) \leq 150 \frac{\text{g}}{\text{m}^3}$$

Költségfüggvény:

$$K = K_1 + K_2 + K_3 = 100 X_1^2 + 200 X_2 + 150 X_3^3$$

b) Egyenletes csökkentés $X_1 = X_2 = X_3 =: X$

$$C_4 = C_h + a_{14} E_1 (1 - X) + a_{24} E_2 (1 - X) + a_{34} E_3 (1 - X) \leq 150 \frac{\text{g}}{\text{m}^3}$$

$$C_4 = 50 + 0,03 \cdot 5000 \cdot (1 - X) + 0,10 \cdot 2000 \cdot (1 - X) + 0,25 \cdot 200 \cdot (1 - X) \leq 150$$

$$X \geq 0,75$$

Ennek a megoldásnak a költsége:

$$K = K_1 + K_2 + K_3 = 100 \cdot 0,75^2 + 200 \cdot 0,75 + 150 \cdot 0,75^3 = 269,5 \text{ MFt}$$

Ellenőrzés:

$$C_4 = 50 + 0,03 \cdot 5000 \cdot 0,25 + 0,10 \cdot 2000 \cdot 0,25 + 0,25 \cdot 200 \cdot 0,25 = 150 \frac{g}{m^3}$$

c) Költségoptimális megoldás

$$K = K_1 + K_2 + K_3 = 100 X_1^2 + 200 X_2 + 150 X_3^3 := \min!$$

$$50 + 0,03 \cdot 5000 \cdot (1 - X_1) + 0,10 \cdot 2000 \cdot (1 - X_2) + 0,25 \cdot 200 \cdot (1 - X_3) \leq 150$$

$$\Leftrightarrow 200 X_2 = 300 - 150 X_1 - 50 X_3$$

$$X_2 = 1,5 - 0,75 X_1 - 0,25 X_3$$

X_2 -t a költségfüggvénybe helyettesítve:

$$K = 100 X_1^2 + 200 \cdot (1,5 - 0,75 X_1 - 0,25 X_3) + 150 X_3^3$$

$$K = 300 + 100 X_1^2 - 150 X_1 - 50 X_3 + 150 X_3^3 := \min!$$

$$\frac{\partial K}{\partial X_1} = 200 X_1 - 150 = 0$$

$$X_1 = 0,75$$

$$\frac{\partial K}{\partial X_3} = 450 X_3^2 - 50 = 0$$

$$X_3 = 0,33$$

$$X_2 = 1,5 - 0,75 X_1 - 0,25 X_3 = 1,5 - 0,75 \cdot 0,75 - 0,25 \cdot 0,33 = 0,85$$

Ennek a megoldásnak a költsége:

$$K = 100 \cdot 0,75^2 + 200 \cdot 0,85 + 150 \cdot 0,33^3 = 231,6 \text{ MFt}$$

d) BAT

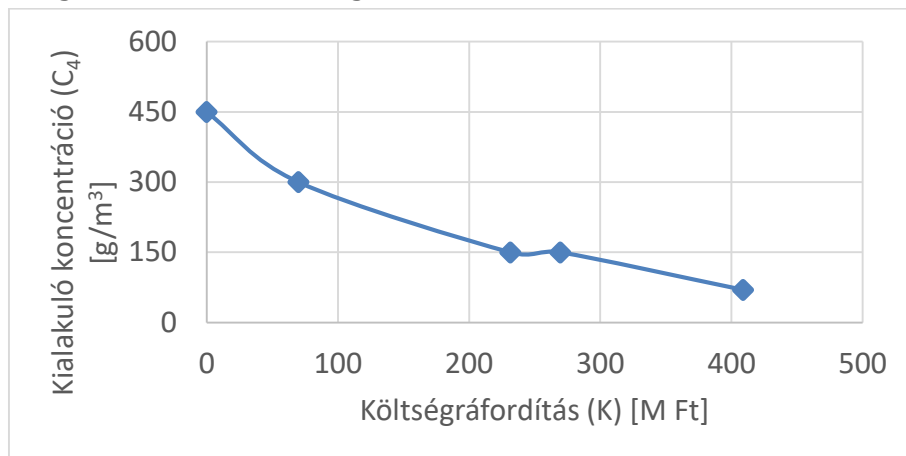
$$X = X_1 = X_2 = X_3 = 0,95$$

$$C_4 = 50 + 0,03 \cdot 5000 \cdot (1 - 0,95) + 0,10 \cdot 2000 \cdot (1 - 0,95) + 0,25 \cdot 200 \cdot (1 - 0,95)$$

$$= 70 \frac{g}{m^3}$$

$$K = 100 \cdot 0,95^2 + 200 \cdot 0,95 + 150 \cdot 0,95^3 = 408,9 \text{ MFt}$$

Ábrázoljuk diagramon a számolt megoldásokat!



3. Feladat – átviteli tényező meghatározása

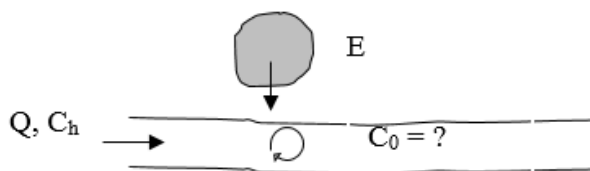
Adott egy település és annak szennyvizét befogadó vízfolyás.
 Permanens viszonyokat feltételezünk.

Település jellemzői

Lakosegyenérték	$LE = 100\,000$ fő
Szervesanyag emisszió	$boi_5 = 60$ g/fő/d
Fajlagos vízfogyasztás	$q = 150$ l/fő/d,
ebből szennyvízhányad	$\alpha = 80\%$

Folyó jellemzői

Mértékadó vízhozam	$Q_f = 8$ m ³ /s
Háttér koncentráció a település felett	$C_h = 5$ mg/l

Kérdések

- Emisszió meghatározása
- Koncentráció számítása az elkeveredés után (azonnali elkeveredést feltételezve)
- Átviteli tényező értékének meghatározása

Megoldása) Emisszió meghatározása

$$E = LE \cdot boi_5 = 10^5 \cdot 60 = 6 \cdot 10^6 \frac{g}{d} = 69,4 \frac{g}{s}$$

$$Q_{szv} = LE \cdot q \cdot \alpha = 10^5 \cdot 0,15 \cdot 0,8 = 12000 \frac{m^3}{d} = 0,1389 \frac{m^3}{s}$$

$$C_{sz} = \frac{boi_5}{\alpha \cdot q} = \frac{60}{0,8 \cdot 0,15} = 500 \frac{g}{m^3}$$

b) Koncentráció az elkeveredés után (C_0)

Anyagmegmaradás:

$$C_h Q + E = C_0 (Q_f + Q_{szv})$$

Innen kifejezve:

$$C_0 = \frac{C_h Q + E}{Q_f + Q_{szv}} = \frac{5 \cdot 8 + 69,4}{8 + 0,1389} = 13,45 \frac{g}{m^3}$$

c) Átviteli tényező meghatározása

Az átviteli tényező definíciója szerint

$$C_0 = C_h + a E$$

Innen kifejezve:

$$a = \frac{C_0 - C_h}{E} = \frac{13,45 - 5}{69,4} = 0,122 \frac{s}{m^3}$$

Az átviteli tényező közelítőleg meghatározható a koncentrációk és az emisszió ismerete nélkül is, ugyanis az előző feladatrészen számoltak szerint:

$$C_0 = \frac{C_h Q_f + E}{Q_f + Q_{szv}} = \frac{C_h Q_f}{Q_f + Q_{szv}} + \frac{1}{Q_f + Q_{szv}} E$$

ha $Q_f \gg Q_{szv}$ akkor

$$\frac{Q_f}{Q_f + Q_{szv}} \approx 1$$

ezzel a közelítéssel

$$C_0 = C_h + \frac{1}{Q_f + Q_{szv}} E$$

Innen, valamint a c) pont alatti első egyenletből adódik:

$$a \approx \frac{1}{Q_f + Q_{szv}} = \frac{1}{8 + 0,1389} = 0,123 \frac{s}{m^3}$$

4. Feladat – kiülepedés (anyagáram, ülepedési sebesség számítása)

Egy folyón duzzasztógátat létesítenek, ami miatt ettől felvízi irányban az áramlás sebessége jelentősen lecsökken. A megváltozott – permanens – hidraulikai viszonyok miatt a folyó hordalékának kiülepedése fokozódik.

Folyó adatai

középssebessége: $v = 0,1 \text{ m/s}$;

átlagos mélysége: $H = 2 \text{ m}$;

átlagos szélessége: $B = 10 \text{ m}$;

Koncentrációk

A koncentrációkat a folyó két szelvényében mérik: (2) gátnál, (1) attól $l = 2 \text{ km}$ -re felvízi irányba. Mérési eredmények:

$C_1 = 20 \text{ g/m}^3$;

$C_2 = 10 \text{ g/m}^3$;

Üledék sűrűsége: $\rho = 1700 \text{ kg/m}^3$;

Kérdések

- Mekkora a szakaszon az éves kiülepedés?
- Mennyi az ülepedési sebesség?
- Igazolható-e a koncentráció megváltozására vonatkozó lineáris feltevés?

Megoldás

o) A folyó jellemzőinek számítása

nedvesített keresztmetszet:

$$A = B H = 10 \cdot 2 = 20 \text{ m}^2$$

vízhozam:

$$Q = v_x A = 0,1 \cdot 20 = 2 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

a) Kiülepedés

Belépő anyagáram:

$$L_{be} = v_x A C_1 = 0,1 \cdot 20 \cdot 20 = 40 \frac{\text{g}}{\text{s}}$$

Kilépő anyagáram:

$$L_{ki} = v_x A C_2 = 0,1 \cdot 20 \cdot 10 = 20 \frac{\text{g}}{\text{s}}$$

A kiülepedő tömeg:

$$L_s = L_{be} - L_{ki} = 40 - 20 = 20 \frac{\text{g}}{\text{s}} = 631 \frac{\text{t}}{\text{y}}$$

A kiülepedő térfogat:

$$V_s = \frac{L_s}{\rho} = \frac{631}{1,7} = 371 \frac{\text{m}^3}{\text{y}}$$

Ha egyenletesen halmozódik fel a Δx szakaszon, milyen vastag üledék képződik egy év alatt?

$$h_s = \frac{V_s}{B l} = \frac{371}{10 \cdot 2000} = 0,0185 \frac{m}{y} = 1,85 \frac{cm}{y}$$

b) Ülepedési sebesség számítása feltéve, hogy a koncentráció lineárisan változik

Átlagkoncentráció:

$$\bar{C} = \frac{C_1 + C_2}{2} = 15 \frac{g}{m^3}$$

Anyagmegmaradás:

$$v_x A (C_1 - C_2) = B l v_s \bar{C}$$

Innen kifejezve:

$$v_s = \frac{v_x A (C_1 - C_2)}{B l \bar{C}} = \frac{0,1 \cdot 20 \cdot (20 - 10)}{10 \cdot 2000 \cdot 15} = 6,67 \cdot 10^{-5} \frac{m}{s} = 5,76 \frac{m}{d}$$

c) Ha a koncentráció változása nem lineáris...

$$v_x A C - v_x A \left(C + \frac{dC}{dx} \Delta x \right) = B \cdot \Delta x \cdot v_s \cdot C$$

$$-v_x A \frac{dC}{dx} \Delta x = B \Delta x v_s C$$

$$\frac{1}{C} dC = - \frac{B v_s}{A v_x} dx$$

Ha feltételezzük, hogy $A = B \cdot H$, akkor:

$$\frac{1}{C} dC = - \frac{v_s}{H v_x} dx$$

Integráljuk mindkét oldalt!

$$\int \frac{1}{C} dC = - \frac{v_s}{H v_x} \int dx$$

$$\ln C = - \frac{v_s}{H v_x} x + konst.$$

Peremfeltétel:

$$C(x = 0) = C_0$$

A peremfeltétel alkalmazásával

$$C(x) = C_0 \cdot \exp \left(- \frac{v_s}{H v_x} x \right)$$

ahol

$$\frac{x}{v_x} =: t^*$$

a levonulási idő.

A példában:

$$C_2 = C_1 \exp\left(-\frac{v_s}{H} \cdot \frac{x}{v_x}\right)$$

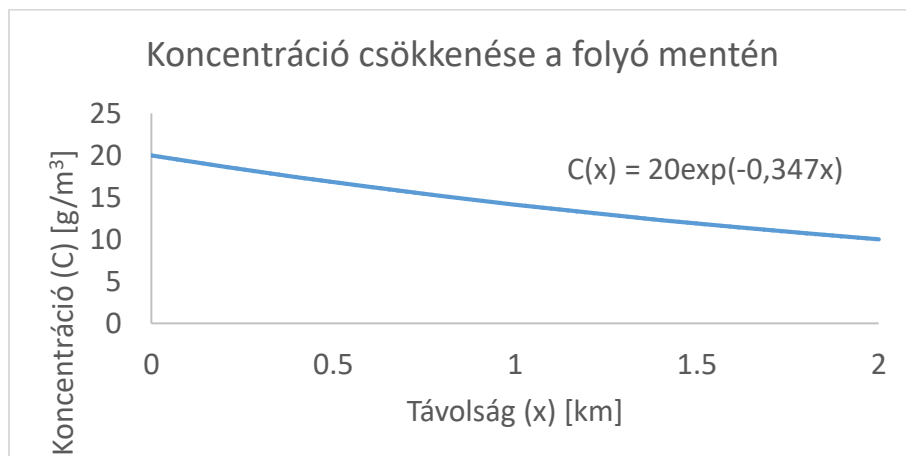
innen kifejezve:

$$v_s' = \left[\ln\left(\frac{C_2}{C_1}\right) \right] \left(-\frac{H v_x}{x} \right) = \left[\ln\left(\frac{10}{20}\right) \right] \left(-\frac{2 \cdot 0,1}{2000} \right) = 6,93 \cdot 10^{-5} \frac{m}{s}$$

szemben a b) pontban kapott

$$v_s = 6,67 \cdot 10^{-5} \frac{m}{s}$$

értékkel.



5. **Feladat – emisszió meghatározása mérések alapján**

Egy szennyvízkibocsátó ismeretlen mennyiségű szennyezőanyagot vezet egy folyóba. A hatás az emisszió kiderítéséhez ellenőrző méréseket végez.

Feltevések:

- (i) A folyó keskeny, a szennyvíz elkeveredése gyors (1D számítás).
- (ii) A szennyvíz hozama a folyóéhoz képest elhanyagolhatóan kicsi ($q \ll Q$)
- (iii) A szennyező nem konzervatív, „k” lebomlási tényezővel jellemzett elsőrendű kinetika szerint alakul át (k értéke ismeretlen).

Adatok

Folyó vízhozama: $Q = 6 \text{ m}^3/\text{s}$; átlagos mélysége: $H = 1 \text{ m}$; átlagos szélessége: $B = 15 \text{ m}$. Ezek az adatok a mérés idején a vizsgált szakaszon állandók.

Mérés helye [km]	Mért koncentráció [g/m ³]
1	20,3
5	2,00
10	0,11

Kérdés

Mekkora lehet az emisszió?

Megoldás

A folyó jellemző sebessége $v_x = Q/A = 0,4 \text{ m/s}$.

$$C(x) = C_0 \cdot \exp\left(-k \cdot \frac{x}{v_x}\right)$$

$$\text{I.} \quad 20,3 = C_0 \cdot \exp\left(-k \cdot \frac{1000}{0,4}\right)$$

$$\text{II.} \quad 2 = C_0 \cdot \exp\left(-k \cdot \frac{5000}{0,4}\right)$$

Két ismeretlen, két egyenlet. (Valójában három egyenletet tudunk fölírni. A harmadik egyenletet a megoldás ellenőrzésére fogjuk használni.)

Az I. egyenletből kifejezzük C_0 -t:

$$C_0 = \frac{20,3}{\exp(-k \cdot 2500)}$$

Ezt behelyettesítjük a II. egyenletbe:

$$2 = \frac{20,3}{\exp(-k \cdot 2500)} \cdot \exp(-k \cdot 12500) = 20,3e^{-10000k}$$

$$\ln\left(\frac{2}{20,3}\right) = -10000k$$

$$k = 2,31 \cdot 10^{-4} \frac{1}{s}$$

$$C_0 = 36,2 \frac{g}{m^3}$$

Mivel

$$C_0 = \frac{E}{Q + q}$$

ezért az emisszió:

$$E \approx C_0 Q = 217 \frac{g}{s}$$

Ellenőrzés

Ellenőrizzük számításainkat a 10. km-ben történt mérés alapján!

$$C(10km) = 36,2 \cdot \exp\left(-2,31 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{10000}{0,4}\right) = 0,112 \approx 0,11 \frac{g}{m^3}$$

A transzportegyenlet analitikus megoldásainak alkalmazása

A normálosztás leírása a matematikai statisztika jelöléseivel

Egy valószínűségi változót normális eloszlásúnak nevezünk, ha a sűrűségfüggvénye az alábbi alakú

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\sigma}\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right)$$

ahol m valós, σ pedig pozitív állandó.

Szennyezőanyag terjedésének számításakor a szórást a diszperziós tényező és a levonulási idő határozza meg:

$$\sigma = \sqrt{2 D t}$$

Egydimenziós balesetszerű szennyezés hullám levonulása:

Egydimenziós: a mélység és a keresztmetszet menti változásokat elhanyagoljuk.

$$C(x, t) = \frac{M}{2HB\sqrt{\pi D_x t}} \exp\left(-\frac{(x - v_x t)^2}{4D_x t} - kt\right)$$

ahol

M a szennyezőanyag tömege [tömeg]

x a szennyezés helyétől mért távolság [hossz]

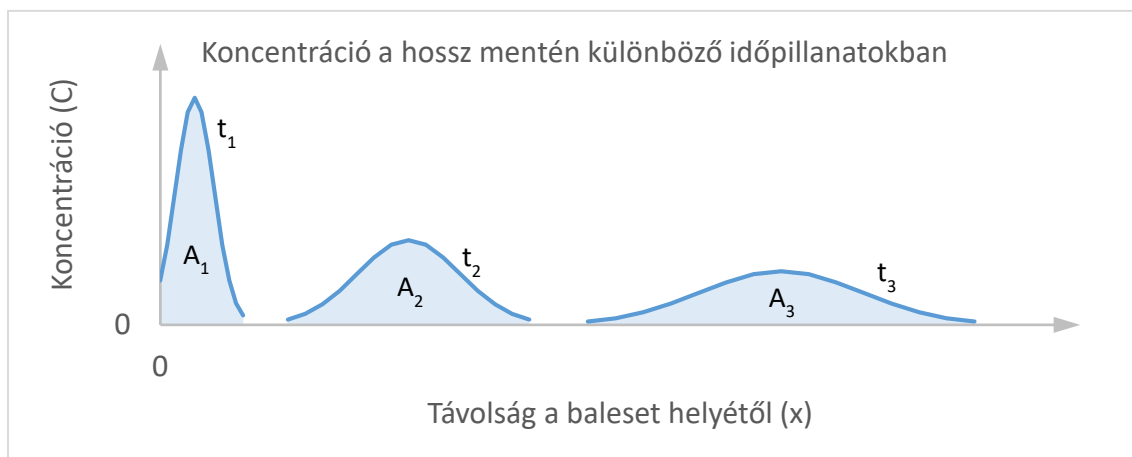
t a szennyezés időpontja óta eltelt idő [idő]

H, B a folyó jellemző vízmélysége és szélessége

D_x a hosszirányú diszperziós tényező [hossz² / idő]

az exp argumentumában (az e kitevőjében) szereplő első tag azt írja le, hogy az adott helyen, időben mekkora távolságra vagyunk a szennyezés csúcsától. Ha adott helyen bekövetkező koncentráció-maximumra vagyunk kíváncsiak, ez a tag 0.

A második tag a lebomlást írja le. Konzervatív szennyező esetén $k=0$ és így a második tag 0.



Konzervatív szennyező esetén a fenti három görbe alatti terület megegyezik egymással ($A_1 = A_2 = A_3$) és a balesetszerű szennyezéskor bejutott tömeggel. Nem konzervatív szennyezés esetén a görbe alatti területek egyre csökkennek ($A_1 > A_2 > A_3$).

Kétdimenziós permanens hullám

$$C(x, y) = \frac{E}{2H\sqrt{v_x D_y \pi x}} \exp\left(-\frac{v_x y^2}{4D_y x} - kt\right)$$

ahol az új jelölések:

E az emisszió [tömeg / idő]

D_y a keresztirányú diszperziós tényező; értéke jellemzően egy-két nagyságrenddel kisebb, mint a hosszirányú

A 2D csóva jellemző helyei

Fentiek értelmében a csóva már a nulladik időpillanatban végtelenül széles. A mérnöki gyakorlatban a csóva széle az a pont, melyhez a szelvényen belüli legnagyobb koncentráció 10%-a tartozik. σ_y szórású Gauss-eloszlás esetén a csóva szélét az $y = 2,15 \sigma_y$ koordinátájú pont határozza meg. A csóva szélessége a két szélső pont távolsága. Tehát:

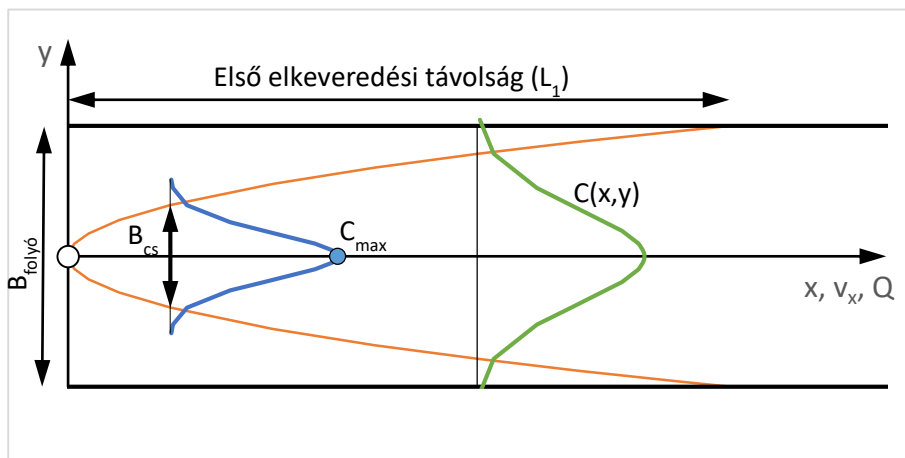
$$B_{cs} = 4,3 \sigma_y = 4,3 \sqrt{2D_y \frac{x}{v_x}}$$

Az első elkeveredési távolság a partélek eléréséhez szükséges távolság, amely a $B = B_{cs}$ feltételből számítható:

$$L_1 = \frac{B^2}{2 \cdot 4,3^2 D_y} \approx 0,027 \frac{v_x}{D_y} B^2$$

A második elkeveredési távolság a teljes elkeveredéshez szükséges távolság. A mérnöki gyakorlatban teljes elkeveredésnek tekintjük, amikor a csóván belül a koncentráció változása nem haladja meg a 10%-ot.

$$L_2 \approx 3 L_1$$



A szennyezőanyag felhő hosszát és szélességét a fentiekkel analóg módon definiáljuk.

6. **Feladat – 1D baleseti szennyezés**

Egy gyárból 20 tonna oldott állapotú szennyezőanyag került egy vízfolyásba.

Adatok

Szennyezőanyag tömege:	$M = 20 \text{ t} = 2 \cdot 10^7 \text{ g}$
a folyó vízhozama:	$Q = 50 \text{ m}^3/\text{s},$
a folyásirányú középsebesség	$v_x = v = 1 \text{ m/s},$
a vízmélység	$H = 5 \text{ m},$
a hosszirányú diszperziós tényező	$D_x = 20 \text{ m}^2/\text{s}$ (a vizsgált szakaszon állandó).

Kérdések

- Mekkora lesz a maximális koncentráció a bevezetés alatt $x=20 \text{ km}$ -re, ha a szennyező konzervatívnak tekinthető?
- Hogyan módosul a megoldás, ha a szennyezőanyag nem konzervatív. A lebomlás sebességét jellemző kinetikai állandó ebben az esetben $k = 1,2 \text{ 1/nap}$.

A számításokhoz használja az 1D transzport egyenlet analitikus megoldását!

Megoldás

A folyó szélessége:

$$B = \frac{Q}{v_x H} = \frac{50}{1 \cdot 5} = 10 \text{ m}$$

a) a szennyező konzervatív

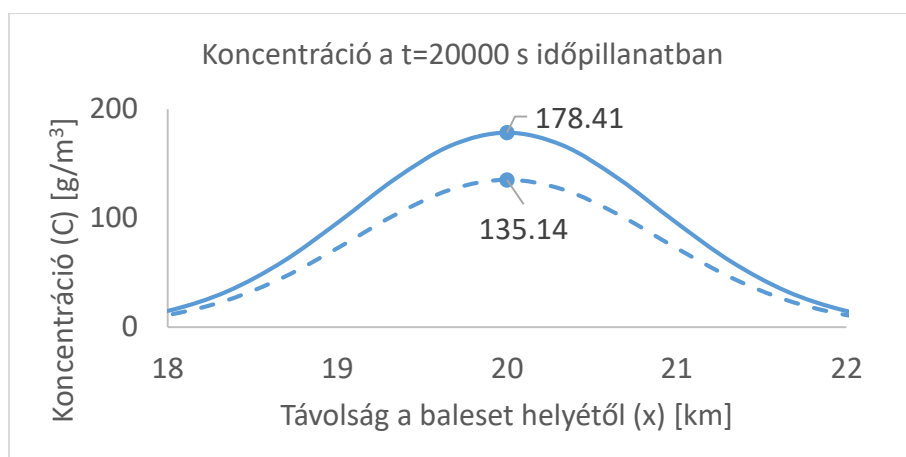
$C(x,t) = C_{\max}$ akkor, ha $x = v_x t$,

$$t = \frac{x}{v_x} = \frac{20000}{1} = 20000 \text{ s} = 0,23 \text{ d}$$

$$C_{\max} = \frac{M}{2HB\sqrt{\pi D_x t}} = \frac{20000000}{2 \cdot 5 \cdot 10 \cdot \sqrt{\pi \cdot 20 \cdot 20000}} = 178,41 \frac{\text{g}}{\text{m}^3}$$

b) a szennyező nem konzervatív

$$C(x,t) = \frac{M}{2HB\sqrt{\pi D_x t}} e^{-kt} = \frac{20 \cdot 10^6}{2 \cdot 5 \cdot 10 \cdot \sqrt{\pi \cdot 20 \cdot 20000}} e^{-1,2 \cdot 0,23} = 135,14 \frac{\text{g}}{\text{m}^3}$$



7. Feladat – 1D baleseti szennyezés közömbösítése

Egy folyóba $M=1$ tonna szennyezőanyag került. A szennyezés hatásait közömbösítő anyag hozzáadásával próbálják meg mérsékelni.

Adatok

Mederszélesség	$B = 50 \text{ m}$
Vízmélység	$H = 1,7 \text{ m}$
Mederesés	$I = 20 \text{ cm/km} = 2 \cdot 10^{-4}$
Mederérdesség	$n = 0,02$ (átlagos állapotú meder)

Kérdések

- Milyen lebomlási tényező szükséges ahhoz, hogy a balesettől $x_1 = 11 \text{ km}$ -re a maximális koncentráció ne haladja meg a $C_{HÉ1}=4,5 \text{ g/m}^3$ -es határértéket?
- Mennyi időre (medtől meddig) kell leállítani a balesettől $x_2 = 63 \text{ km}$ -re lévő vízkivételt, ha az itt található vízkivételi műben a tisztítási technológia legfeljebb $C_{HÉ2} = 1 \text{ g/m}^3$ koncentrációjú nyersvíz tisztítására alkalmas?

Megoldás

Hidraulikai jellemzők

$$A = B H = 50 \cdot 1,7 = 85 \text{ m}^2$$

$$R = \frac{A}{B + 2H} = \frac{85}{50 + 2 \cdot 1,7} = 1,59 \text{ m}$$

Manning szerint a Chézy-tényező

$$C = \frac{1}{n} R^{\frac{1}{6}} = \frac{1}{0,02} 1,59^{\frac{1}{6}} = 54,0 \frac{\text{m}^{0,5}}{\text{s}}$$

Chézy szerint az áramlási sebesség

$$v_x = C \sqrt{RI} = 54,0 \cdot \sqrt{1,59 \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = 0,96 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$Q = v_x A = 1 \cdot 85 = 85 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Diszperziós tényező

$$D_{xx} = 0,0054 \frac{Q}{IB} = 0,0054 \frac{85}{2 \cdot 10^{-4} \cdot 50} = 45,9 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

a) a lebomlási tényező számítása

$x = v_x t$, mivel a maximális koncentrációra vagyunk kíváncsiak.

$$t = \frac{x}{v_x} = \frac{11000}{1} = 11000 \text{ s} = 0,127 \text{ d}$$

$$C(x, t) = \frac{M}{A\sqrt{4\pi D_{xx}t}} \exp\left(-\frac{(x - v_x t)^2}{4D_{xx}t} - kt\right)$$

$$4,5 = \frac{10^6}{85\sqrt{4 \cdot \pi \cdot 45,9 \cdot 11000}} e^{-11000 \cdot k}$$

$$4,5 = 4,671 \cdot e^{-11000 \cdot k}$$

$$-11000 \cdot k = \ln \frac{4,5}{4,671} = -0,037$$

$$k = 3,38 \cdot 10^{-6} \frac{1}{s} = 0,3 \frac{1}{d}$$

b) leállási időszak

$$x_2 = 63 \text{ km}$$

$$t_2 = 63000 \text{ s} = 0,73 \text{ d}$$

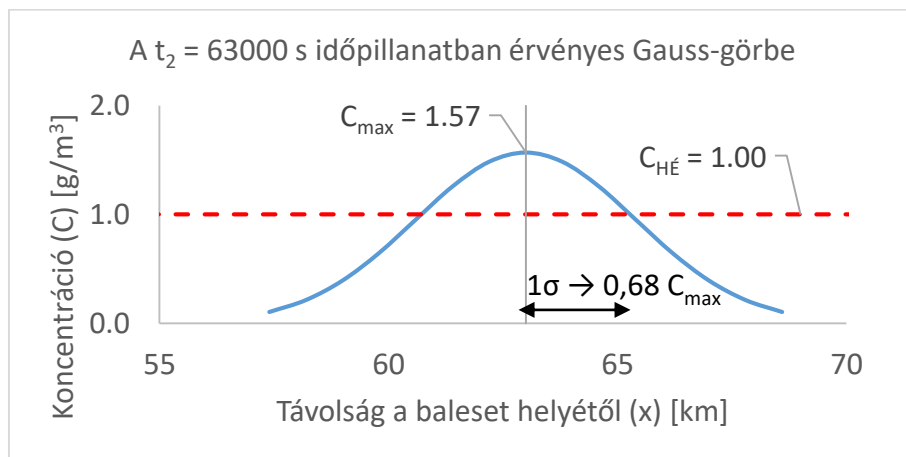
valamint továbbra is számolunk a lebomlással: $k = 0,3 \frac{1}{d}$

A kérdés megválaszolásához először számoljuk ki a 63. km-ben előforduló maximális koncentrációt! A maximális koncentráció itt a $t = 63000 \text{ s}$ időpillanatban mérhető.

$$C_{max}(t) = \frac{M}{A\sqrt{4\pi D_{xx}t}} \exp(-kt)$$

$$C_{max}(63000) = \frac{10^6}{85\sqrt{4 \cdot \pi \cdot 45,9 \cdot 63000}} e^{-0,73 \cdot 0,3} = 1,57 \frac{g}{m^3}$$

Rajzoljuk föl a $t_2 = 63000 \text{ s}$ időpillanatban érvényes Gauss-görbét!



$$\frac{C_{HÉ}}{C_{max}} = \frac{1}{1,57} = 0,64$$

$$1\sigma \rightarrow 0,68 C_{max}$$

$$\sigma = \sqrt{2D_{xx}t} = \sqrt{2 \cdot 45,9 \cdot 63000} = 2404 \text{ m}$$

$$\Delta t = \frac{x}{v_x} = 2404 \text{ s} \approx 2400 \text{ s} = 40 \text{ min}$$

A lezárás becsült időpontja:

$$t_z = 63000 - 2400 = 60600 \text{ s} = 16 \text{ h } 50 \text{ min} = 0,70 \text{ d}$$

Az újrainyítás becsült időpontja:

$$t_{ny} = 63000 + 2400 = 65400 \text{ s} = 18 \text{ h } 10 \text{ min} = 0,76 \text{ d}$$

$$C(x, t) = \frac{M}{2 A \sqrt{D_y \pi t}} \exp\left(-\frac{(x - v_x t)^2}{4 D_{xx} t} - kt\right)$$

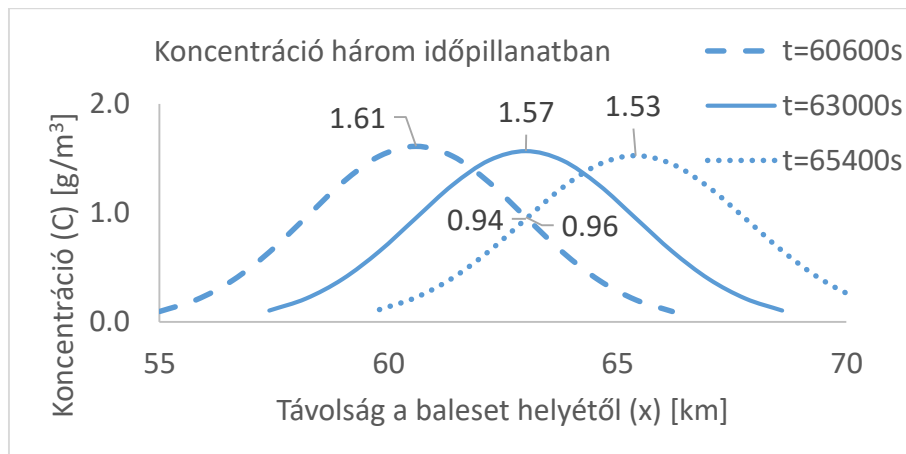
Pontos koncentráció a záráskor:

$$\begin{aligned} C(x_z, t_z) &= \frac{10^6}{2 \cdot 85 \cdot \sqrt{45,9 \cdot \pi \cdot 60600}} \exp\left(-\frac{(63000 - 1 \cdot 60600)^2}{4 \cdot 45,9 \cdot 60600} - 0,3 \cdot 0,70\right) \\ &= 0,96 \frac{\text{g}}{\text{m}^3} \end{aligned}$$

Pontos koncentráció az újrainyításkor:

$$\begin{aligned} C(x_z, t_{ny}) &= \frac{10^6}{2 \cdot 85 \cdot \sqrt{45,9 \cdot \pi \cdot 65400}} \exp\left(-\frac{(63000 - 1 \cdot 65400)^2}{4 \cdot 45,9 \cdot 65400} - 0,3 \cdot 0,76\right) \\ &= 0,94 \frac{\text{g}}{\text{m}^3} \end{aligned}$$

A vízkivétel a zárástól számított $2 \cdot \Delta t = 80$ perc elteltével (egy kicsivel már hamarabb is) folytatható.



8. Feladat – 2D példa

Egy folyót konzervatívnak tekinthető, időben állandósult terhelés ér, sodorvonalai bevezetéssel.

Folyó jellemzői

szélesség	$B = 300 \text{ m}$
vízhozam	$Q = 600 \text{ m}^3/\text{s}$
középsébség	$v = 0,7 \text{ m/s}$
dimenziómentes diszperziós tényező	$d_y = 0,4 \text{ (enyhén kanyargós meder)}$
a vízfelszín esése	$I = 8 \text{ cm/km} = 8 \cdot 10^{-5}$

Szennyvíz jellemzői

(szenny)vízhozam	$Q_{szv} = 25 \text{ m}^3/\text{s}$
koncentráció	$C_{szv} = 450 \text{ g/m}^3$

Kérdések:

- Milyen távolságban éri el a szennyezőanyag a partot?
- Mekkora ekkor a maximális koncentráció?
- Számíthat-e halfogásra a bevezetéstől 25 km-re lévő horgász, ha a parttól 50 m-re dobja be a csalit és a halak legfeljebb 10 g/m^3 -t viselnek el?
- Hogyan terjed tovább lefelé a szennyezés a partélek elérését követően?

Megoldás

o) Hidraulikai jellemzők számítása

Nedvesített keresztmetszet:

$$A = \frac{Q}{v_x} = \frac{600}{0,7} = 857,1 \text{ m}^2$$

Vízmélység (téglalap keresztmetszélvénnyel feltételezésével):

$$H = \frac{A}{B} = 2,86 \text{ m}$$

Hidraulikus sugár:

$$R = \frac{A}{B + 2H} = \frac{857,1}{300 + 2 \cdot 2,86} = 2,81 \text{ m}$$

A fenék csúsztató sebesség:

$$u^* = \sqrt{gRI} = \sqrt{9,81 \cdot 2,81 \cdot 8 \cdot 10^{-5}} = 0,047 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

A keresztirányú diszperziós tényező:

$$D_y = d_y u^* R = 0,4 \cdot 0,047 \cdot 2,81 = 0,053 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Koncentráció a teljes elkeveredést követően:

$$C_0 = \frac{Q_{folyó} C_{folyó} + Q_{szv} C_{szv}}{Q_{folyó} + Q_{szennyvíz}} = \frac{600 \cdot 0 + 25 \cdot 450}{600 + 25} = 18 \frac{g}{m^3}$$

Szennyvíz emisszió:

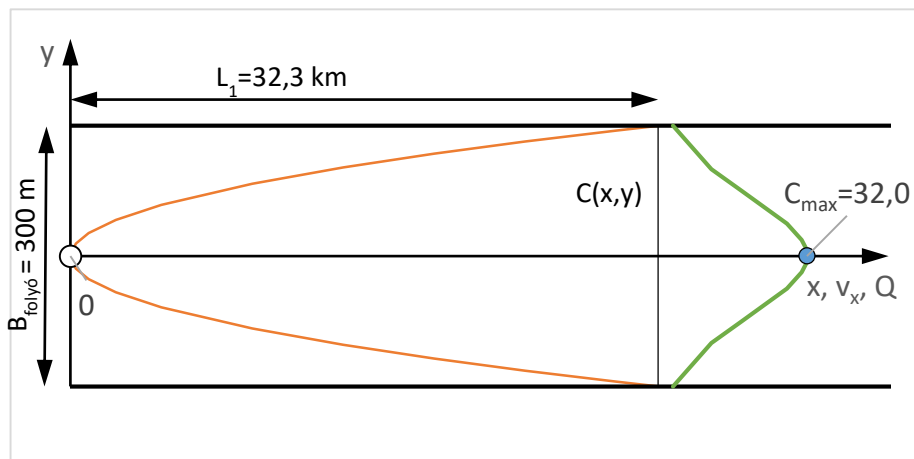
$$E = Q_{szv} C_{szv} = 25 \cdot 450 = 11250 \frac{g}{s}$$

a) Első elkeveredési távolság

$$L_1 = 0,027 \frac{v_x}{D_y} B^2 = 0,027 \frac{0,7}{0,053} 300^2 = 32330 \text{ m} = 32,33 \text{ km}$$

b) Maximális koncentráció a partélek elérésekor

$$C_{max}(x = L_1) = \frac{E}{2H \sqrt{v_x D_y \pi L_1}} = \frac{11250}{2 \cdot 2,86 \sqrt{0,7 \cdot 0,053 \cdot \pi \cdot 32330}} = 32,05 \frac{g}{m^3}$$



c) A horgász...

A csali „y” koordinátája (a folyó „tengelyétől”, azaz sodorvonalától számítva):

$$y_{csali} = \frac{B}{2} - y_{part} = \frac{300}{2} - 50 = 100 \text{ m}$$

A csóva széle x = 25 km-nél:

$$B_{cs} = 2 \cdot 2,15 \sqrt{\frac{2D_y x}{v_x}} = 4,3 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 0,053 \cdot 25000}{0,7}} = 263,6 \text{ m}$$

$B_{cs}/2 = 131,8 \text{ m} > y_{csali} = 100 \text{ m} \rightarrow$ a csali benne van a csóvában

$$C(x, y) = \frac{E}{2H\sqrt{v_x D_y \pi x}} \exp\left(-\frac{v_x y^2}{4D_y x}\right)$$

$$C(25000, 100) = \frac{11250}{2 \cdot 2,86 \cdot \sqrt{0,7 \cdot 0,053 \cdot \pi \cdot 25000}} \exp\left(-\frac{0,7 \cdot 100^2}{4 \cdot 0,053 \cdot 25000}\right) = 9,68 \frac{g}{m^3}$$

$$9,68 \frac{g}{m^3} < 10 \frac{g}{m^3}$$

még (talán) várható halfogás!

d) Koncentráció a partélek elérése után

A fenti képletbe nagyobb távolságokat helyettesítve:

x (km)	C _{max} (g/m ³)
32,3	32,1
50,0	25,8
100,0	18,2
300,0	10,5

< C₀ ???

Az o) pontban számolt „teljes elkeveredést” követő koncentrációnál kisebb azonban nem lehetséges (hiszen a szennyezőanyag konzervatív, azaz megmarad). A partélek elérése után tehát olyan képletek kell számolnunk, amely figyelembe veszi a szennyezőanyag a partról történő „visszaverődését”!

A partélek figyelembe vétele (tükrözési elv) sodorvonali bevezetés esetén:

$$C(x, y) = \frac{E}{2H\sqrt{v_x D_y \pi x}} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \exp\left(-\frac{v_x}{4D_y x} (y - nB)^2\right)$$

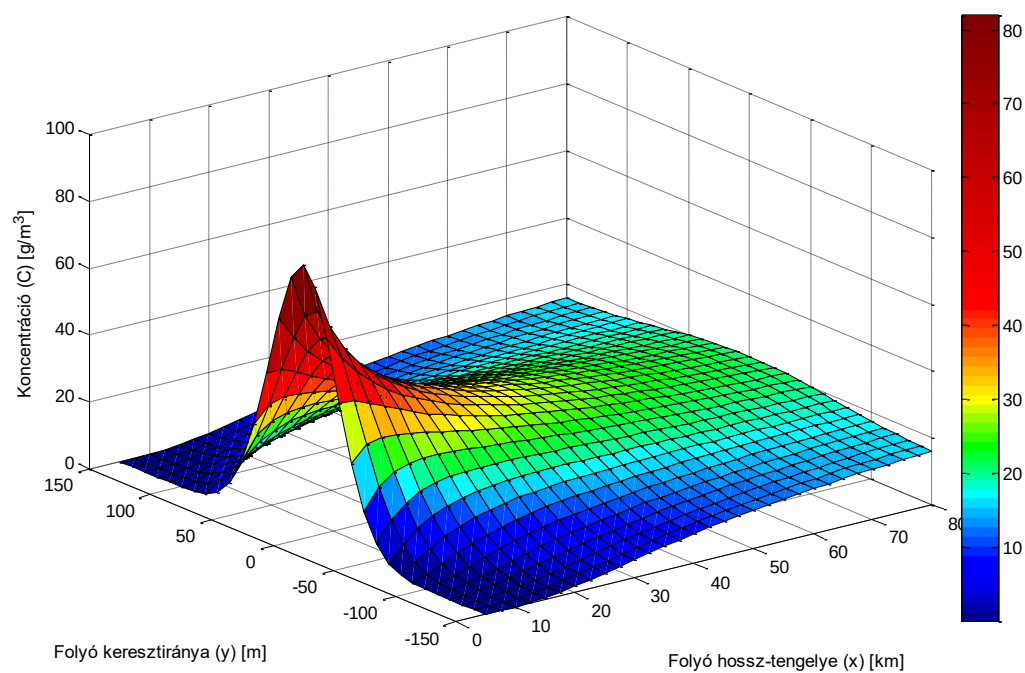
x=300 km esetén a maximális koncentráció (y = 0)

n= -2 ... 2

$$\frac{-v_x}{4D_y x} = \frac{-0,7}{4 \cdot 0,053 \cdot 30000} = -11 \cdot 10^{-6} \frac{1}{m^2}$$

$$C(300000, 0) = 10,5 \cdot (e^0 + 2 \cdot e^{-11 \cdot 10^{-6} \cdot 90000} + 2 \cdot e^{-11 \cdot 10^{-6} \cdot 360000}) = 18,70 \frac{g}{m^3}$$

3D ábra



9. Feladat – helymeghatározás szennyvízbevezetés engedélyezéséhez

Egy tervezett szennyvízbevezetés helyét úgy kell meghatározni, hogy a tervezett bevezetési pont alatt $x = 1500$ m-re már meglévő vízkivételi ponton a part közelében az előírt kémiai oxigénigény (KOI) határérték ($C_{HE} = 12$ mg/l) teljesüljön.

Vízfolyás

$$H = 2 \text{ m}$$

$$B = 160 \text{ m}$$

$$v_x = 0,7 \text{ m/s}$$

$$I = 40 \text{ cm/km} = 4 \cdot 10^{-4}$$

$$\text{dimenziómentes diszpreziós tényező} \quad d_y = 0,2 \text{ (egyenes szakasz)}$$

Szennyvíz

$$Q_{szv} = 0,85 \text{ m}^3/\text{s}$$

$$\text{Kémiai oxigénigény: } C_{szv} = 656 \text{ mg/l}$$

Kérdések

- Mekkora koncentráció alakul ki a vízkivétel helyén parti bevezetés esetén?
- Milyen hatásfokút tisztításra van szükség ahhoz, hogy a parti bevezetés maradjon és a határérték teljesüljön?
- Mennyivel kell beljebb vinni a tisztítatlan bevezetést ahhoz, hogy a vízkivétel helyén parton a határérték teljesüljön?
- Mennyivel kell beljebb vinni a tisztítatlan bevezetést ahhoz, hogy a vízkivétel helyén parton ne növekedjen a koncentráció?
- Mekkora lesz a koncentráció a teljes elkeveredés után?

Megoldáso) Hidraulikai jellemzők

$$R = \frac{BH}{B + 2H} = \frac{2 \cdot 160}{160 + 2 \cdot 2} = 1,95 \text{ m}$$

$$u^* = \sqrt{gRI} = \sqrt{9,81 \cdot 1,95 \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = 0,087 \text{ m/s}$$

$$D_y = d_y u^* R = 0,2 \cdot 0,087 \cdot 1,95 = 0,034 \text{ m}^2/\text{s}$$

$$Q_f = v_x BH = 0,7 \cdot 2 \cdot 160 = 224 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Emisszió:

$$E = Q_{szv} C_{szv} = 0,85 \cdot 656 = 557,6 \text{ g/s}$$

a) Parti bevezetés esetén kialakuló koncentráció

$$C(x, y) = \frac{E}{H \sqrt{v_x D_y \pi x}} \exp\left(-\frac{v_x y^2}{4 D_y x}\right)$$

$$C_{max}(x = 1500) = C(x = 1500, y = 0)$$

$$C_{max}(x = 1500) = \frac{557,6}{2\sqrt{0,7 \cdot 0,034 \cdot \pi \cdot 1500}} e^0 = 26,33 \frac{g}{m^3}$$

Ez meghaladja a határértéket, tehát valóban szükség van valamilyen intézkedésre.

b) Tisztítás

Mivel C_{max} lineárisan függ az emissziótól, ezért a tisztítási hatások megegyeznek a vízkivételi ponton szükséges csökkentés mértékével.

$$X = \frac{C_{max} - C_{HÉ}}{C_{max}} = \frac{26,33 - 12}{26,33} = 0,544 \approx 55\%$$

c) Bevezetés áthelyezése

A bevezetés parttól mért távolsága y_0 .

$$C(x = 1500, y = 0) = \frac{E}{2H\sqrt{v_x D_y \pi x}} \left[\exp\left(-\frac{v_x (y - y_0)^2}{4 D_y x}\right) + \exp\left(-\frac{v_x (y + y_0)^2}{4 D_y x}\right) \right]$$

y_0 (m)	C (g/m ³)
0	26,33
5	24,16
10	18,70
15	12,20
16	10,90

Javaslat: a szennyvízbevezetés parttól mért távolsága legyen $y_0 = 16$ m!

d) A parton ne legyen koncentráció növekmény

$$B_{csóva} = 4,3 \sqrt{\frac{2 D_y x}{v_x}}$$

$$B_{csóva}(x = 1500) = 4,3 \sqrt{\frac{2 \cdot 0,034 \cdot 1500}{0,7}} = 51,9 \text{ m}$$

➔ $y_0 = 26$ m

e) Mekkora lesz a koncentráció a teljes elkeveredés után?

$$C_0 = \frac{Q_f C_f + Q_{szv} C_{szv}}{Q_f + Q_{szv}} = \frac{0 + 557,6}{224 + 0,85} = 2,5 \frac{g}{m^3}$$

➔ A teljes elkeveredés biztosításával (pl. diffúzor sor alkalmazásával) a vízkivételi helyen előírt határérték nagy biztonsággal tartható.

10. Feladat – szennyvízbevezetés módjának meghatározása

Folyó adatai

$$B = 400 \text{ m}$$

$$H = 5 \text{ m}$$

$$v_x = 1 \text{ m/s}$$

$$D_y = 0,16 \text{ m}^2/\text{s}$$

Szennyvízbevezetés adatai

$$Q_{szv} = 30000 \text{ m}^3/\text{d} \quad C_{szv} = 400 \text{ g/m}^3 \quad \text{a szennyezőanyag konzervatív}$$

Feladat

A bevezetés alatt $x = 10 \text{ km}$ -re a határérték $C_{hé} = 0,1 \text{ g/m}^3$, melyet a teljes keresztmetszvényben biztosítani kell.

Kérdés

Határozzuk meg a bevezetés módját (1 pont / több pont / diffúzor sor)!

Megoldás

Vízhozamok:

$$Q_f = v_x B H = 1 \cdot 400 \cdot 5 = 2000 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$Q_{szv} = 30000 \frac{\text{m}^3}{\text{d}} = 0,347 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

Emisszió:

$$E = Q_{szv} C_{szv} = 30000 \cdot 400 = 12 \cdot 10^6 \frac{\text{g}}{\text{d}} = 138,89 \frac{\text{g}}{\text{s}}$$

Nézzük meg a teljes elkeveredés utáni koncentrációt!

$$C_0 = \frac{E}{Q_f + Q_{szv}} = \frac{138,89}{2000 + 0,347} = 0,069 \frac{\text{g}}{\text{m}^3}$$

→ teljes elkeveredés esetén határérték alatti koncentráció alakul ki, tehát a feladat megoldható.

Vizsgáljuk meg a sodorvonalai bevezetés hatását az ellenőrzési szelvényre!

$$C_{max}(x = 10 \text{ km}) = \frac{E}{2H\sqrt{v_x D_y \pi x}} = \frac{138,89}{2 \cdot 5 \cdot \sqrt{1 \cdot 0,16 \cdot \pi \cdot 10^4}} = 0,196 \frac{\text{g}}{\text{m}^3} > C_{hé}$$

Egy darab sodorvonalai bevezetés esetén tehát nem teljesül a határérték. Nyilván parti bevezetés esetén sem, hiszen abban az esetben kétszer ekkora lenne a maximális koncentráció.

A csóva szélessége $x = 10 \text{ km}$ -nél:

$$B_{csóva}(x = 10 \text{ km}) = 4,3 \sqrt{\frac{2D_y x}{v_x}} = 4,3 \sqrt{\frac{2 \cdot 0,16 \cdot 10000}{1}} = 243,2 \text{ m}$$

Következő próbálkozás: három bevezetési pont 100 m-enként egy keresztaszelvényben

Egy bevezetésre az emisszió harmada jut. A kialakuló csóvákat külön-külön számoljuk, majd szuperponáljuk őket.

$$C_{max}(x = 10km) = \frac{E/3}{2H\sqrt{v_x D_y \pi x}} = \frac{138,89/3}{2 \cdot 5 \cdot \sqrt{1 \cdot 0,16 \cdot \pi \cdot 10^4}} = 0,0653 \frac{g}{m^3}$$

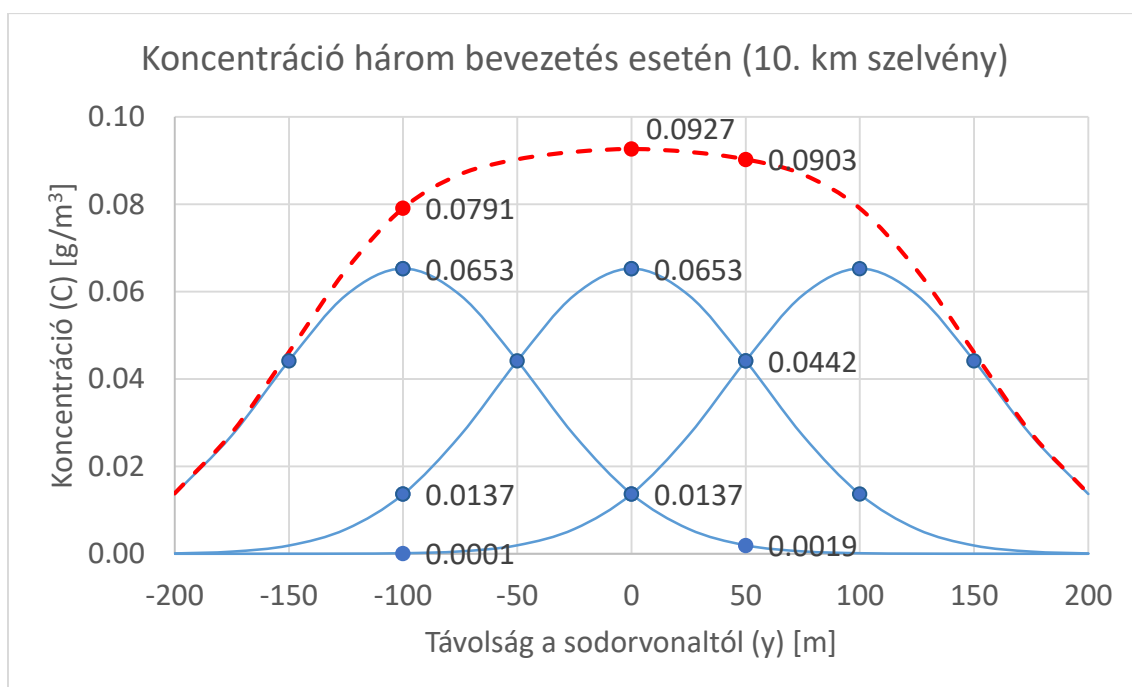
$$C(x, y) = \frac{E/3}{2H\sqrt{v_x D_y \pi x}} \exp\left(-\frac{v_x y^2}{4D_y x}\right)$$

$$\begin{aligned} C(x = 10km, y = 50m) &= \frac{138,89/3}{2 \cdot 5 \cdot \sqrt{1 \cdot 0,16 \cdot \pi \cdot 10000}} \exp\left(-\frac{1 \cdot 50^2}{4 \cdot 0,16 \cdot 10000}\right) \\ &= 0,0442 \frac{g}{m^3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C(x = 10km, y = 100m) &= \frac{138,89/3}{2 \cdot 5 \cdot \sqrt{1 \cdot 0,16 \cdot \pi \cdot 10000}} \exp\left(-\frac{1 \cdot 100^2}{4 \cdot 0,16 \cdot 10000}\right) \\ &= 0,0137 \frac{g}{m^3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C(x = 10km, y = 150m) &= \frac{138,89/3}{2 \cdot 5 \cdot \sqrt{1 \cdot 0,16 \cdot \pi \cdot 10000}} \exp\left(-\frac{1 \cdot 150^2}{4 \cdot 0,16 \cdot 10000}\right) \\ &= 0,0019 \frac{g}{m^3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C(x = 10km, y = 200m) &= \frac{138,89/3}{2 \cdot 5 \cdot \sqrt{1 \cdot 0,16 \cdot \pi \cdot 10000}} \exp\left(-\frac{1 \cdot 200^2}{4 \cdot 0,16 \cdot 10000}\right) \\ &= 0,0001 \frac{g}{m^3} \end{aligned}$$



Oxigénháztartás

Elkeveredés

$$Q_0 = Q_f + Q_{szv} \quad (1.1)$$

$$C_0 = \frac{Q_f C_f + Q_{szv} C_{szv}}{Q_f + Q_{szv}} \quad \text{ill.} \quad L_0 = \frac{Q_f L_f + Q_{szv} L_{szv}}{Q_f + Q_{szv}} \quad (1.2)$$

$$k_{1,0} = \frac{Q_f L_f k_{1,f} + Q_{szv} L_{szv} k_{1,szv}}{Q_f L_f + Q_{szv} L_{szv}} \quad (1.3)$$

ahol a 0 index az elkeveredés utáni, f index a település feletti (folyó, háttér), szv index pedig a települési (szennyvíz) értéket jelöli.

A lebomlási tényezőt k_1 -gyel, az oxigénbeviteli tényezőt k_a -val jelöljük.

A lebomlási tényező hőmérséklet-függése

$$k_1(T) = k_1(20^\circ\text{C}) \cdot 1,04^{(T-20)} \quad (2)$$

ahol T a mértékadó hőmérséklet [$^\circ\text{C}$].

A teljes BOI koncentráció (vagy teljes terhelés, „Load”)

$$L = f \text{ BOI}_5 + 4,57 \text{ KN}, \quad (3)$$

ahol BOI_5 az ötnapos BOI-koncentráció, KN pedig a Kjeldahl-nitrogén koncentráció, f a teljes és az ötnapos CBOI aránya:

$$f = \frac{1}{1 - \exp(-k_1(T) \cdot 5 \text{ nap})}, \quad (4)$$

ide a k_1 lebomlási tényezőt $\left[\frac{1}{d}\right]$ -ban kell behelyettesíteni.

Oxigénbeviteli tényező („aeration coefficient”)

O'Connor-Dobbins:	Churchill:	Owen-Gibbs:
$k_a = 3,93 \frac{v^{0.5}}{H^{1.5}}$	$k_a = 5,026 \frac{v}{H^{1.67}}$	$k_a = 5,32 \frac{v^{0.67}}{H^{1.85}}$

A fenti képletekben k_a az oxigénbeviteli tényező $\left[\frac{1}{d}\right]$, v az áramlási sebesség $\left[\frac{m}{s}\right]$, H a vízmélység [m].

A deficit definíciója

$$D = C_s - C \quad (6)$$

tehát a deficit a telítési oxigénkoncentráció és az aktuális oxigénkoncentráció különbsége. A telítési oxigénkoncentráció a hőmérséklet és a nyomás függvénye.

Aerob szakasz

$$\frac{dL}{dt^*} = -k_1 L \quad (7.1)$$

$$L = L_0 \exp(-k_1 t^*) \quad (7.2)$$

$$\frac{dD}{dt^*} = -k_a D + k_1 L \quad (8.1)$$

$$D = D_0 \exp(-k_a t^*) + \frac{k_1}{k_a - k_1} L_0 [\exp(-k_1 \cdot t^*) - \exp(-k_a \cdot t^*)] \quad (8.2)$$

Itt L a teljes szervesanyag-terhelés (Load) $\left[\frac{g}{m^3}\right]$, t^* a levonulási idő [d,s] k_1 a lebomlási tényező $\left[\frac{1}{d}, \frac{1}{s}\right]$, D az oxigéndeficit $\left[\frac{g}{m^3}\right]$. A képletek mértékegység-helyesek.

Kritikus hely

Továbbra is

$$\frac{dD}{dt^*} = -k_a D + k_1 L \quad (9.1)$$

tehát a maximális deficit

$$D_{max} = \frac{k_1}{k_a} L_0 \exp(-k_1 t^*) \quad (9.2)$$

levonulási idő a kritikus helyig:

$$t_{krit}^* = \frac{1}{k_a - k_1} \cdot \ln \left\{ \frac{k_a}{k_1} \left[1 - \frac{D_0(k_a - k_1)}{L_0 k_1} \right] \right\} \quad (10)$$

Anaerob szakasz kezdete:

$$\frac{dC}{dt^*} = k_a(C_s - C) - k_1 L \quad (11)$$

Anaerob szakaszon:

$$\frac{dL}{dt^*} = k_a(C_s - C) = k_a C_s \quad (12.1)$$

$$L = L_1 - k_a C_s \frac{x - x_1}{v} \quad (12.2)$$

$$C = 0 \quad (13)$$

$$D = C_s \quad (14)$$

Anaerob szakasz vége

$$\frac{dL}{dt^*} = -k_1 L_2 = -k_a C_s \quad (15.1)$$

$$L_2 = \frac{k_a}{k_1} C_s \quad (15.2)$$

$$x_2 = x_1 + \frac{v}{k_1} \left(\frac{L_1 k_1 - k_a C_s}{k_a C_s} \right) \quad (16)$$

Itt C_s : telítési oxigénkoncentráció; x_1 : anaerob szakasz kezdőpontja; x_2 : anaerob szakasz végpontja.

11. Feladat – egy szennyező, aerob állapot

Egy folyóba egy település szennyvizét vezetjük.

Folyó adatai

mértékadó vízhozam	$Q_f = 15 \text{ m}^3/\text{s}$
folyásirányú középsebesség	$v_x = 0,5 \text{ m/s} = 43,2 \text{ km/d}$
mértékadó hőmérséklet	$T = 25 \text{ }^\circ\text{C}$
oldott oxigén telítési koncentráció	$C_s = 8,4 \text{ mg/l}$
oldott oxigén koncentráció a bevezetés felett	$C_h = 8 \text{ mg/l}$
összes szervesanyag a bevezetés felett (terhelés)	$L_h = 5 \text{ mg/l}$
oxigénbeviteli tényező	$k_a = 0,7 \text{ 1/d}$

Szennyvíz adatai

lakosegyenérték	$LEÉ = 12 \text{ 0000 fő}$
fajlagos szennyvízhozam	$q = 100 \text{ l/fő/d}$
fajlagos szervesanyagkibocsátás	$boi_5 = 60 \text{ g/fő/d}$
A nyers szennyvíz lebomlási tényezője 20 °C-on	$k_{1,20} = 0,35 \text{ 1/d}$
A nyers szennyvízben nincs oldott oxigén.	$C_{szv} = 0 \text{ mg/l}$

Kérdés

- Határozzuk meg a kritikus hely jellemzőit!
- Vizsgáljuk meg a hígulás szerepét (számoljuk ki a minimális oxigénkoncentrációt, ha a folyó vízhozama 5, 10, 15, 25, 50, 100 vagy 1500 m³/s)!
- Hogyan változnak a kritikus hely jellemzői, ha a szennyvizet a nagyterhelésű biológiai technológiával 90%-os hatásfokon tisztítjuk? A tisztított szennyvíz lebomlási tényezője $k_1(25^\circ\text{C}) = 0,1 \text{ 1/d}$.
Oldott oxigénkoncentráció a tisztított szennyvízben: $C_{szv,t} = 2 \text{ mg/l}$.
- A megoldáshoz vegyük figyelembe a nitrifikáció hatását! A fajlagos Kjeldahl-N kibocsátás $n = 12 \text{ g/fő/d}$!
- Hogyan módosul a fenti d) megoldás, ha a szennyvizet tisztítják?
 $X_{BOI}=90\%$, $X_N=10\%$, $k_1(25^\circ\text{C})=0,2 \text{ 1/d}$

Rajzoljuk fel a folyó oldott oxigén és szervesanyag hossz-szelvényét a bevezetést követő 140 km-es szakaszon!

Megoldás

A számításokhoz egydimenziós megközelítést használunk, melynek helyességét később ellenőrizzük.

Szennyvíz jellemzők számítása

$$Q_{szv} = LEÉ \cdot q = 120000 \cdot 0,1 = 12000 \frac{\text{m}^3}{\text{d}} = 0,14 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

BOI₅ – emisszió:

$$BOI_{5,szv} = \frac{boi_5}{q} = \frac{60}{0,1} = 600 \frac{\text{g}}{\text{m}^3}$$

Számoljuk át a lebomlási tényezőt a mértékadó hőmérsékletre ($T = 25\text{ °C}$)!

$$k_{1,25} = k_{1,20} \cdot 1,04^{T-20} = 0,35 \cdot 1,04^{25-20} = 0,43 \frac{1}{d}$$

A mértékadó hőmérséklethez tartozó f arányszám:

$$f = \frac{1}{1 - \exp(-5k_1)} = \frac{1}{1 - \exp(-5 \cdot 0,43)} = 1,13$$

$$L_{szv} = BOI_{\infty, szv} = f BOI_{5, szv} = 1,13 \cdot 600 = 681 \frac{g}{m^3}$$

a) Kezdeti koncentráció a folyóban a bevezetés alatt az azonnali teljes elkeveredést követően

$$L_0 = \frac{Q_f L_h + Q_{szv} L_{szv}}{Q_f + Q_{szv}} = \frac{15 \cdot 5 + 0,14 \cdot 681}{15 + 0,14} = 11,20 \frac{g}{m^3}$$

$$C_0 = \frac{Q_f C_h + Q_{szv} C_{szv}}{Q_f + Q_{szv}} = \frac{15 \cdot 8 + 0,14 \cdot 0}{15 + 0,14} = 7,93 \frac{g}{m^3}$$

$$D_0 = C_s - C_0 = 8,4 - 7,93 = 0,47 \frac{g}{m^3}$$

A kritikus hely jellemzői:

$$t_{kr}^* = \frac{1}{k_a - k_1} \ln \left[\frac{k_a}{k_1} \left(1 - \frac{D_0(k_a - k_1)}{L_0 k_1} \right) \right]$$

$$t_{kr}^* = \frac{1}{0,7 - 0,43} \ln \left[\frac{0,7}{0,43} \left(1 - \frac{0,47 \cdot (0,7 - 0,43)}{11,2 \cdot 0,43} \right) \right] = 1,71 d$$

$$x_{kr} = v_x t_{kr}^* = 43,2 \cdot 1,71 = 73,8 km$$

$$L_{kr} = L_0 \exp(-k_1 t_{kr}^*) = 11,2 \cdot \exp(-0,43 \cdot 1,71) = 5,40 \frac{g}{m^3}$$

$$D_{max} = \frac{k_1}{k_a} L_0 \exp(-k_1 t_{kr}^*) = \frac{0,43}{0,7} \cdot 11,2 \cdot \exp(-0,43 \cdot 1,71) = 3,28 \frac{g}{m^3}$$

$$C_{min} = C_s - D_{max} = 8,4 - 3,29 = 5,12 \frac{g}{m^3}$$

Koncentrációk a 140. km-ben:

Levonulási idő a 140. km-ig:

$$t_{140}^* = \frac{x}{v_x} = \frac{140}{43,2} = 3,24 d$$

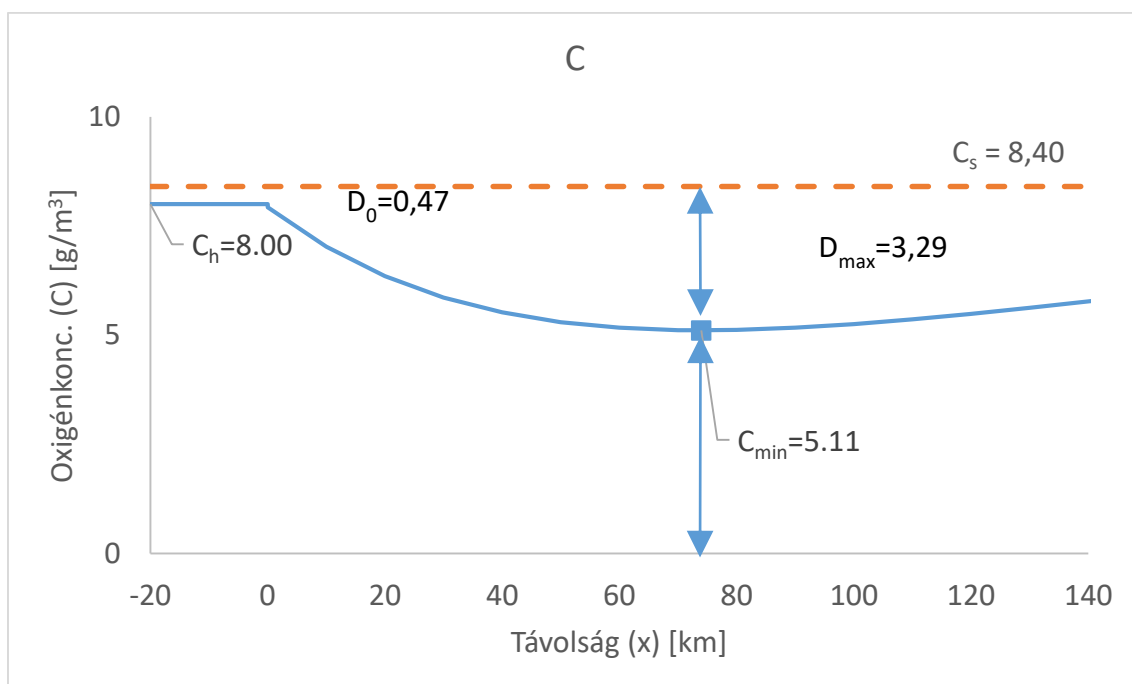
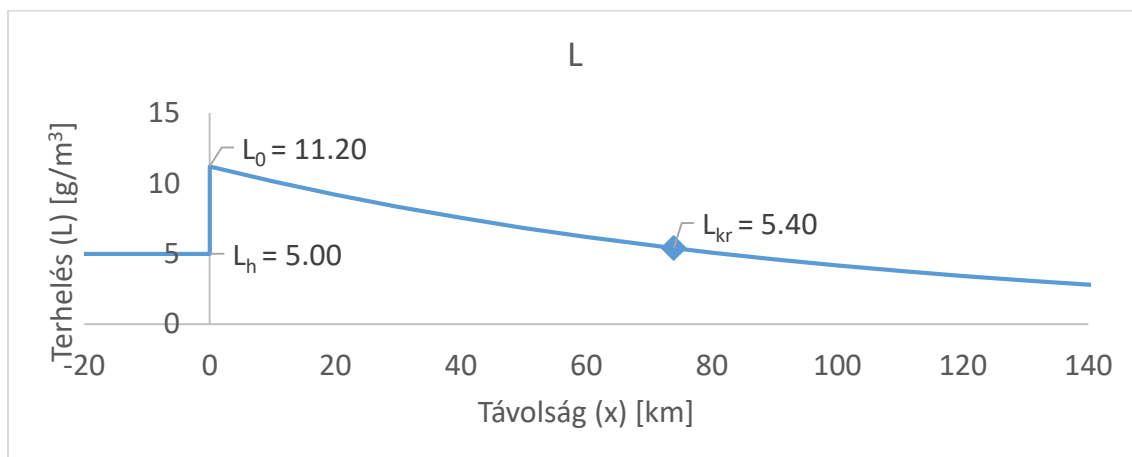
$$L_{140} = L_0 \exp(-k_1 t_{140}^*) = 11,2 \cdot \exp(-0,43 \cdot 3,24) = 2,82 \frac{g}{m^3}$$

$$D_{140} = D_0 \exp(-k_a t_{140}^*) + \frac{k_1}{k_a - k_1} L_0 \{ \exp(-k_1 t_{140}^*) - \exp(-k_a t_{140}^*) \}$$

$$D_{140} = 0,47 \cdot \exp(-0,7 \cdot 3,24) + \frac{0,43}{0,7 - 0,43} \cdot 11,2$$

$$\cdot \{ \exp(-0,43 \cdot 3,24) - \exp(-0,7 \cdot 3,24) \} = 2,63 \frac{g}{m^3}$$

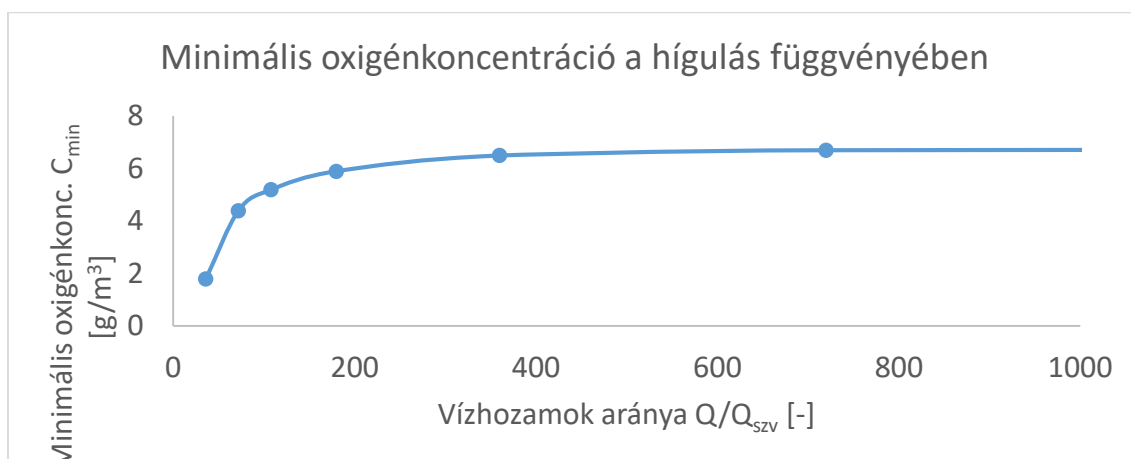
$$C_{140} = C_s - D_{140} = 8,4 - 2,63 = 5,77 \frac{g}{m^3}$$



b) A hígulás szerepének vizsgálata

Q [m³/s]	Q/Q _{szv}	x _{kr}	C _{min}
5	36	77,8	1,8
10	72	77,7	4,4

15	108	77,5	5,2
25	180	77,4	5,9
50	360	77,2	6,5
100	720	77,0	6,7
1500	10790	76,9	7,0



c) Szennyvíztisztítás hatása

$X=90\%$

$k_{1,25} = 0,1 \text{ 1/d}$

$$f = \frac{1}{1 - \exp(-5k_1)} = \frac{1}{1 - \exp(-5 \cdot 0,1)} = 2,54$$

$$L_{szv} = (1 - X) BOI_{\infty, szv} = (1 - X) f BOI_{5, szv} = (1 - 0,9) \cdot 2,54 \cdot 600 = 152,49 \frac{g}{m^3}$$

Kezdeti koncentráció a folyóban a bevezetés alatt az azonnali teljes elkeveredést követően:

$$L_0 = \frac{Q_f L_h + Q_{szv} L_{szv}}{Q_f + Q_{szv}} = \frac{15 \cdot 5 + 0,14 \cdot 152,49}{15 + 0,14} = 6,35 \frac{g}{m^3}$$

$$C_0 = \frac{Q_f C_h + Q_{szv} C_{szv}}{Q_f + Q_{szv}} = \frac{15 \cdot 8 + 0,14 \cdot 2}{15 + 0,14} = 7,94 \frac{g}{m^3}$$

$$D_0 = C_s - C_0 = 8,4 - 7,94 = 0,46 \frac{g}{m^3}$$

A kritikus hely jellemzői:

$$t_{kr}^* = \frac{1}{k_a - k_1} \ln \left[\frac{k_a}{k_1} \left(1 - \frac{D_0(k_a - k_1)}{L_0 k_1} \right) \right]$$

$$t_{kr}^* = \frac{1}{0,7 - 0,1} \ln \left[\frac{0,7}{0,1} \left(1 - \frac{0,46 \cdot (0,7 - 0,1)}{6,35 \cdot 0,1} \right) \right] = 2,31 \text{ d}$$

$$x_{kr} = v_x t_{kr}^* = 43,2 \cdot 2,31 = 99,7 \text{ km}$$

$$L_{kr} = L_0 \exp(-k_1 t_{kr}^*) = 6,35 \cdot \exp(-0,1 \cdot 2,31) = 5,04 \frac{g}{m^3}$$

$$D_{max} = \frac{k_1}{k_a} L_0 \exp(-k_1 t_{kr}^*) = \frac{0,1}{0,7} \cdot 6,35 \cdot \exp(-0,1 \cdot 2,31) = 0,72 \frac{g}{m^3}$$

$$C_{min} = C_s - D_{max} = 8,4 - 0,72 = 7,68 \frac{g}{m^3}$$

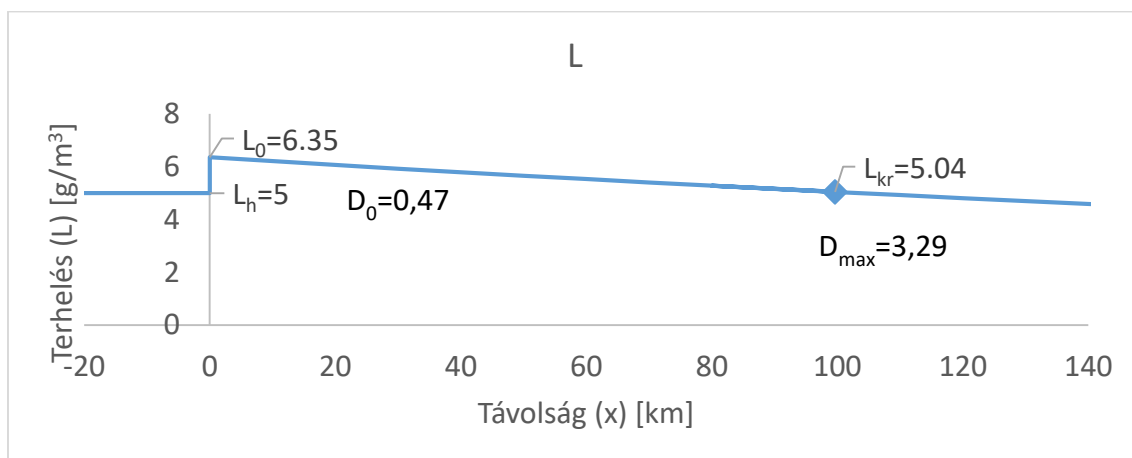
Koncentrációk a 140. km-ben:

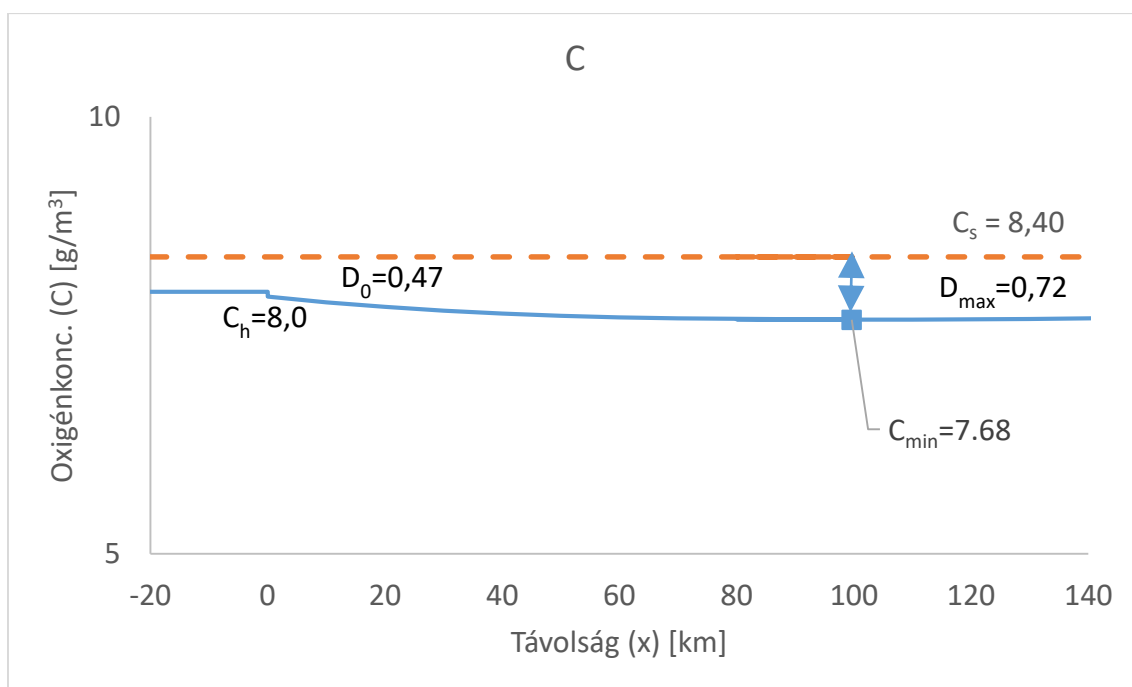
$$L_{140} = L_0 \exp(-k_1 t_{140}^*) = 6,35 \cdot \exp(-0,1 \cdot 3,24) = 4,59 \frac{g}{m^3}$$

$$D_{140} = 0,46 \cdot \exp(-0,7 \cdot 3,24) + \frac{0,1}{0,7 - 0,1} \cdot 6,35 \cdot \{\exp(-0,1 \cdot 3,24) - \exp(-0,7 \cdot 3,24)\}$$

$$D_{140} = 0,70 \frac{g}{m^3}$$

$$C_{140} = C_s - D_{140} = 8,4 - 0,70 = 7,70 \frac{g}{m^3}$$





Ellenőrizzük az 1D megközelítés helyességét!

Kérdés, hogy a teljes elkeveredés valóban lejátszódik-e a kritikus helyig.

Első elkeveredési távolság:

$$L_1 = 0,108 \frac{v_x}{D_y} B^2 = 0,108 \frac{0,5}{0,02} 12^2 = 389 \text{ m}$$

Második elkeveredési távolság:

$$L_2 = 3L_1 = 3 \cdot 389 = 1166 \text{ m} \ll x_{kr} = 74,0 \text{ ill. } 99,7 \text{ km}$$

Tehát helyes az 1D megközelítés.

d) A nitrifikáció hatását is figyelembe véve, tisztítatlan állapot

Fajlagos Kjeldahl-nitrogén-kibocsátás:

$$n = 12 \frac{g}{f\delta \cdot d}$$

Kjeldahl-nitrogén koncentráció a tisztítatlan szennyvízben:

$$N_{szv} = \frac{n}{q} = \frac{12}{0,1} = 120 \frac{g}{m^3}$$

A nitrifikáció oxigénigénye:

$$BOI_{szv}^N = 4,57 N_{szv} = 4,57 \cdot 120 = 548 \frac{g}{m^3}$$

Teljes oxigénigény a szennyvízben (szén + nitrogén):

$$L_{szv} = BOI_{\infty, szv} + BOI_{szv}^N = 681 + 548 = 1229 \frac{g}{m^3}$$

Kezdeti koncentráció a folyóban a bevezetés alatt az azonnali teljes elkeveredést követően:

$$L_0 = \frac{Q_f L_h + Q_{szv} L_{szv}}{Q_f + Q_{szv}} = \frac{15 \cdot 5 + 0,14 \cdot 1229}{15 + 0,14} = 16,23 \frac{g}{m^3}$$

Az elkeveredést követő oxigénkoncentráció és deficit értékek változatlanok: $C_0 = 7,93 \frac{g}{m^3}$

$$D_0 = 0,47 \frac{g}{m^3}$$

A kritikus hely jellemzői:

$$t_{kr}^* = \frac{1}{k_a - k_1} \ln \left[\frac{k_a}{k_1} \left(1 - \frac{D_0(k_a - k_1)}{L_0 k_1} \right) \right]$$

$$t_{kr}^* = \frac{1}{0,7 - 0,43} \ln \left[\frac{0,7}{0,43} \left(1 - \frac{0,47 \cdot (0,7 - 0,43)}{16,33 \cdot 0,43} \right) \right] = 1,74 \text{ d}$$

$$x_{kr} = v_x t_{kr}^* = 43,2 \cdot 1,74 = 75,3 \text{ km}$$

$$L_{kr} = L_0 \exp(-k_1 t_{kr}^*) = 11,2 \cdot \exp(-0,43 \cdot 1,74) = 7,73 \frac{g}{m^3}$$

$$D_{max} = \frac{k_1}{k_a} L_0 \exp(-k_1 t_{kr}^*) = \frac{0,43}{0,7} \cdot 16,23 \cdot \exp(-0,43 \cdot 1,74) = 4,70 \frac{g}{m^3}$$

$$C_{min} = C_s - D_{max} = 8,4 - 4,70 = 3,70 \frac{g}{m^3}$$

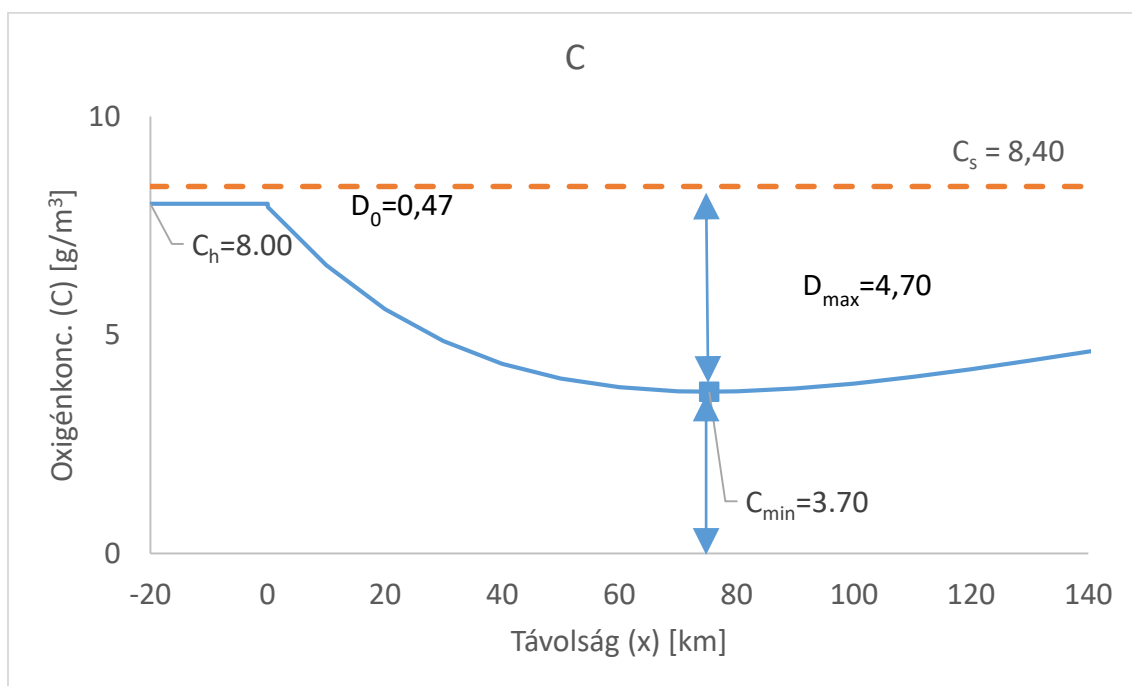
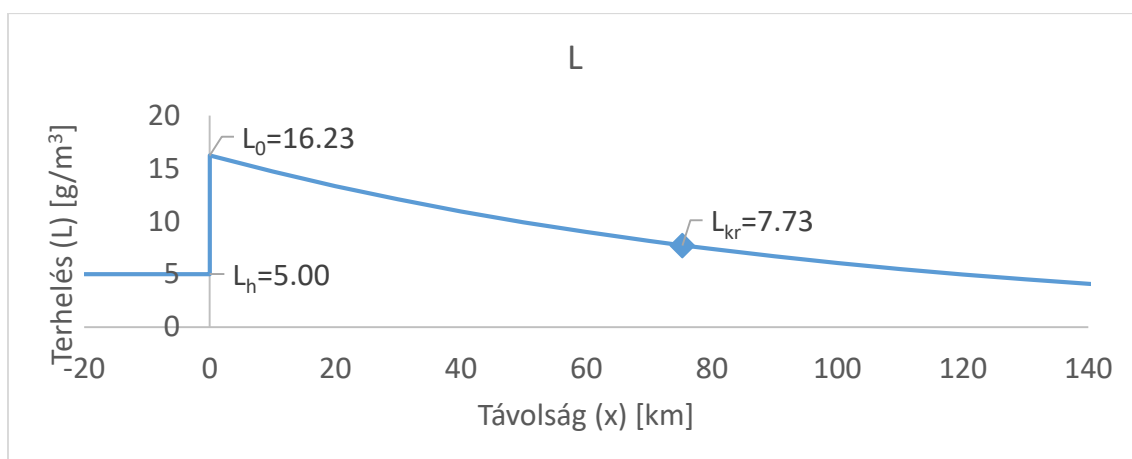
Koncentrációk a 140. km-ben:

$$L_{140} = L_0 \exp(-k_1 t_{140}^*) = 16,23 \cdot \exp(-0,43 \cdot 3,24) = 4,08 \frac{g}{m^3}$$

$$D_{140} = 0,47 \cdot \exp(-0,7 \cdot 3,24) + \frac{0,43}{0,7 - 0,43} \cdot 16,23 \cdot \{\exp(-0,43 \cdot 3,24) - \exp(-0,7 \cdot 3,24)\}$$

$$D_{140} = 3,78 \frac{g}{m^3}$$

$$C_{140} = 8,4 - 3,78 = 4,62 \frac{g}{m^3}$$



e) A nitrifikáció hatását is figyelembe véve, szennyvíztisztítással

Eltávolítási hatásokok: $X_{BOI5} = 90\%$ $X_{KN} = 10\%$

$$k_1 = 0,2 \frac{1}{d}$$

$$f = \frac{1}{1 - \exp(-5k_1)} = \frac{1}{1 - \exp(-5 \cdot 0,2)} = 1,58$$

$$BOI_{\infty, szv} = f \cdot BOI_{5, szv} = 1,58 \cdot 600 = 949 \frac{g}{m^3}$$

A nitrifikáció (tisztítatlan) oxigénigénye továbbra is:

$$BOI_{szv}^N = 548 \frac{g}{m^3}$$

Teljes oxigénigény a tisztított szennyvízben (szén + nitrogén):

$$L_{szv} = (1 - X_{BOI5}) \cdot BOI_{\infty, szv} + (1 - X_N) \cdot BOI_{szv}^N$$

$$L_{szv} = (1 - 0,9) \cdot 949 + (1 - 0,1) \cdot 548 = 588,5 \frac{g}{m^3}$$

Kezdeti koncentráció a folyóban a bevezetés alatt az azonnali teljes elkeveredést követően:

$$L_0 = \frac{Q_f L_h + Q_{szv} L_{szv}}{Q_f + Q_{szv}} = \frac{15 \cdot 5 + 0,14 \cdot 588,5}{15 + 0,14} = 10,35 \frac{g}{m^3}$$

Az elkeveredést követő oxigénkoncentráció és deficit értékek változatlanok:

$$C_0 = 7,93 \frac{g}{m^3}$$

$$D_0 = 0,47 \frac{g}{m^3}$$

A kritikus hely jellemzői:

$$t_{kr}^* = \frac{1}{k_a - k_1} \ln \left[\frac{k_a}{k_1} \left(1 - \frac{D_0(k_a - k_1)}{L_0 k_1} \right) \right]$$

$$t_{kr}^* = \frac{1}{0,7 - 0,2} \ln \left[\frac{0,7}{0,2} \left(1 - \frac{0,47 \cdot (0,7 - 0,2)}{10,35 \cdot 0,2} \right) \right] = 2,26 \text{ d}$$

$$x_{kr} = v_x t_{kr}^* = 43,2 \cdot 2,26 = 97,8 \text{ km}$$

$$L_{kr} = L_0 \exp(-k_1 t_{kr}^*) = 10,35 \cdot \exp(-0,2 \cdot 2,26) = 6,58 \frac{g}{m^3}$$

$$D_{max} = \frac{k_1}{k_a} L_0 \exp(-k_1 t_{kr}^*) = \frac{0,2}{0,7} \cdot 10,35 \cdot \exp(-0,2 \cdot 2,26) = 1,88 \frac{g}{m^3}$$

$$C_{min} = C_s - D_{max} = 8,4 - 1,88 = 6,52 \frac{g}{m^3}$$

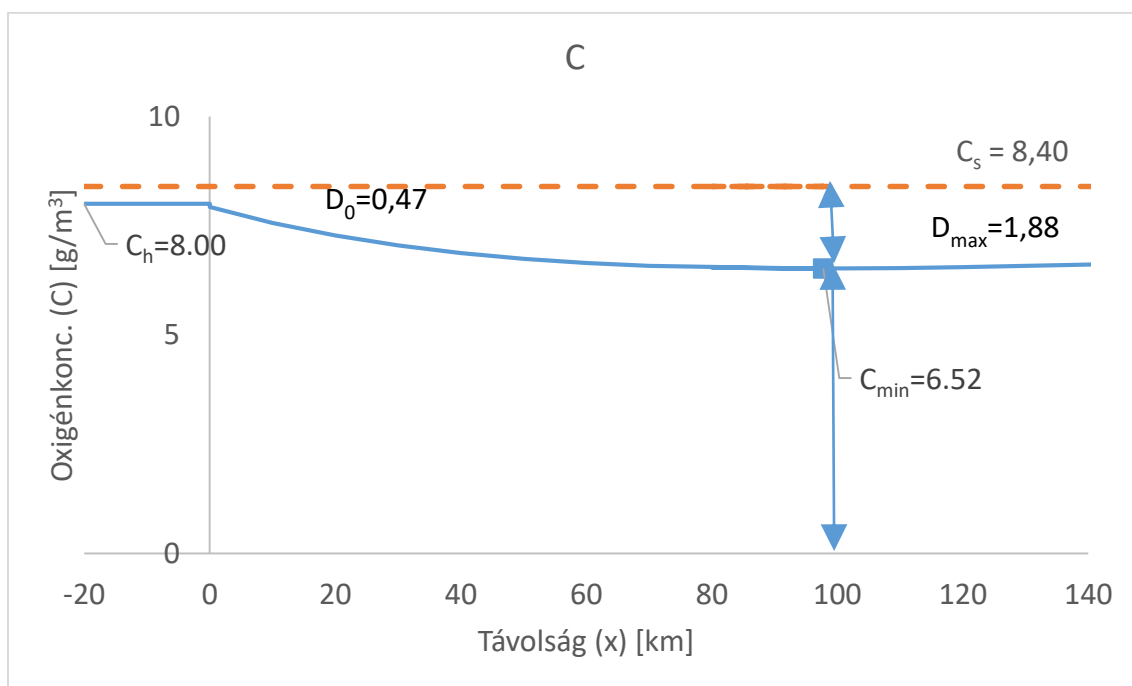
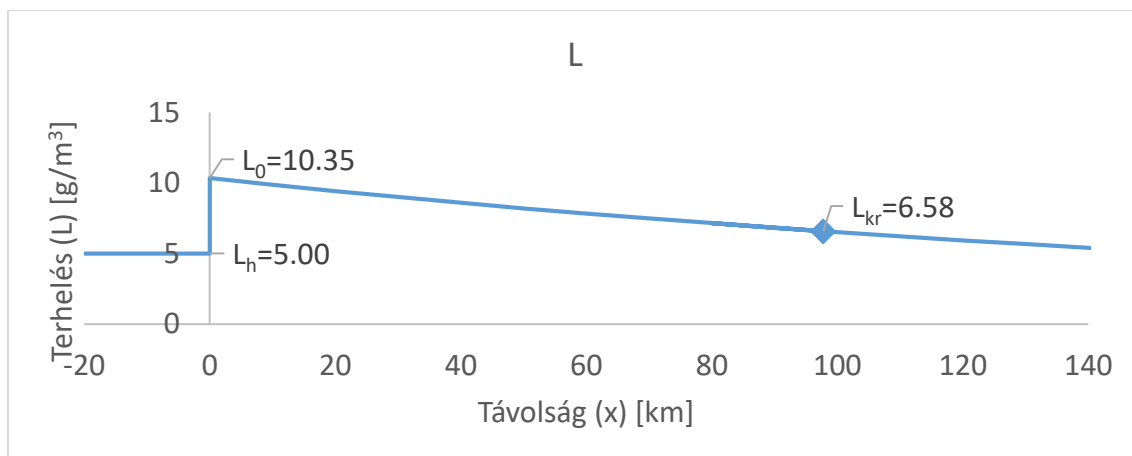
Koncentrációk a 140. km-ben:

$$L_{140} = 10,35 \cdot \exp(-0,2 \cdot 3,24) = 5,41 \frac{g}{m^3}$$

$$D_{140} = 0,47 \cdot \exp(-0,7 \cdot 3,24) + \frac{0,2}{0,7 - 0,2} \cdot 10,35 \cdot \{\exp(-0,2 \cdot 3,24) - \exp(-0,7 \cdot 3,24)\}$$

$$D_{140} = 1,79 \frac{g}{m^3}$$

$$C_{140} = 8,4 - 1,79 = 6,61 \frac{g}{m^3}$$



12. **Feladat – két szennyező, anaerob állapot**

Az előző példában szereplő helyzetben a szennyvíztisztítást forráshiány miatt sajnos nem valósították meg. Az eltelt néhány évtizedben azonban a település létszáma háromszorosára nőtt, és a település mellett (folyásirány szerint „alatt”) egy ipari üzem létesült.

Folyó adatai

mértékadó vízhozam	$Q_f = 15 \text{ m}^3/\text{s}$
folyásirányú középsebesség	$v_x = 0,5 \text{ m/s} = 43,2 \text{ km/d}$
mértékadó hőmérséklet	$T = 25 \text{ }^\circ\text{C}$
oldott oxigén telítési koncentráció	$C_s = 8,4 \text{ mg/l}$
oldott oxigén koncentráció a bevezetés felett	$C_h = 8 \text{ mg/l}$
összes szervesanyag a bevezetés felett (terhelés)	$L_h = 5 \text{ mg/l}$
oxigénbeviteli tényező	$k_a = 0,7 \text{ 1/d}$

Település adatai

lakosegyenérték	$LE\acute{E} = 360\,000 \text{ fő}$
fajlagos szennyvízhozam	$q = 100 \text{ l/fő/d}$
fajlagos szervesanyagkibocsátás	$boi_5 = 60 \text{ g/fő/d}$
A nyers szennyvíz lebomlási tényezője 20 °C-on	$k_{1,20} = 0,35 \text{ 1/d}$

Ipari üzem adatai

távolság a településtől	$x_{ip} = 40 \text{ km}$
szennyvízhozam	$Q_{ip} = 35\,000 \text{ m}^3/\text{d}$
szervesanyagkoncentráció (BOI ₅)	$BOI_{5,ip} = 500 \text{ g/m}^3$

Kérdések

Rajzoljuk fel a tisztítatlan szennyvizeknek a folyó szervesanyag- és oxigén hossz-szelvényére gyakorolt hatását 200 km hosszan

- a nitrifikáció figyelmen kívül hagyásával
- $n = 12 \text{ g/fő/d}$ fajlagos Kjeldahl-N kibocsátás figyelembe vételével. Az üzem ez esetben sem bocsát ki nitrogént.

Megoldás

A számításokhoz továbbra is egydimenziós megközelítést használunk.

Folyó jellemzői változatlanok

Települési szennyvíz jellemzők számítása

$$Q_{szv} = LE\acute{E} q = 360\,000 \cdot 0,1 = 36\,000 \frac{\text{m}^3}{\text{d}} = 0,416 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$BOI_{5,szv} = 600 \frac{\text{g}}{\text{m}^3}$$

$$k_{1,25} = 0,43 \frac{1}{\text{d}}$$

$$f = 1,13$$

$$L_{szv} = 681 \frac{g}{m^3}$$

Ipari szennyvíz jellemzőinek számítása

$$Q_{ip} = 35\,000 \frac{m^3}{d} = 0,405 \frac{m^3}{s}$$

$$L_{ip} = BOI_{\infty,ip} = fBOI_{5,ip} = 1,13 \cdot 500 = 567,5 \frac{g}{m^3}$$

a) Kezdeti koncentráció a folyóban a települési szennyvízbevezetés alatt az azonnali teljes elkeveredést követően:

$$L_0 = \frac{Q_f L_h + Q_{szv} L_{szv}}{Q_f + Q_{szv}} = \frac{15 \cdot 5 + 0,42 \cdot 681}{15 + 0,42} = 23,27 \frac{g}{m^3}$$

$$C_0 = \frac{Q_f C_h + Q_{szv} C_{szv}}{Q_f + Q_{szv}} = \frac{15 \cdot 8 + 0,42 \cdot 0}{15 + 0,42} = 7,78 \frac{g}{m^3}$$

$$D_0 = C_s - C_0 = 8,4 - 7,78 = 0,62 \frac{g}{m^3}$$

A kritikus hely jellemzői:

$$t_{kr}^* = \frac{1}{k_a - k_1} \cdot \ln \left[\frac{k_a}{k_1} \left(1 - \frac{D_0(k_a - k_1)}{L_0 k_1} \right) \right]$$

$$t_{kr}^* = \frac{1}{0,7 - 0,43} \ln \left[\frac{0,7}{0,43} \left(1 - \frac{0,47 \cdot (0,7 - 0,43)}{23,27 \cdot 0,43} \right) \right] = 1,80 \text{ d}$$

$$x_{kr} = v_x t_{kr}^* = 43,2 \cdot 1,75 = 77,8 \text{ km}$$

$$L_{kr} = L_0 \exp(-k_1 t_{kr}^*) = 23,27 \cdot \exp(-0,43 \cdot 1,75) = 10,80 \frac{g}{m^3}$$

$$D_{max} = \frac{k_1}{k_a} L_0 \exp(-k_1 t_{kr}^*) = \frac{0,43}{0,7} \cdot 23,27 \cdot \exp(-0,43 \cdot 1,75) = 6,57 \frac{g}{m^3}$$

$$C_{min} = C_s - D_{max} = 8,4 - 6,70 = 1,83 \frac{g}{m^3}$$

Tehát végig megmarad az aerob állapot.

Koncentrációk az üzemi bevezetés fölött

Levonulási idő a 40. km-ig:

$$t_{40}^* = \frac{x}{v_x} = \frac{40}{43,2} = 0,926 \text{ d}$$

$$L_{40} = L_0 \exp(-k_1 t_{40}^*) = 23,27 \cdot \exp(-0,43 \cdot 0,926) = 15,69 \frac{g}{m^3}$$

$$D_{40} = D_0 \exp(-k_a t_{40}^*) + \frac{k_1}{k_a - k_1} L_0 \{ \exp(-k_1 t_{40}^*) - \exp(-k_a t_{40}^*) \}$$

$$D_{40} = 0,47 \cdot \exp(-0,7 \cdot 0,926) + \frac{0,43}{0,7 - 0,43} \cdot 23,27 \cdot \{ \exp(-0,43 \cdot 0,926) - \exp(-0,7 \cdot 0,926) \}$$

$$D_{40} = 5,79 \frac{g}{m^3}$$

$$C_{40} = C_s - D_{40} = 8,4 - 5,78 = 2,61 \frac{g}{m^3}$$

Az üzem szennyvizének bekeveredését követő kezdeti koncentrációk

$$L_{0,40} = \frac{Q_{40} L_{40} + Q_{ip} L_{ip}}{Q_{40} + Q_{ip}} = \frac{15,42 \cdot 15,69 + 0,42 \cdot 567,5}{15,42 + 0,42} = 30,21 \frac{g}{m^3}$$

$$C_{0,40} = \frac{Q_{40} C_{40} + Q_{ip} C_{ip}}{Q_{40} + Q_{ip}} = \frac{15,42 \cdot 2,62 + 0,42 \cdot 0}{15,42 + 0,42} = 2,55 \frac{g}{m^3}$$

$$D_{0,40} = C_s - C_{0,40} = 8,4 - 2,58 = 5,85 \frac{g}{m^3}$$

Az üzemi alatti szakaszon kialakuló kritikus hely jellemzői:

$$t_{kr}^* = \frac{1}{0,7 - 0,43} \ln \left[\frac{0,7}{0,43} \left(1 - \frac{5,85 \cdot (0,7 - 0,43)}{30,21 \cdot 0,43} \right) \right] = 1,73 \text{ d}$$

$$x_{kr} = v_x t_{kr}^* = 43,2 \cdot 1,73 = 74,7 \text{ km}$$

Figyelem! Ez a levonulási idő és kritikus távolság a legutóbbi nullponttól, a legutóbbi elkeveredéstől értendő. A településtől tehát 114,7 km-re van a tényleges kritikus hely!

$$D_{max} = \frac{k_1}{k_a} L_0 \exp(-k_1 t_{kr}^*) = \frac{0,43}{0,7} \cdot 23,85 \cdot \exp(-0,43 \cdot 1,71) = 8,80 \frac{g}{m^3}$$

$$C_{min} = C_s - D_{max} = 8,4 - 8,72 = -0,40 \frac{g}{m^3}$$

Tehát az üzem alatt anaerob állapotok állnak elő. Az anaerob szakasz kezdőpontjára nincs explicit képlet, az csak próbálgatással határozható meg.

$$t_{40-66}^* = \frac{x}{v_x} = \frac{26}{43,2} = 0,602 \text{ d}$$

$$D_{66} = D_{0,40} \exp(-k_a t_{40-66}^*) + \frac{k_1}{k_a - k_1} L_{0,40} \{ \exp(-k_1 t_{40-66}^*) - \exp(-k_a t_{40-66}^*) \}$$

$$D_{66} = 5,82 \cdot \exp(-0,7 \cdot 0,602) + \frac{0,43}{0,7 - 0,43} \cdot 30,21$$

$$\cdot \{\exp(-0,43 \cdot 0,602) - \exp(-0,7 \cdot 0,602)\} = 9,37 \frac{g}{m^3}$$

$$t_{40-56}^* = \frac{x}{v_x} = \frac{16}{43,2} = 0,37 \text{ d}$$

$$D_{56} = 5,85 \cdot \exp(-0,7 \cdot 0,37) + \frac{0,43}{0,7 - 0,43} \cdot 30,21$$

$$\cdot \{\exp(-0,43 \cdot 0,37) - \exp(-0,7 \cdot 0,37)\} = 8,31 \frac{g}{m^3}$$

$$t_{40-57}^* = \frac{x}{v_x} = \frac{17}{43,2} = 0,39 \text{ d}$$

$$D_{57} = 5,85 \cdot \exp(-0,7 \cdot 0,39) + \frac{0,43}{0,7 - 0,43} \cdot 30,21$$

$$\cdot \{\exp(-0,43 \cdot 0,39) - \exp(-0,7 \cdot 0,39)\} = 8,44 \frac{g}{m^3}$$

$$L_{56} = L_{0,40} \exp(-k_1 t_{40-56}^*) = 30,21 \cdot \exp(-0,43 \cdot 0,37) = 25,80 \frac{g}{m^3}$$

stb.

x [km]	x' [km]	t** [d]	D [g/m³]	C [g/m³]	L [g/m³]
66	26	0,60	9,37	„-0,97”	
56	16	0,37	8,31	0,09	25,80
57	17	0,39	8,44	„-0,04”	

Itt x a kezdőponttól (településtől), x' a második (ipari) beömléstől való távolság. Tehát az anaerob szakasz valahol az 56. és 57. km között kezdődik.

Az anaerob szakasz

végpont:

$$x_2 = x_1 + \frac{v}{k_1} \left(\frac{L_1 k_1 - k_a C_s}{k_a C_s} \right) = 40 + 32 + \frac{43,2}{0,43} \left(\frac{25,8 \cdot 0,43 - 0,7 \cdot 8,4}{0,7 \cdot 8,4} \right) = 150,6 \text{ km}$$

Szervesanyagkoncentráció a végponton:

$$L_2 = \frac{k_a}{k_1} C_s = \frac{0,7}{0,43} \cdot 8,4 = 13,87 \frac{g}{m^3}$$

Az anaerob szakaszon a lebontás lineáris. Az oxigénkoncentráció végig 0, a deficit végig maximális ($C_s = 8,4 \text{ g/m}^3$).

Anaerob szakasz után

A szokásos anaerob képletekkel számolunk, de kiindulási pontnak az anaerob szakasz végpontját tekintjük.

Levonulási idő a 200. km-ig:

$$t_{99-200}^* = \frac{x}{v_x} = \frac{200 - 98,1}{43,2} = 2,36 \text{ d}$$

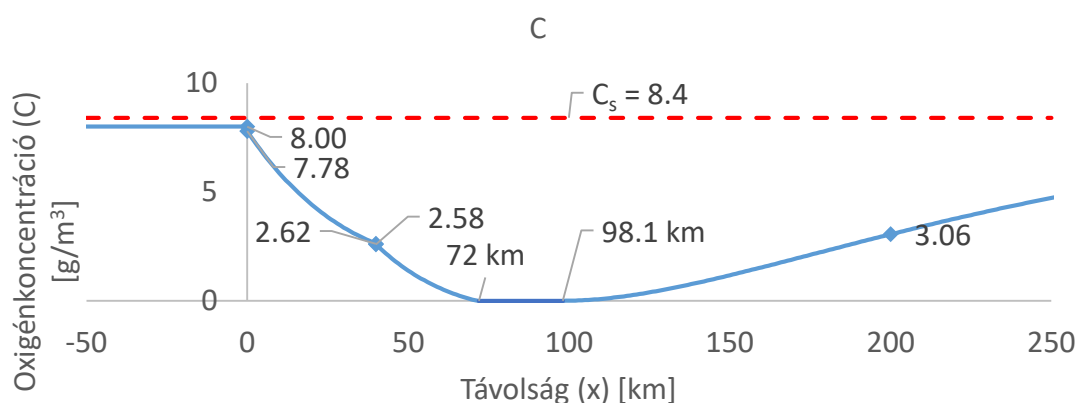
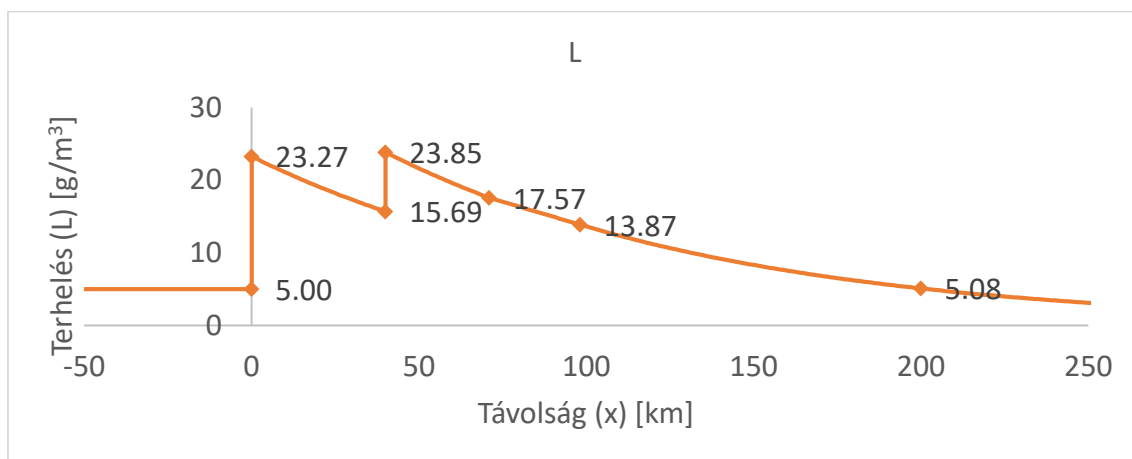
$$L_{200} = L_0 \exp(-k_1 t^*) = 13,87 \cdot \exp(-0,43 \cdot 2,36) = 5,08 \frac{g}{m^3}$$

$$D_{200} = D_0 \exp(-k_a t^*) + \frac{k_1}{k_a - k_1} L_0 \{ \exp(-k_1 t^*) - \exp(-k_a t^*) \}$$

$$D_{200} = 8,4 \cdot \exp(-0,7 \cdot 2,36) + \frac{0,43}{0,7 - 0,43} \cdot 13,87 \cdot \{ \exp(-0,43 \cdot 2,36) - \exp(-0,7 \cdot 2,36) \}$$

$$D_{200} = 5,38 \frac{g}{m^3}$$

$$C_{200} = C_s - D_{200} = 8,4 - 5,38 = 3,02 \frac{g}{m^3}$$



b) Nitrifikáció figyelembe vételével

Települési szennyvíz

$$L_{szv} = 681 + 4,57 \frac{12}{0,1} = 1229 \frac{g}{m^3}$$

Kezdeti koncentráció a folyóban a települési szennyvízbevezetés alatt az azonnali teljes elkeveredést követően:

$$L_0 = \frac{Q_f L_h + Q_{szv} L_{szv}}{Q_f + Q_{szv}} = \frac{15 \cdot 5 + 0,42 \cdot 1229}{15 + 0,42} = 38,09 \frac{g}{m^3}$$

illetve továbbra is

$$C_0 = 7,78 \frac{g}{m^3}$$

$$D_0 = 0,62 \frac{g}{m^3}$$

A kritikus hely jellemzői:

$$t_{kr}^* = \frac{1}{0,7 - 0,43} \ln \left[\frac{0,7}{0,43} \left(1 - \frac{0,47 \cdot (0,7 - 0,43)}{38,09 \cdot 0,43} \right) \right] = 1,77 \text{ d}$$

$$x_{kr} = v_x t_{kr}^* = 43,2 \cdot 1,77 = 76,5 \text{ km}$$

$$D_{max} = \frac{k_1}{k_a} L_0 \exp(-k_1 t_{kr}^*) = \frac{0,43}{0,7} \cdot 38,09 \cdot \exp(-0,43 \cdot 1,77) = 10,86 \frac{g}{m^3}$$

$$C_{min} = C_s - D_{max} = 8,4 - 10,86 = -2,46 \frac{g}{m^3}$$

Tehát végig pusztán a települési bevezetés hatására kialakul az anaerob állapot. Kérdés, hogy ez még az ipari bevezetés előtt megtörténik-e.

$$D_{40} = 0,47 \cdot \exp(-0,7 \cdot 0,926) + \frac{0,43}{0,7 - 0,43} \cdot 38,09 \cdot \{\exp(-0,43 \cdot 0,926) - \exp(-0,7 \cdot 0,926)\}$$

$$D_{40} = 9,25 \frac{g}{m^3}$$

$$C_{40} = C_s - D_{40} = 8,4 - 9,25 = -0,85 \frac{g}{m^3}$$

Tehát már az ipari üzem magasságában anaerob állapotok uralkodnak.

Hol kezdődik hát az anaerob szakasz? Ismét csak próbálgatni tudunk.

x' [km]	t* [d]	D [g/m ³]	C [g/m ³]	L [g/m ³]
20	0,46	6,23	2,17	
30	0,69	8,00	0,40	
35	0,81	8,68	-0,28	
32	0,74	8,15	0,25	27,79
33	0,76	8,43	-0,03	27,65

Az anaerob szakasz tehát a 32. és 33. kilométer között kezdődik. Az anaerob szakasz kezdőpontja legyen $x_1 = 33,0 \text{ km}$! Akkor $L_1 = 27,65 \text{ g/m}^3$

Első anaerob szakasz: 33. km-től.

végpont:

$$x_2 = x_1 + \frac{v}{k_1} \left(\frac{L_1 k_1 - k_a C_s}{k_a C_s} \right) = 33 + \frac{43,2}{0,43} \left(\frac{27,65 \cdot 0,43 - 0,7 \cdot 8,4}{0,7 \cdot 8,4} \right) = 134,6 \text{ km}$$

Tehát az anaerob szakasz 134,6 km-ig tartana...

Szervesanyagkoncentráció a végponton...

$$L_2 = \frac{k_a}{k_1} C_s = \frac{0,7}{0,43} \cdot 8,4 = 13,87 \frac{\text{g}}{\text{m}^3}$$

... lenne. Igen ám, de közben bejön az ipari szennyvíz.

Koncentrációk az üzemi bevezetés fölött

Levonulási idő a 33.-40. km között:

$$t_{33-40} = \frac{40 - 33}{43,2} = 0,16 \text{ d}$$

$$L_{40} = L_1 - k_a C_s t^* = 27,65 - 0,7 \cdot 8,4 \cdot 0,16 = 26,69 \frac{\text{g}}{\text{m}^3}$$

$$C_{40} = 0 \frac{\text{g}}{\text{m}^3}$$

$$D_{40} = 8,4 \frac{\text{g}}{\text{m}^3}$$

Az üzem szennyvizének bekeveredését követő kezdeti koncentrációk

$$L_{0,40} = \frac{Q_{40} L_{40} + Q_{ip} L_{ip}}{Q_{40} + Q_{ip}} = \frac{15,42 \cdot 26,69 + 0,23 \cdot 567,5}{15,42 + 0,23} = 34,69 \frac{\text{g}}{\text{m}^3}$$

$$C_{0,40} = 0 \frac{\text{g}}{\text{m}^3}$$

$$D_{0,40} = 8,4 \frac{\text{g}}{\text{m}^3}$$

Második anaerob szakasz (ipari bevezetés alatt)

végpont:

$$x_2 = x_1 + \frac{v}{k_1} \left(\frac{L_1 k_1 - k_a C_s}{k_a C_s} \right) = 40 + \frac{43,2}{0,43} \left(\frac{34,69 \cdot 0,43 - 0,7 \cdot 8,4}{0,7 \cdot 8,4} \right) = 192,3 \text{ km}$$

Szervesanyagkoncentráció a végponton továbbra is:

$$L_2 = 13,87 \frac{\text{g}}{\text{m}^3}$$

Továbbra is: definíció szerint az anaerob szakaszon a lebontás lineáris. Az oxigénkoncentráció végig 0, a deficit végig maximális ($C_s = 8,4 \text{ g/m}^3$).

Anaerob szakasz után

A szokásos anaerob képletekkel számolunk, de kiindulási pontnak az anaerob szakasz végpontját tekintjük.

Levonulási idő a 200. km-ig:

$$t_{192-200}^* = \frac{x}{v_x} = \frac{200 - 192,3}{43,2} = 0,18 \text{ d}$$

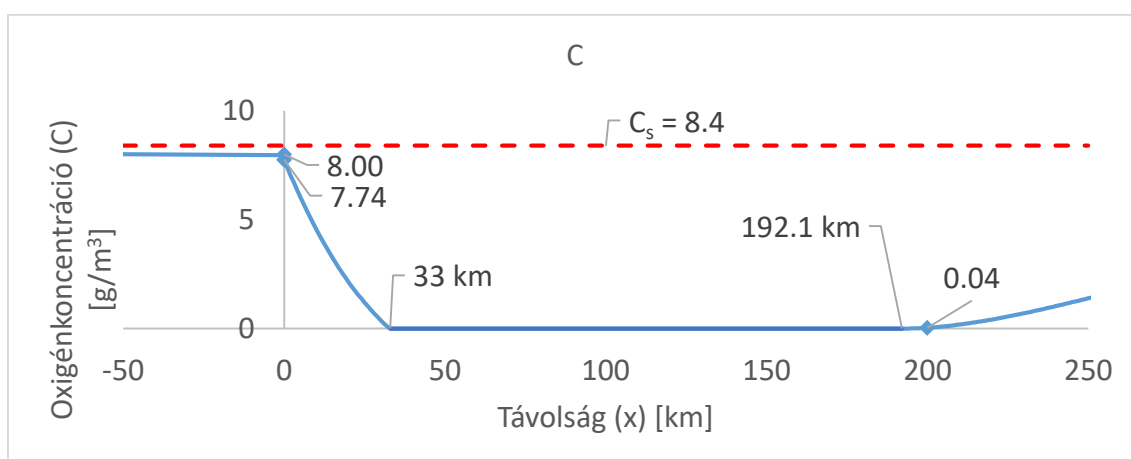
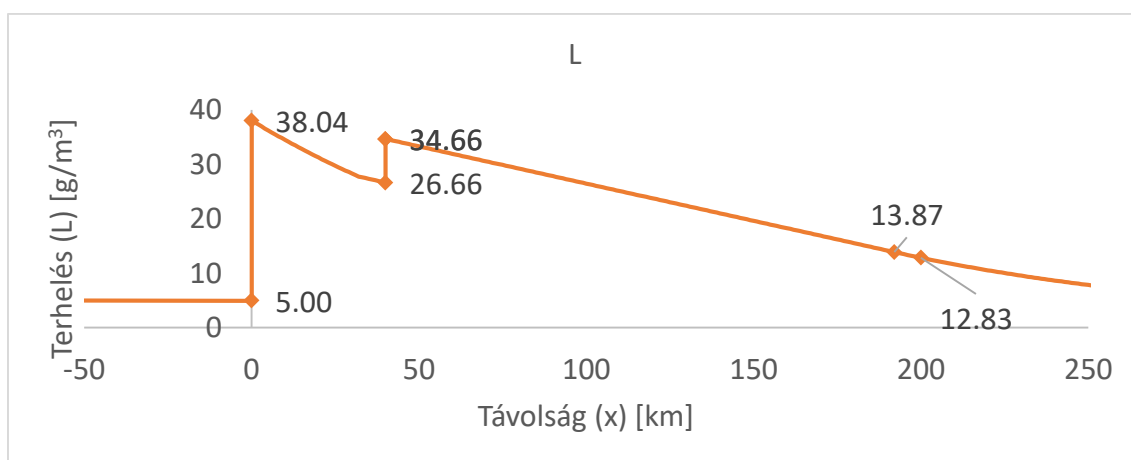
$$L_{200} = L_0 \exp(-k_1 t^*) = 13,87 \cdot \exp(-0,43 \cdot 0,18) = 12,86 \frac{\text{g}}{\text{m}^3}$$

$$D_{200} = D_0 \exp(-k_a t^*) + \frac{k_1}{k_a - k_1} L_0 \{ \exp(-k_1 t^*) - \exp(-k_a t^*) \}$$

$$D_{200} = 8,4 \cdot \exp(-0,7 \cdot 0,18) + \frac{0,43}{0,7 - 0,43} \cdot 13,87 \cdot \{ \exp(-0,43 \cdot 0,18) - \exp(-0,7 \cdot 0,18) \}$$

$$D_{200} = 8,36 \frac{\text{g}}{\text{m}^3}$$

$$C_{200} = C_s - D_{200} = 8,4 - 8,36 = 0,04 \frac{\text{g}}{\text{m}^3}$$



13. Feladat – hosszú oxigénháztartásos példa

Adott egy vízfolyás, melyet két, folyásirányban egymás alatt elhelyezkedő település kommunális szennyvize terhel.

Adatok

A folyó mértékadó vízhozama	$Q_f = 15 \text{ m}^3/\text{s}$,
középsebessége	$v = 0,5 \text{ m/s} = 43,2 \text{ km/d}$
A mértékadó hőmérséklet	$T = 25 \text{ }^\circ\text{C}$,
az ehhez tartozó telítési oxigénkoncentráció	$C_s = 8,4 \text{ mg/l}$,
az oxigén-beviteli tényező	$k_a = 0,7 \text{ 1/nap}$.
A település felett közvetlenül a szervesanyag-koncentráció	$\text{BOI}_{5,h} = 2,5 \text{ mg/l}$,
a nitrogéntartalom	$\text{KN}_h = 0,2 \text{ mg/l}$,
a háttér szennyezés lebomlási tényezője	$k_{1,h} (20) = 0,35 \text{ 1/nap}$,
az oxigéntartalom	$C_h = 8 \text{ mg/l}$.

A felső („A”) település

lakosegyenértéke	$\text{LEÉ}_A = 210\,000$,
a fajlagos szennyvízmennyiség	$q_A = 120 \text{ l/fő/nap}$,
a településen mechanikai szennyvíztisztítást alkalmaznak (jellemzőit lásd a táblázatban).	

Az alsó („B”) település

lakosegyenértéke	$\text{LEÉ}_B = 160\,000$,
a fajlagos szennyvízmennyiség	$q_B = 100 \text{ l/fő/nap}$,
a településen nem alkalmaznak szennyvíztisztítást (jellemzőit lásd a táblázatban).	

Mindkét település esetén

A fajlagos, lakosegyenértékre vonatkoztatott BOI_5 kibocsátás	$\text{boi}_5 = 60 \text{ g/fő/nap}$,
a fajlagos KN kibocsátás	$\text{kn} = 12 \text{ g/fő/nap}$.
A települések távolsága egymástól	$x_{AB} = 40 \text{ km}$.

Kérdések

- A települések alatt milyen távolságban alakul ki a legkisebb oxigénkoncentráció, mekkora ez az érték és mennyi ugyanitt a szervesanyag mennyisége?
- Mekkora lesz az O_2 -szint és a szervesanyag koncentráció az „A” településtől $x_{AC} = 150 \text{ km}$ -re („C” pont), ill. $x_{AD} = 300 \text{ km}$ -re („D” pont)?
- Milyen lesz az oldott oxigén és a szervesanyag hossz-szelvény?
- Hogyan módosulnak az eredmények, ha az „A” településen biológiai nagyterhelésű, a „B”-n biológiai kisterhelésű szennyvíztisztítást alkalmaznak (a jellemzőket lásd táblázatban)?

Tisztítási technológiák

Technológia	X_C [%]	X_N [%]	$X_{\text{NO}_3\text{-N}}$ [%]	C_{szv} [mg/l]	$k_{1,\text{szv}}(20)$ [1/d]
Nincs tisztítás	0	0	0	0	0,35
Mechanikai tisztítás	30	5	0	0	0,20

Biológiai nagyterhelésű tisztítás	85	10	10	2	0,10
Biológiai kisterhelésű tisztítás	95	20	90	3	0,08

ahol: X^C a szerves szén eltávolítási hatásfok, X^N a nitrogén eltávolítási hatásfok, X^{NO_3-N} a nitrát-nitrogén aránya a tisztított szennyvízben, C_{szv} az oldott oxigén koncentráció a tisztított szennyvízben, $k_{1,szv}(20)$ a szennyvízben lévő szennyezés lebomlási tényezője 20 °C-on.

Megoldás

I. A folyó jellemzőinek számítása

A háttér BOI szennyezés lebomlási tényezője a mértékadó hőmérsékleten:

$$k_1(T) = k_1(20^\circ C) \cdot 1.04^{(T-20)} = 0,35 \cdot 1,04^{25-20} = 0,43 \frac{1}{d}$$

A teljes és az ötnapos háttér CBOI koncentráció aránya:

$$f_h = \frac{1}{1 - \exp(-k_1(T) \cdot 5 \text{ nap})} = \frac{1}{1 - \exp(-0,43 \cdot 5)} = 1,13$$

A teljes háttér BOI koncentráció:

$$L_h = f_h BOI_{5,h} + 4.57 KN_h = 1,13 \cdot 2,5 + 4.57 \cdot 0,2 = 3,75 \frac{mg}{l}$$

A háttér oxigéndeficit:

$$D = C_s - C_h = 8,4 - 8 = 0,4 \frac{mg}{l}$$

II. A települési emissziók számítása (alapállapot)

II.1. A" település

A települési szennyvíz mennyisége:

$$Q_{szv,A} = q_A \cdot LE\acute{E}_A = 120 \cdot 210000 = 25200000 \frac{l}{d} = 0,292 \frac{m^3}{s}$$

A települési szennyvíz BOI szennyezésének lebomlási tényezője a mértékadó hőmérsékleten:

$$k_{1,szv,A}(T) = k_{1,szv,A}(20) \cdot 1.04^{(T-20)} = 0,2 \cdot 1,04^{25-20} = 0,24 \frac{1}{d}$$

A teljes és az ötnapos szennyvízbeli CBOI koncentráció aránya:

$$f_{szv,A} = \frac{1}{1 - \exp(-k_1(T) \cdot 5 \text{ nap})} = \frac{1}{1 - \exp(-0,24 \cdot 5)} = 1,42$$

A települési szennyvíz teljes BOI tartalma:

$$L_{szv,A} = f_{szv,A} \frac{boi_5}{q_A} (1 - X_{C,A}) + 4.57 \frac{kn}{q_A} (1 - X_{N,A})(1 - X_{NO_3-N,A})$$

$$L_{szv,A} = 1,42 \cdot \frac{60}{0,12} (1 - 0,3) + 4.57 \frac{12}{0,12} (1 - 0,05)(1 - 0) = 931,5 \frac{mg}{l}$$

II.2. B" település

A települési szennyvíz mennyisége:

$$Q_{szv,B} = q_B \cdot LE\acute{E}_B = 100 \cdot 160000 = 16000000 \frac{l}{d} = 0,185 \frac{m^3}{s}$$

A települési szennyvíz BOI szennyezésének lebomlási tényezője a mértékadó hőmérsékleten:

$$k_{1,sv,B}(T) = k_{1,sv,B}(20) \cdot 1.04^{(T-20)} = 0,35 \cdot 1,04^{25-20} = 0,43 \frac{1}{d}$$

A teljes és az ötnapos szennyvízbeli CBOI koncentráció aránya:

$$f_{sv,B} = \frac{1}{1 - \exp(-k_1(T) \cdot 5 \text{ nap})} = \frac{1}{1 - \exp(-0,43 \cdot 5)} = 1,13$$

A települési szennyvíz teljes BOI tartalma:

$$L_{sv,B} = f_{sv,B} \frac{boi_5}{q_A} (1 - X_{C,B}) + 4.57 \frac{kn}{q_A} (1 - X_{N,B})(1 - X_{NO3-N,B})$$

$$L_{sv,A} = 1,13 \cdot \frac{60}{0,1} (1 - 0) + 4.57 \frac{12}{0,1} (1 - 0)(1 - 0) = 1229,4 \frac{mg}{l}$$

III. A BOI és az oxigénvonal számítása az „AB” szakaszon (alapállapot)

III.1. Elkeveredés számítása „A” település alatt közvetlenül

A BOI koncentráció „A” település alatt:

$$L_{0,A} = \frac{Q_f L_h + Q_{sv,A} L_{sv,A}}{Q_f + Q_{sv,A}} = \frac{15 \cdot 3,75 + 0,292 \cdot 931,5}{15 + 0,292} = 21,45 \frac{mg}{l}$$

Az oldott oxigén koncentráció „A” település alatt:

$$C_{0,A} = \frac{Q_f C_h + Q_{sv,A} C_{sv,A}}{Q_f + Q_{sv,A}} = \frac{15 \cdot 8 + 0,292 \cdot 0}{15 + 0,292} = 7,85 \frac{mg}{l}$$

Az oxigéndeficit „A” település alatt:

$$D_{0,A} = C_s - C_{0,A} = 8,4 - 7,85 = 0,55 \frac{mg}{l}$$

A folyó BOI szennyezésének lebomlási tényezője „AB” szakaszon:

$$k_{1,AB} = \frac{Q_f L_h k_{1,h} + Q_{sv,A} L_{sv,A} k_{1,sv,A}}{Q_f L_h + Q_{sv,A} L_{sv,A}} = \frac{15 \cdot 3,75 \cdot 0,43 + 0,292 \cdot 931,5 \cdot 0,24}{15 \cdot 3,75 + 0,292 \cdot 931,5} = 0,27 \frac{1}{d}$$

A szennyvízbevezetés miatt a BOI koncentráció értéke hirtelen megnő, az oldott oxigén koncentrációé csökken, mindkét ábrában ugrás van „A” településnél.

III.2. Kritikus hely jellemzőinek számítása „AB” szakaszon

A kritikus levonulási idő:

$$t_{krit}^* = \frac{1}{k_a - k_{1,AB}} \cdot \ln \left[\frac{k_a}{k_{1,AB}} \left(1 - \frac{D_0(k_a - k_{1,AB})}{L_0 k_{1,AB}} \right) \right]$$

$$t_{krit}^* = \frac{1}{0,7 - 0,27} \cdot \ln \left[\frac{0,7}{0,27} \left(1 - \frac{0,55 \cdot (0,7 - 0,27)}{21,45 \cdot 0,27} \right) \right] = 2,1 \text{ d}$$

A kritikus távolság („A” településtől):

$$x_{kr} = v \cdot t_{kr}^* = 43,2 \cdot 2,1 = 90,9 \text{ km}$$

Mint ahogy $x_{kr,AB} > x_{AB}$, így az oxigéngörbe minimumpontja „AB” szakasz végpontjánál található, a görbe folyamatosan csökkenő (nincs szélsőérték hely) „B” pontig.

Ha $x_{kr,AB} < x_{AB}$ teljesülne, a görbe érintője vízszintes lenne $x_{kr,AB}$ pontban (a derivált értéke 0), a görbének „AB” szakaszon szélsőérték (minimum) helye lenne. Eddig a pontig a görbe folyamatosan csökkenne, majd innen nőni kezdene „B” pontig.

Ebben a feltételezett esetben a kritikus oxigéndeficit értéke a következő lenne:

$$D_{kr,AB} = \frac{k_{1,AB}}{k_a} \cdot L_{0,A} \cdot \exp(-k_{1,AB} \cdot t_{kr,AB}^*) = \frac{0,27}{0,7} \cdot 21,45 \cdot \exp(-0,27 \cdot 2,1) = 4,72 \frac{mg}{l}$$

A minimális oxigénszint az alábbi lenne:

$$C_{kr,AB} = C_s - D_{kr,AB} = 8,4 - 4,72 = 3,68 \frac{mg}{l}$$

III.3. „B” település feletti háttérértékek (elkeveredés előtti értékek) számítása

Levonulási idő a B pontig

$$t_{AB}^* = \frac{x_{AB}}{v} = \frac{40}{43,2} = 0,925 \text{ d}$$

A BOI koncentráció „B” pontban, a szennyvízbevezetés előtt közvetlenül:

$$L_B = L_{0,A} \cdot \exp(-k_{1,AB} \cdot t_{AB}^*) = 21,45 \cdot \exp(-0,27 \cdot 0,925) = 16,63 \frac{mg}{l}$$

Az oxigéndeficit „B” pontban, a szennyvízbevezetés előtt közvetlenül:

$$D_B = D_{0,A} \cdot \exp(-k_a \cdot t_{AB}^*) + \frac{k_{1,AB}}{k_a - k_{1,AB}} \cdot L_{0,A} \cdot \{\exp(-k_{1,AB} \cdot t_{AB}^*) - \exp(-k_a \cdot t_{AB}^*)\}$$

$$D_B = 0,55 \cdot \exp(-0,7 \cdot 0,925) + \frac{0,27}{0,7 - 0,27} \cdot 21,45 \cdot \{\exp(-0,27 \cdot 0,925) - \exp(-0,7 \cdot 0,925)\}$$

$$D_B = 3,78 \frac{mg}{l}$$

Az oldott oxigén koncentráció „B” pontban, a szennyvízbevezetés előtt közvetlenül:

$$C_B = C_s - D_B = 8,4 - 3,78 = 4,62 \frac{mg}{l}$$

IV. A BOI és az oxigénvonal számítása a „BD” szakaszon (alapállapot)

IV.1. Elkeveredés számítása „B” település alatt közvetlenül

A BOI koncentráció „B” település alatt:

$$L_{0,B} = \frac{(Q_f + Q_{szv,A})L_B + Q_{szv,B} L_{szv,B}}{Q_f + Q_{szv,A} + Q_{szv,B}} = \frac{15,292 \cdot 16,63 + 0,185 \cdot 1229,4}{15 + 0,292 + 0,185} = 31,14 \frac{mg}{l}$$

Az oldott oxigén koncentráció „B” település alatt:

$$C_{0,B} = \frac{(Q_f + Q_{szv,A})C_B + Q_{szv,B} C_{szv,B}}{Q_f + Q_{szv,A} + Q_{szv,B}} = \frac{15,292 \cdot 4,62 + 0,185 \cdot 0}{15 + 0,292 + 0,185} = 4,57 \frac{mg}{l}$$

Az oxigéndeficit „B” település alatt:

$$D_{0,B} = C_s - C_{0,B} = 8,4 - 4,56 = 3,84 \frac{mg}{l}$$

A folyó BOI szennyezésének lebomlási tényezője „BD” szakaszon:

$$k_{1,BD} = \frac{(Q_f + Q_{szv,A})L_B k_{1,AB} + Q_{szv,B} L_{szv,B} k_{1,szv,B}}{(Q_f + Q_{szv,A})L_B + Q_{szv,B} L_{szv,B}}$$

$$k_{1,BD} = \frac{15,292 \cdot 16,63 \cdot 0,27 + 0,185 \cdot 1229,4 \cdot 0,43}{15,292 \cdot 16,63 + 0,185 \cdot 1229,4} = 0,35 \frac{1}{d}$$

A „B” pontnál az új szennyvízbevezetés miatt ugrás van az ábrában (mint „A”-nál).

IV.2. Kritikus hely jellemzőinek számítása „BD” szakaszon

A kritikus levonulási idő:

$$t_{kr,BD}^* = \frac{1}{k_a - k_{1,BD}} \cdot \ln \left[\frac{k_a}{k_{1,BD}} \left(1 - \frac{D_{0,B}(k_a - k_{1,BD})}{L_{0,B}k_{1,BD}} \right) \right]$$

$$t_{kr,BD}^* = \frac{1}{0,7 - 0,35} \cdot \ln \left[\frac{0,7}{0,35} \left(1 - \frac{3,84 \cdot (0,7 - 0,35)}{31,14 \cdot 0,35} \right) \right] = 1,6 \text{ d}$$

A kritikus távolság („B” településtől):

$$x_{kr,BD} = v \cdot t_{kr,BD}^* = 43,2 \cdot 1,6 = 69,1 \text{ km}$$

A kritikus oxigéndeficit:

$$D_{kr,BD} = \frac{k_{1,BD}}{k_a} \cdot L_{0,B} \cdot \exp(-k_{1,BD} \cdot t_{kr,BD}^*) = \frac{0,35}{0,7} \cdot 31,14 \cdot \exp(-0,35 \cdot 1,6) = 8,82 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$$

A minimális oxigénszint az alábbi lenne:

$$C_{kr,BD} = C_s - D_{kr,BD} = 8,4 - 8,82 = -0,42 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$$

Mint hogy $C_{\min,BD} < 0$ nem lehetséges (az oldott oxigén koncentrációja nem lehet negatív), így az oxigéngörbe egy bizonyos szakaszon végig zérus lesz (anaerob szakasz). Az anaerob szakaszon az eddigi BOI-összefüggés nem érvényes, más egyenlet írja le a BOI görbét. Az anaerob szakasz kezdetéig mindkét görbe folyamatosan csökkenő.

IV.3. Számítás anaerob szakaszon

Az anaerob szakasz kezdőpontja („B” településtől mérve) az alábbi egyenlet $x_{an,1}$ -re történő megoldásával adódik (próbálgatásos módszer), $D_{an,1} = C_s$ helyettesítéssel (a deficit értéke maximális):

$$D_{an,1} = D_{0,B} \cdot \exp(-k_a \cdot t_{an,1}^*) + \frac{k_{1,BD}}{k_a - k_{1,BD}} \cdot L_{0,B} \cdot [\exp(-k_{1,BD} \cdot t_{an,1}^*) - \exp(-k_a \cdot t_{an,1}^*)]$$

$$8,4 = 3,84 \cdot \exp(-0,7 \cdot t_{an,1}^*) + \frac{0,35}{0,7 - 0,35} \cdot 31,14 \cdot [\exp(-0,35 \cdot t_{an,1}^*) - \exp(-0,7 \cdot t_{an,1}^*)]$$

$$t_{an,1}^* = 1,041 \text{ d}$$

$$x_{an,1} = 45,0 \text{ km}$$

A BOI koncentráció az anaerob szakasz kezdetén:

$$L_{an,1} = L_{0,B} \cdot \exp(-k_{1,AB} \cdot t_{an,1}^*) = 31,14 \cdot \exp(-0,35 \cdot 1,041) = 21,72 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$$

Az oldott oxigén koncentráció az anaerob szakasz kezdetén:

$$C_{an,1} = C_s - D_{an,1} = 8,4 - 8,4 = 0 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$$

Az anaerob szakasz végpontja (a „B” ponttól mérve):

$$x_2 = x_{an,1} + \frac{v}{k_{1,BD}} \left(\frac{L_{an,1}k_{1,BD} - k_a C_s}{k_a C_s} \right) = 45 + \frac{43,2}{0,35} \left(\frac{21,72 \cdot 0,35 - 0,7 \cdot 8,4}{0,7 \cdot 8,4} \right) = 79,7 \text{ km}$$

A BOI koncentráció az anaerob szakasz végén:

$$L_2 = \frac{k_a}{k_{1,BD}} C_s = \frac{0,7}{0,35} \cdot 8,4 = 17,0 \frac{mg}{l}$$

Az oxigéndeficit az anaerob szakasz végén:

$$D_{an,2} = C_s = 8,4 \frac{mg}{l}$$

Az oldott oxigén koncentráció az anaerob szakasz végén:

$$C_{an,2} = C_s - D_{an,2} = 8,4 - 8,4 = 0 \frac{mg}{l}$$

Az anaerob szakaszon a BOI-görbe lineárisan csökken, az oldott oxigén mindvégig zérus. Az anaerob szakaszt követően a BOI görbe exponenciálisan csökken tovább, az oldott oxigén görbe pedig emelkedni kezd, majd tart a telítési értékhez.

IV.4. „C” pontbeli értékek számítása

Levonulás az anaerob szakasz végpontja és a C pont között:

$$x_{anC} = x_{AC} - x_{AB} - x_2 = 150 - 40 - 79,7 = 30,3 \text{ km}$$

$$t_{anC}^* = \frac{x_{anC}}{v} = \frac{30,3}{43,2} = 0,701 \text{ d}$$

A BOI koncentráció „C” pontban:

$$L_C = L_{an,2} \cdot \exp(-k_{1,BD} \cdot t_{anC}^*) = 17,0 \cdot \exp(-0,35 \cdot 0,701) = 13,33 \frac{mg}{l}$$

Az oxigéndeficit „C” pontban:

$$D_C = D_{an,2} \cdot \exp(-k_a \cdot t_{anC}^*) + \frac{k_{1,BD}}{k_a - k_{1,BD}} \cdot L_{an,2} \cdot [\exp(-k_{1,BD} \cdot t_{anC}^*) - \exp(-k_a \cdot t_{anC}^*)]$$

$$D_C = 8,4 \cdot \exp(-0,7 \cdot 0,701) + \frac{0,35}{0,7 - 0,35} \cdot 17 \cdot [\exp(-0,35 \cdot 0,701) - \exp(-0,7 \cdot 0,701)]$$

$$D_C = 7,99 \frac{mg}{l}$$

Az oldott oxigén koncentráció „C” pontban:

$$C_C = C_s - D_C = 8,4 - 7,99 = 0,41 \frac{mg}{l}$$

IV.5. „D” pontbeli értékek számítása

Levonulás az anaerob szakasz végpontja és a D pont között:

$$x_{anD} = x_{AC} - x_{AB} - x_2 = 300 - 40 - 79,7 = 180,3 \text{ km}$$

$$t_{anD}^* = \frac{x_{anD}}{v} = \frac{180,3}{43,2} = 4,174 \text{ d}$$

A BOI koncentráció „D” pontban:

$$L_D = L_{an,2} \cdot \exp(-k_{1,BD} \cdot t_{anD}^*) = 17,0 \cdot \exp(-0,35 \cdot 4,174) = 4,01 \frac{mg}{l}$$

Az oxigéndeficit „C” pontban:

$$D_D = D_{an,2} \cdot \exp(-k_a \cdot t_{anD}^*) + \frac{k_{1,BD}}{k_a - k_{1,BD}} \cdot L_{an,2} \cdot [\exp(-k_{1,BD} \cdot t_{anD}^*) - \exp(-k_a \cdot t_{anD}^*)]$$

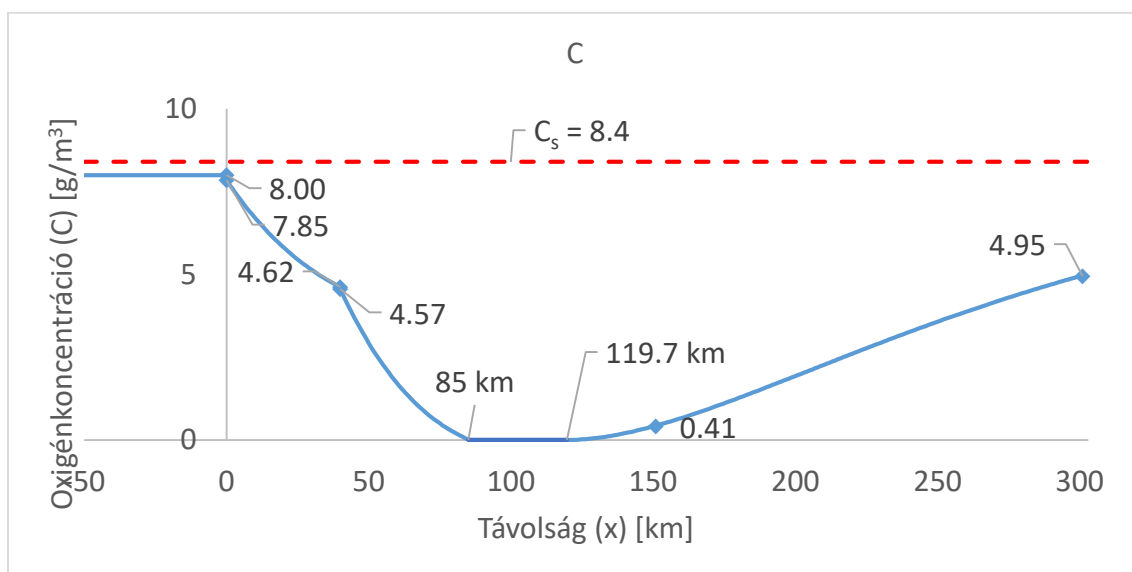
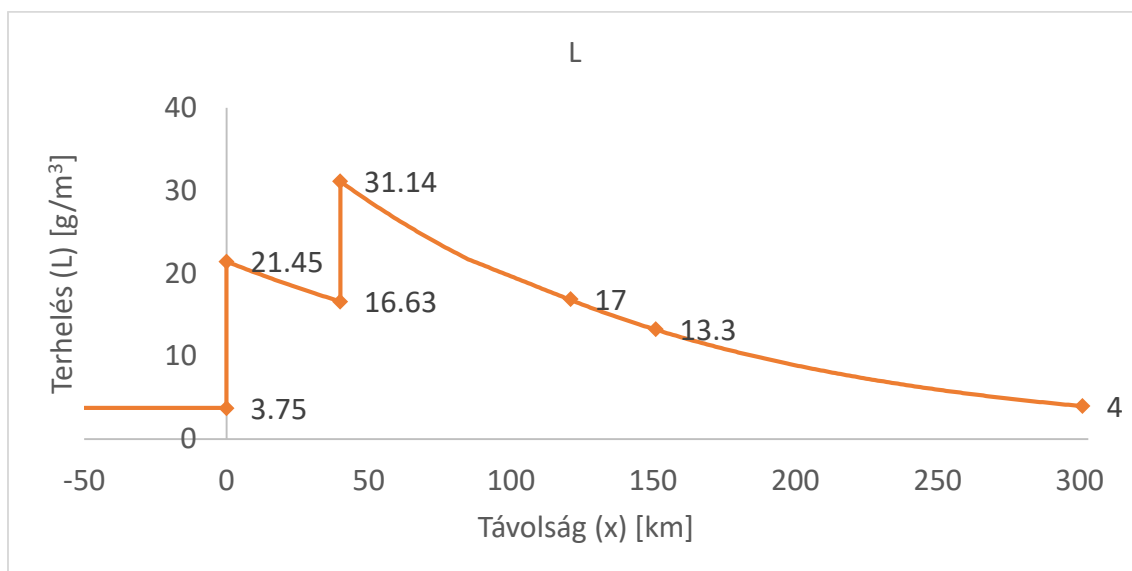
$$D_D = 8,4 \cdot \exp(-0,7 \cdot 4,174) + \frac{0,35}{0,7 - 0,35} \cdot 17 \cdot [\exp(-0,35 \cdot 4,174) - \exp(-0,7 \cdot 4,174)]$$

$$D_D = 3,45 \frac{mg}{l}$$

Az oldott oxigén koncentráció „C” pontban:

$$C_D = C_s - D_D = 8,4 - 3,48 = 4,95 \frac{mg}{l}$$

V. BOI és oldott oxigén ábra (alapállapot)



VI. A települési emissziók számítása (módosított állapot)

VI.1. „A” település

A települési szennyvíz mennyisége nem változik.

A települési szennyvíz BOI szennyezésének lebomlási tényezője a mértékadó hőmérsékleten:

$$k_{1,szv,A}(T) = k_{1,szv,A}(20) \cdot 1.04^{(T-20)} = 0,1 \cdot 1,04^{25-20} = 0,12 \frac{1}{d}$$

A teljes és az ötnapos szennyvízbeli CBOI koncentráció aránya:

$$f_{szv,A} = \frac{1}{1 - \exp(-k_1(T) \cdot 5 \text{ nap})} = \frac{1}{1 - \exp(-0,12 \cdot 5)} = 2,19$$

A települési szennyvíz teljes BOI tartalma:

$$L_{szv,A} = f_{szv,A} \frac{boi_5}{q_A} (1 - X_{C,A}) + 4,57 \frac{kn}{q_A} (1 - X_{N,A})(1 - X_{NO3-N,A})$$

$$L_{szv,A} = 2,19 \cdot \frac{60}{0,12} (1 - 0,85) + 4,57 \frac{12}{0,12} (1 - 0,1)(1 - 0,1) = 534,7 \frac{mg}{l}$$

VI.2. „B” település

A települési szennyvíz mennyisége nem változik.

A települési szennyvíz BOI szennyezésének lebomlási tényezője a mértékadó hőmérsékleten:

$$k_{1,szv,B}(T) = k_{1,szv,B}(20) \cdot 1,04^{(T-20)} = 0,08 \cdot 1,04^{25-20} = 0,097 \frac{1}{d}$$

A teljes és az ötnapos szennyvízbeli CBOI koncentráció aránya:

$$f_{szv,B} = \frac{1}{1 - \exp(-k_1(T) \cdot 5 \text{ nap})} = \frac{1}{1 - \exp(-0,097 \cdot 5)} = 2,595$$

A települési szennyvíz teljes BOI tartalma:

$$L_{szv,B} = f_{szv,B} \frac{boi_5}{q_A} (1 - X_{C,B}) + 4,57 \frac{kn}{q_A} (1 - X_{N,B})(1 - X_{NO3-N,B})$$

$$L_{szv,A} = 2,595 \cdot \frac{60}{0,1} (1 - 0,95) + 4,57 \frac{12}{0,1} (1 - 0,2)(1 - 0,9) = 121,73 \frac{mg}{l}$$

VII. A BOI és az oxigénvonal számítása az „AB” szakaszon (módosított állapot)

VII.1. Elkeveredés számítása „A” település alatt közvetlenül

A BOI koncentráció „A” település alatt:

$$L_{0,A} = \frac{Q_f L_h + Q_{szv,A} L_{szv,A}}{Q_f + Q_{szv,A}} = \frac{15 \cdot 3,75 + 0,292 \cdot 534,7}{15 + 0,292} = 13,88 \frac{mg}{l}$$

Az oldott oxigén koncentráció „A” település alatt:

$$C_{0,A} = \frac{Q_f C_h + Q_{szv,A} C_{szv,A}}{Q_f + Q_{szv,A}} = \frac{15 \cdot 8 + 0,292 \cdot 2}{15 + 0,292} = 7,89 \frac{mg}{l}$$

Az oxigéndeficit „A” település alatt:

$$D_{0,A} = C_s - C_{0,A} = 8,4 - 7,89 = 0,51 \frac{mg}{l}$$

A folyó BOI szennyezésének lebomlási tényezője „AB” szakaszon:

$$k_{1,AB} = \frac{Q_f L_h k_{1,h} + Q_{szv,A} L_{szv,A} k_{1,szv,A}}{Q_f L_h + Q_{szv,A} L_{szv,A}} = \frac{15 \cdot 3,75 \cdot 0,43 + 0,292 \cdot 534,7 \cdot 0,12}{15 \cdot 3,75 + 0,292 \cdot 534,7} = 0,20 \frac{1}{d}$$

VII.2. Kritikus hely jellemzőinek számítása „AB” szakaszon

A kritikus levonulási idő:

$$t_{krit}^* = \frac{1}{k_a - k_{1,AB}} \cdot \ln \left[\frac{k_a}{k_{1,AB}} \left(1 - \frac{D_{0,A}(k_a - k_{1,AB})}{L_0 k_{1,AB}} \right) \right]$$

$$t_{krit}^* = \frac{1}{0,7 - 0,20} \cdot \ln \left[\frac{0,7}{0,20} \left(1 - \frac{0,51 \cdot (0,7 - 0,20)}{13,88 \cdot 0,20} \right) \right] = 2,3 \text{ d}$$

A kritikus távolság („A” településtől):

$$x_{kr} = v \cdot t_{kr}^* = 43,2 \cdot 2,3 = 99,4 \text{ km}$$

Mint ahogy $x_{kr,AB} > x_{AB}$, így az oxigéngörbe minimumpontja az „AB” szakasz végpontjánál található, a görbe folyamatosan csökkenő (nincs szélsőérték hely) „B” pontig.

VII.3. „B” település feletti háttérértékek számítása

A levonulási idő az AB szakaszon továbbra is

$$t_{AB}^* = 0,925 \text{ d}$$

A BOI koncentráció „B” pontban, a szennyvízbevezetés előtt közvetlenül:

$$L_B = L_{0,A} \cdot \exp(-k_{1,AB} \cdot t_{AB}^*) = 13,88 \cdot \exp(-0,20 \cdot 0,925) = 11,51 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$$

Az oxigéndeficit „B” pontban, a szennyvízbevezetés előtt közvetlenül:

$$D_B = D_{0,A} \cdot \exp(-k_a \cdot t_{AB}^*) + \frac{k_{1,AB}}{k_a - k_{1,AB}} \cdot L_{0,A} \cdot \{\exp(-k_{1,AB} \cdot t_{AB}^*) - \exp(-k_a \cdot t_{AB}^*)\}$$

$$D_B = 0,51 \cdot \exp(-0,7 \cdot 0,925) + \frac{0,2}{0,7 - 0,2} \cdot 13,88$$

$$\cdot [\exp(-0,2 \cdot 0,925) - \exp(-0,7 \cdot 0,925)] = 1,99 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$$

Az oldott oxigén koncentráció „B” pontban, a szennyvízbevezetés előtt közvetlenül:

$$C_B = C_s - D_B = 8,4 - 2,0 = 6,41 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$$

VIII. A BOI és az oxigénvonal számítása a „BD” szakaszon (módosított állapot)

VIII.1. Elkeveredés számítása „B” település alatt közvetlenül

A BOI koncentráció „B” település alatt:

$$L_{0,B} = \frac{(Q_f + Q_{szv,A})L_B + Q_{szv,B} L_{szv,B}}{Q_f + Q_{szv,A} + Q_{szv,B}} = \frac{15,292 \cdot 11,51 + 0,185 \cdot 121,7}{15 + 0,292 + 0,185} = 12,83 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$$

Az oldott oxigén koncentráció „B” település alatt:

$$C_{0,B} = \frac{(Q_f + Q_{szv,A})C_B + Q_{szv,B} C_{szv,B}}{Q_f + Q_{szv,A} + Q_{szv,B}} = \frac{15,292 \cdot 6,41 + 0,185 \cdot 3}{15 + 0,292 + 0,185} = 6,37 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$$

Az oxigéndeficit „B” település alatt:

$$D_{0,B} = C_s - C_{0,B} = 8,4 - 6,37 = 2,03 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$$

A folyó BOI szennyezésének lebomlási tényezője „BD” szakaszon:

$$k_{1,BD} = \frac{(Q_f + Q_{szv,A})L_B k_{1,AB} + Q_{szv,B} L_{szv,B} k_{1,szv,B}}{(Q_f + Q_{szv,A})L_B + Q_{szv,B} L_{szv,B}}$$

$$k_{1,BD} = \frac{15,292 \cdot 11,51 \cdot 0,20 + 0,185 \cdot 121,7 \cdot 0,1}{15,292 \cdot 11,51 + 0,185 \cdot 121,7} = 0,19 \frac{1}{\text{d}}$$

VIII.2. Kritikus hely jellemzőinek számítása „BD” szakaszon

A kritikus levonulási idő:

$$t_{kr,BD}^* = \frac{1}{k_a - k_{1,BD}} \cdot \ln \left[\frac{k_a}{k_{1,BD}} \left(1 - \frac{D_{0,B}(k_a - k_{1,BD})}{L_{0,B} k_{1,BD}} \right) \right]$$

$$t_{kr,BD}^* = \frac{1}{0,7 - 0,19} \cdot \ln \left[\frac{0,7}{0,19} \left(1 - \frac{2,04 \cdot (0,7 - 0,19)}{12,83 \cdot 0,19} \right) \right] = 1,5 \text{ d}$$

A kritikus távolság („A” településtől):

$$x_{kr,BD} = v \cdot t_{kr,BD}^* = 43,2 \cdot 1,5 = 63,4 \text{ km}$$

A kritikus oxigéndeficit:

$$D_{kr,BD} = \frac{k_{1,BD}}{k_a} \cdot L_{0,B} \cdot \exp(-k_{1,BD} \cdot t_{kr,BD}^*) = \frac{0,19}{0,7} \cdot 12,83 \cdot \exp(-0,19 \cdot 1,5) = 2,64 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$$

A minimális oxigénszint az alábbi lenne:

$$C_{kr,BD} = C_s - D_{kr,BD} = 8,4 - 2,64 = 5,76 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$$

A BOI koncentráció a kritikus helyen:

$$L_{kr,BD} = L_{0,B} \cdot \exp(-k_{1,BD} \cdot t_{kr,BD}^*) = 12,83 \cdot \exp(-0,19 \cdot 1,5) = 9,70 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$$

VIII.3. „C” pontbeli értékek számítása

Levonulás a BC szakaszon

$$x_{BC} = x_{AC} - x_{AB} = 150 - 40 = 110 \text{ km}$$

$$t_{BC}^* = \frac{x_{BC}}{v} = \frac{110}{43,2} = 2,55 \text{ d}$$

A BOI koncentráció „C” pontban:

$$L_C = L_{0,B} \cdot \exp(-k_{1,BD} \cdot t_{BC}^*) = 12,83 \cdot \exp(-0,19 \cdot 2,55) = 7,90 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$$

Az oxigéndeficit „C” pontban:

$$D_C = D_{0,B} \cdot \exp(-k_a \cdot t_{BC}^*) + \frac{k_{1,BD}}{k_a - k_{1,BD}} \cdot L_{0,B} \cdot [\exp(-k_{1,BD} \cdot t_{BC}^*) - \exp(-k_a \cdot t_{BC}^*)]$$

$$D_C = 2,04 \cdot \exp(-0,7 \cdot 2,55) + \frac{0,19}{0,7 - 0,19} \cdot 17 \cdot [\exp(-0,19 \cdot 2,55) - \exp(-0,7 \cdot 2,55)]$$

$$D_C = 2,48 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$$

Az oldott oxigén koncentráció „C” pontban:

$$C_C = C_s - D_C = 8,4 - 2,48 = 5,92 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$$

VIII.3. „D” pontbeli értékek számítása

Levonulás a BD szakaszon:

$$x_{BD} = x_{AD} - x_{AB} = 300 - 40 = 260 \text{ km}$$

$$t_{BD}^* = \frac{x_{BD}}{v} = \frac{260}{43,2} = 6,02 \text{ d}$$

A BOI koncentráció „D” pontban:

$$L_D = L_{0,B} \cdot \exp(-k_{1,BD} \cdot t_{BD}^*) = 12,83 \cdot \exp(-0,19 \cdot 6,02) = 4,08 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$$

Az oxigéndeficit „C” pontban:

$$D_D = D_{B,0} \cdot \exp(-k_a \cdot t_{BD}^*) + \frac{k_{1,BD}}{k_a - k_{1,BD}} \cdot L_{0,B} \cdot [\exp(-k_{1,BD} \cdot t_{BD}^*) - \exp(-k_a \cdot t_{BD}^*)]$$

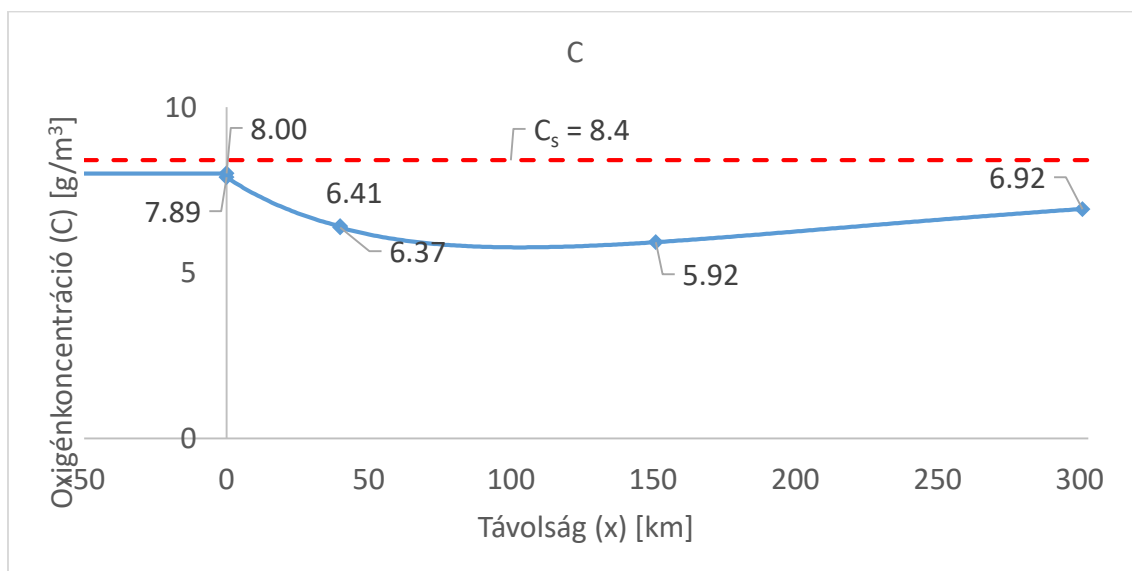
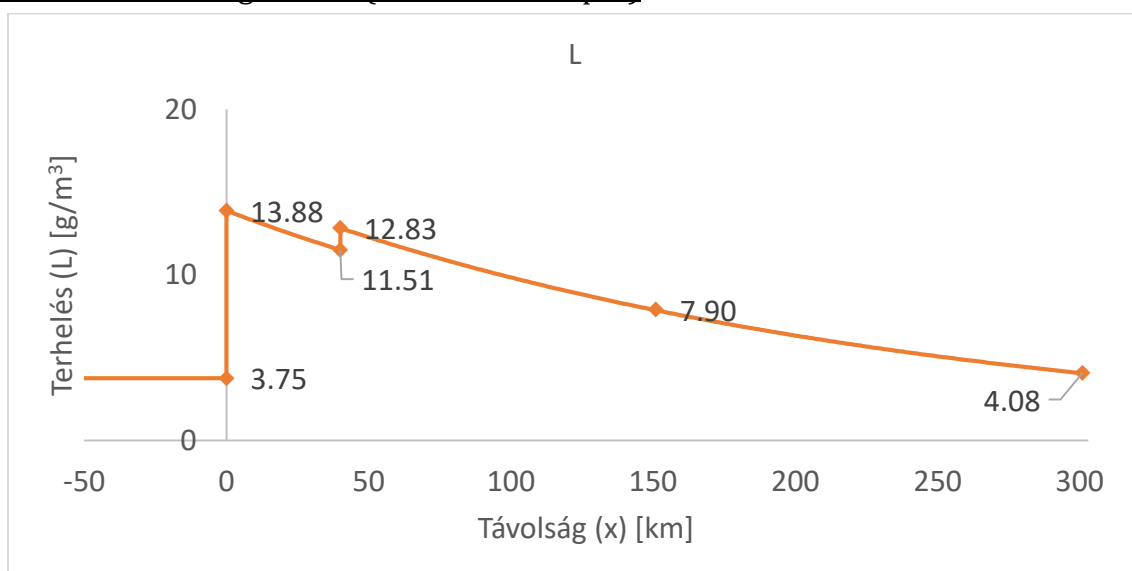
$$D_D = 2,04 \cdot \exp(-0,7 \cdot 6,02) + \frac{0,19}{0,7 - 0,19} \cdot 12,83 \cdot [\exp(-0,19 \cdot 6,02) - \exp(-0,7 \cdot 6,02)]$$

$$D_D = 1,48 \frac{mg}{l}$$

Az oldott oxigén koncentráció „C” pontban:

$$C_D = C_s - D_D = 8,4 - 1,48 = 6,92 \frac{mg}{l}$$

IX. BOI és oldott oxigén ábra (módosított állapot)



Tavak foszforkoncentrációjának számítása

Tartózkodási idő

Tavak és tározók esetében a tartózkodási időt (egy átlagos vízrészecske által a tóban / tározóban töltött időt) a térfogat és tavat / tározót tápláló vízhozamok összegének hányadosaként számoljuk:

$$\tau = \frac{V}{Q}$$

A tartózkodási időt leggyakrabban évben adjuk meg.

Foszforkoncentráció számítása ülepedési modellel

Állóvizek éves átlagos foszforkoncentrációja:

$$\bar{P} = \frac{L}{Q + v_s A}$$

A képletben

L – az állóvíz éves foszforterhelése [tömeg / idő]

Q – az állóvizet tápláló vízhozamok összege [térfogat / idő]

v_s – a látszólagos ülepedési sebesség [hossz/idő]

A – az állóvíz területe [terület]

Foszforkoncentráció számítása Vollenweider modellel

Sekély tavakra használhatjuk Vollenweider féltapasztalati képletét:

$$\bar{P} = \frac{L}{Q} \frac{1}{1 + 2\sqrt{\tau}}$$

A képletben

P – az állóvíz foszforkoncentrációja [tömeg / térfogat]

L – az állóvíz foszforterhelése [tömeg / idő]

Q – az állóvizet tápláló vízhozamok összege [térfogat / idő]

τ – a tartózkodási idő az állóvízben [év]

Ide tehát a tartózkodási időt tehát évben kell behelyettesíteni. A többi mennyiség tetszőleges mértékegységgel helyettesíthető, ezek meghatározzák az eredmény mértékegységét.

Fényintenzitás

A fényintenzitás a Lambert törvény szerint a mélységgel exponenciálisan csökken:

$$I = I_0 e^{-k_e z}$$

ahol k_e az extinkciós (fénykioltási) tényező [1/hossz]

z pedig a vízmélység [hossz]

14. Feladat – látszólagos ülepedési sebesség és a Vollenweider modell összehasonlítása

Egy tározó évi foszfor terhelése 50 t. A tározót tápláló vízfolyás átlagvízhozama 7 m³/s. A tározó méretei: A=18 km², H = 1 m, a tározó térfogatát (V) állandónak tételezzük fel.

Kérdések

Számítsa ki a tározó P eltávolítási hatásfokát

- $v_s = 10$ m/év látszólagos ülepedési sebesség feltételezésével,
- a Vollenweider modell alapján ($v_s/q = 2\sqrt{\tau}$).

Megoldás

a) $v_s = 10$ m/év

$$Q = 7 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 220,75 \cdot 10^6 \frac{\text{m}^3}{\text{y}}$$

Összes P koncentráció a tóban:

$$\bar{P} = \frac{L}{Q + v_s A} = \frac{50 \cdot 10^6}{220,75 \cdot 10^6 + 10 \cdot 18 \cdot 10^6} = 0,125 \frac{\text{g}}{\text{m}^3}$$

ÖP visszatartás (hatásfok):

$$\eta_{\bar{P}} = \frac{L_{be} - L_{ki}}{L_{be}} = \frac{L - Q\bar{P}}{L} = \frac{50 \cdot 10^6 - 0,125 \cdot 220,75 \cdot 10^6}{50 \cdot 10^6} = \frac{22,4}{50} = 0,448 \approx 45\%$$

b) Vollenweider modell

Tartózkodási idő:

$$\tau = \frac{V}{Q} = \frac{18 \cdot 10^6}{220,75 \cdot 10^6} = 0,0815 \text{ y}$$

Fajlagos (egységnyi felületre jutó) hidraulikai terhelés:

$$q = \frac{Q}{A} = \frac{220,75 \cdot 10^6}{18 \cdot 10^6} = 12,264 \frac{\text{m}}{\text{y}}$$

Fajlagos (egységnyi felületre jutó) külső terhelés:

$$l = \frac{L}{A} = \frac{50 \cdot 10^6}{18 \cdot 10^6} = 2,78 \frac{\text{g}}{\text{m}^2 \text{ y}}$$

Összes P koncentráció a tóban:

$$P = \frac{l}{q} \frac{1}{1 + 2\sqrt{\tau}} = \frac{2,78}{12,26} \cdot \frac{1}{1 + 2\sqrt{0,0815}} = 0,144 \frac{\text{g}}{\text{m}^3}$$

ÖP visszatartás (hatásfok):

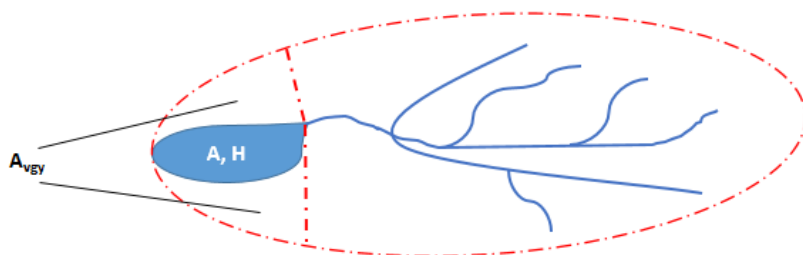
$$\eta_{\bar{P}} = \frac{L_{be} - L_{ki}}{L_{be}} = \frac{50 \cdot 10^6 - 0,144 \cdot 220,75 \cdot 10^6}{50 \cdot 10^6} = \frac{18,17}{50} = 0,363 \approx 36\%$$

Ülepedési sebesség a Vollenweider-modellből számolva:

$$v_s = q 2\sqrt{\tau} = 12,26 \cdot 2 \cdot \sqrt{0,0815} = 7 \frac{\text{m}}{\text{y}}$$

15. Feladat – tározó létesítése vízfolyáson

Egy vízfolyáson tározót létesítenek. A tározó felett a folyó középvízhozama $Q_f = 6 \text{ m}^3/\text{s}$, átlagos foszfor koncentrációja $P_f = 75 \text{ mg/m}^3$. A tározó méretei: $A = 18 \text{ km}^2$, $H = 1 \text{ m}$; saját (vízfolyáson kívüli) vízgyűjtőterülete $A_{vgy} = 200 \text{ km}^2$, melynek 40%-a szántóföldi művelés alatt áll, 12%-a legelő és 48%-a erdő (a fajlagos ÖP bemosódás értéke a művelési ágak szerint rendre 0.6, 0.3 és 0.03 kg/ha/év). A természetes felszíni lefolyás a területen $q_{vgy} = 5 \text{ l/s/km}^2$.



Kérdések

a) Határozza meg a tározó éves átlagos ÖP terhelését (t/év)!

Mennyivel kellene csökkenteni a külső terhelést ahhoz, hogy a tározó mezotróf legyen,

b) ha a belső terhelés 0,

c) ha a belső terhelés a jelenlegi külső terhelés felével azonos nagyságú?

Adatok

Besorolás	Oligotróf	Mezotróf	Eutróf	Hipertróf
ÖP (mg/m ³)	<10	10-35	35 - 100	>100

Megoldás

A tározó térfogata:

$$V = A H = 18 \cdot 10^6 \cdot 1 = 18 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

Vízhozamok:

$$Q_2 = q_{vgy} A_{vgy} = 5 \cdot 200 = 1000 \frac{\text{l}}{\text{s}} = 1 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$Q = Q_f + Q_2 = 6 + 1 = 7 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 220,75 \cdot 10^6 \frac{\text{m}^3}{\text{y}}$$

Tartózkodási idő:

$$\tau = \frac{V}{Q} = \frac{18 \cdot 10^6}{220,75 \cdot 10^6} = 0,0815 \text{ y}$$

a) Alapállapot

Terhelés a vízfolyásból:

$$L_1 = Q_f P_f = 6 \cdot 0,075 = 0,45 \frac{\text{g}}{\text{s}} = 14,2 \frac{\text{t}}{\text{y}}$$

Terhelés a saját vízgyűjtőről:

	terület [km ²]	fajlagos terhelés [kg/ha/y]	terhelés [kg/év]
szántó (40%)	0,4 * 200 = 80	0,6	8000 * 0,6 = 4800
legelő (12%)	0,12 * 200 = 24	0,3	2400 * 0,3 = 720
erdő (48%)	0,48 * 200 = 96	0,03	9600 * 0,03 = 288
összesen			L₂ = 5808

A tározó teljes terhelése:

$$L = L_1 + L_2 = 14,2 + 5,8 = 20 \frac{t}{y}$$

Foszforkoncentráció a tározóban:

$$P = \frac{L}{Q} \frac{1}{1 + 2\sqrt{\tau}} = \frac{20}{220,75} \cdot \frac{1}{1 + 2\sqrt{0,0815}} = 0,058 \frac{g}{m^3}$$

A külső terhelés csökkentése nélkül tehát eutróf a tározó.

b) Terheléscsökkentés, belső terhelés nélkül

$$L_b = 0$$

Visszafelé számolunk.

$$P_{max} = 0,035 \frac{g}{m^3}$$

$$L_{max} = P_{max} Q (1 + 2\sqrt{\tau}) = 0,035 \cdot 220,75 \cdot 10^6 \cdot (1 + 2\sqrt{0,058}) = 11,45 \frac{t}{y}$$

$$\Delta L = L - L_{max} = 20 - 11,45 = 8,55 \frac{t}{y}$$

$$\frac{8,55}{20} \approx 43\%$$

c) Terheléscsökkentés, belső terheléssel

$$L_b = 10 \frac{t}{y}$$

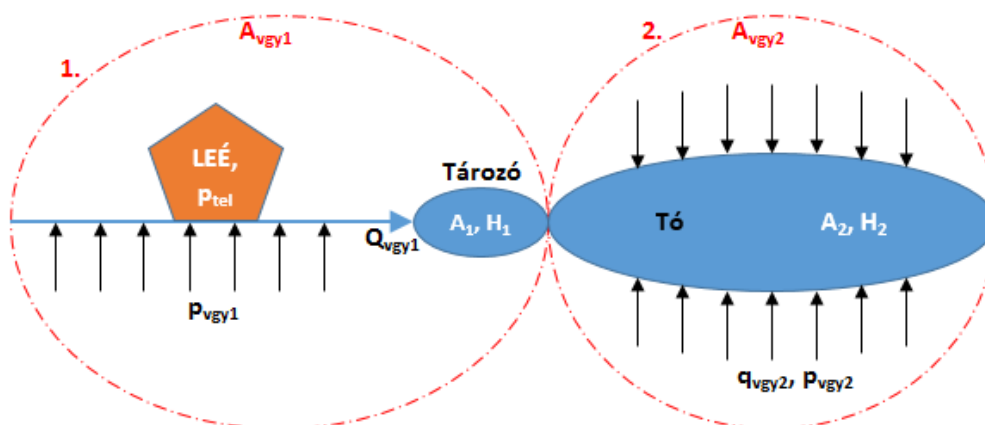
$$\Delta L = L + L_b - L_{max} = 20 + 10 - 11,45 = 18,55 \frac{t}{y}$$

$$\frac{18,55}{20} \approx 93\%$$

16. Feladat – torkolati tározó hatása a tó foszforkoncentrációjára

Adott egy folyó és az azt befogadó tó. A tó védelme érdekében a folyón, közvetlenül a tóba való beömlést megelőzően tározót létesítettek. A folyót (és ezzel együtt a tározót) egyrészt egy település szennyvize, másrészt a saját (közös) vízgyűjtőjükről érkező diffúz szennyezés terheli. A tónak saját külön vízgyűjtője van, melyről a szennyezés kis patakok és felszíni lefolyás révén közvetlenül a tóba érkezik, erre tehát nincs hatással a mesterségesen létesített torkolati tározó.

A példa számadatai a Zala – Kis-Balaton – Balaton rendszert tükrözik.



Adatok – 1. részvízgyűjtő

Vízgyűjtőterület	$A_{vgy1} = 2600 \text{ km}^2$
Diffúz foszforterhelés	$p_{vgy1} = 0,25 \text{ kg/ha/év}$
A tározót tápláló vízhozam	$Q_{vgy1} = 7 \text{ m}^3/\text{s}$
Tározó területe	$A_1 = 20 \text{ km}^2$
Tározó vízmélysége	$H_1 = 1 \text{ m}$
Település	$LEÉ = 100\,000 \text{ fő}$
Települési fajlagos foszforkibocsátás	$p_{tel} = 2,5 \text{ g/fő/d}$

Adatok – 2. részvízgyűjtő

Vízgyűjtőterület	$A_{vgy2} = 2500 \text{ km}^2$
Diffúz foszforterhelés	$p_{vgy2} = 0,1 \text{ kg/ha/év}$
Lefolyás	$q_{vgy2} = 757 \text{ m}^3/\text{ha/év}$
Tó területe	$A_2 = 600 \text{ km}^2$
Tó vízmélysége	$H_2 = 3 \text{ m}$

Kérdések

- Mennyi lesz a foszforkoncentráció a tóban?
- Mennyi lenne a foszforkoncentráció a tóban, ha nem lenne tározó a tó előtt?
- A tóra előírt határérték $P_{2,max} = 0,035 \text{ g/m}^3$. Milyen mértékben kell tisztítani a település szennyvizét ennek teljesüléséhez?
- A szennyvíztisztítás megvalósulását követően a tározóban mért foszforkoncentráció $P_{1,mért} = 0,4 \text{ g/m}^3$, melynek oka a belső terhelés. Mekkora a belső terhelés?

MegoldásHidrológia – tározó

Térfogat:

$$V_1 = A_1 H_1 = 20 \cdot 10^6 \cdot 1 = 20 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

Tápláló vízhozam:

$$Q_1 = Q_{vgy1} = 7 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 220,75 \cdot 10^6 \frac{\text{m}^3}{\text{y}}$$

Tartózkodási idő:

$$\tau_1 = \frac{V_1}{Q_1} = \frac{20 \cdot 10^6}{220,75 \cdot 10^6} = 0,091 \text{ y}$$

Hidrológia – tó

Térfogat:

$$V_2 = A_2 H_2 = 600 \cdot 10^6 \cdot 3 = 1800 \cdot 10^6 \text{ m}^3$$

Tápláló vízhozam:

$$Q_{vgy2} = A_{vgy2} q_{vgy2} = 250\,000 \cdot 10^2 \cdot 757 = 189,25 \cdot 10^6 \frac{\text{m}^3}{\text{y}}$$

$$Q_2 = Q_{1-2} + Q_{vgy2} = 220,75 \cdot 10^6 + 189,25 \cdot 10^6 = 410,0 \cdot 10^6 \frac{\text{m}^3}{\text{y}}$$

Tartózkodási idő:

$$\tau_2 = \frac{V_2}{Q_2} = \frac{1800 \cdot 10^6}{410,0 \cdot 10^6} = 4,39 \text{ y}$$

a) Terhelések és koncentrációk

$$L_{tel} = LEÉ p_{tel} = 100\,000 \cdot 2,5 = 250\,000 \frac{\text{g}}{\text{d}} = 91,25 \frac{\text{t}}{\text{y}}$$

$$L_{vgy1} = A_{vgy1} p_{vgy1} = 260\,000 \cdot 0,25 = 65\,000 \frac{\text{kg}}{\text{y}} = 65 \frac{\text{t}}{\text{y}}$$

$$L_1 = L_{tel} + L_{vgy1} = 91,25 + 65 = 156,25 \frac{\text{t}}{\text{y}}$$

Csak érdekességképpen: a tározóba befolyó koncentráció:

$$P_{1,be} = \frac{L_1}{Q_1} = \frac{156,25 \cdot 10^6}{220,75 \cdot 10^6} = 0,708 \frac{\text{g}}{\text{m}^3}$$

A tározóban kialakuló koncentráció:

$$P_1 = \frac{L_1}{Q_1} \frac{1}{1 + 2\sqrt{\tau_1}} = \frac{156,25 \cdot 10^6}{220,75 \cdot 10^6} \cdot \frac{1}{1 + 2\sqrt{0,091}} = 0,442 \frac{\text{g}}{\text{m}^3}$$

Hatásfok:

$$\eta_1 = \frac{L_1 - P_1 Q_1}{L_1} = \frac{156,25 - 0,442 \cdot 220,75}{156,25} = 0,376 \approx 38 \%$$

Közvetlenül a tóba jutó diffúz terhelés:

$$L_{vgy2} = A_{vgy2} p_{vgy2} = 2500 \cdot 100 \cdot 0,1 = 25000 \frac{kg}{y} = 25 \frac{t}{y}$$

A tározóból a tóba átlépő értékek:

$$Q_{1-2} = Q_1 = 220,75 \cdot 10^6 \frac{m^3}{y}$$

$$L_{1-2} = P_1 Q_1 = 0,442 \cdot 220,75 = 97,54 \frac{t}{y}$$

A tavat érő terhelés összesen:

$$L_2 = L_{1-2} + L_{vgy2} = 97,54 + 25 = 122,54 \frac{t}{y}$$

A tóban kialakuló koncentráció:

$$P_2 = \frac{L_2}{Q_2} \frac{1}{1 + 2\sqrt{\tau_2}} = \frac{122,54 \cdot 10^6}{410,0 \cdot 10^6} \cdot \frac{1}{1 + 2\sqrt{4,39}} = 0,057 \frac{g}{m^3}$$

b) tározó nélküli változat

A tavat érő terhelés:

$$L'_2 = L_1 + L_{vgy2} = 156,25 + 25 = 181,25 \frac{t}{y}$$

A tóban kialakuló koncentráció:

$$P'_2 = \frac{L'_2}{Q_2} \frac{1}{1 + 2\sqrt{\tau_2}} = \frac{181,25 \cdot 10^6}{410,0 \cdot 10^6} \cdot \frac{1}{1 + 2\sqrt{4,39}} = 0,085 \frac{g}{m^3}$$

c) Milyen mértékben kell tisztítani a település szennyvizét?

$$P_{2,max} = 0,035 \frac{g}{m^3}$$

Visszafelé számolunk.

$$L_{2,max} = P_{2,max} Q_2 (1 + 2\sqrt{\tau_2}) = 0,035 \cdot 410,0 \cdot 10^6 \cdot (1 + 2\sqrt{4,39}) = 74,48 \frac{t}{y}$$

$$L_{1-2,max} = L_{2,max} - L_{vgy2} = 74,48 - 25 = 49,48 \frac{t}{y}$$

$$P_{1,max} = \frac{L_{1-2,max}}{Q_{1-2}} = \frac{49,48 \cdot 10^6}{220,75 \cdot 10^6} = 0,22 \frac{g}{m^3}$$

$$L_{1,max} = P_{1,max} Q_1 (1 + 2\sqrt{\tau_1}) = 0,22 \cdot 220,75 \cdot 10^6 \cdot (1 + 2\sqrt{0,091}) = 79,28 \frac{t}{y}$$

$$L_{tel,max} = L_{1,max} - L_{vgy1} = 79,28 - 65 = 14,28 \frac{t}{y}$$

$$X_{tel} = \frac{L_{tel} - L_{tel,max}}{L_{tel}} = \frac{91,25 - 14,28}{91,25} = 0,844 \approx 85 \%$$

d) Belső terhelés

$$P_{1,mért} = 0,4 \frac{g}{m^3} > P_{1,max} = 0,22 \frac{g}{m^3}$$

$$L_{1,mért} = P_{1,mért} Q_1 (1 + 2\sqrt{\tau_1}) = 0,4 \cdot 220,75 \cdot 10^6 \cdot (1 + 2\sqrt{0,091}) = 144,15 \frac{t}{y}$$

$$L_{1,belső} = L_{1,mért} - L_{1,max} = 144,15 - 79,28 = 64,87 \frac{t}{y}$$

17. Feladat – alga biomassa becslése, fénykioltás

Legyen egy $H = 1$ m átlag mélységű tó vizében $P = 30 \text{ mg P/m}^3$ az algák számára rendelkezésre álló foszfor koncentrációja. A minimális sejtartalom: $P_s = 0,3 \text{ (mg P)/(mg klorofill)}$?

Kérdések

- a) A rendelkezésre álló foszfor alapján mekkora lehetne a maximális klorofill koncentráció (=alga biomassa) a tóban?

A vízoszlop legtetején $I_0 = 200 \text{ } \mu\text{mol/m}^2/\text{s}$ a fotoszintetikusan aktív sugárzás. Az extinkciós (fénykioltási) koefficiens algáktól független tagjának értéke $k_{e,háttér} = 3 \text{ 1/m}$; 1 mg/m^3 klorofill $k_{e,lin} = 0,02 \text{ 1/m}$ fénykioltást okoz.

- b) A foszfor vagy a fény korlátozza-e a biomasszát?
c) A fénykioltást is figyelembe véve mekkora lehet a maximális biomassa (Chl koncentráció)?

Megoldás**a) Maximális alga biomassa**

A maximális klorofill koncentráció a Chl/P arány (minimális sejt P tartalom) alapján:

$$Chl_{max} = \frac{P}{P_s} = \frac{30}{0,3} = 100 \frac{\text{mg}}{\text{m}^3}$$

b) Korlátozó tényező

Extinkciós tényező maximális biomassa esetén:

$$k_e = k_{e,háttér} + Chl_{max} k_{e,lin} = 3 + 100 \cdot 0,02 = 5 \frac{1}{\text{m}}$$

Fotoszintézis feltétele H mélységben, hogy a fényintenzitás nagyobb legyen a vízoszlop tetején mért sugárzás 1 %-nál: $I/I_0 \geq 0,01$

Maximális biomassa esetén:

$$I = I_0 \exp(-k_e H) \rightarrow$$

$$\frac{I}{I_0} = \exp(-k_e H) = \exp(-5 \cdot 1) = 0,0067 < 0,01$$

tehát a fény korlátozza a növekedést!

c) Tényleges maximális biomassa

Biomassa maximális értéke a fénylimitálást (önárnyékolást) is figyelembe véve:

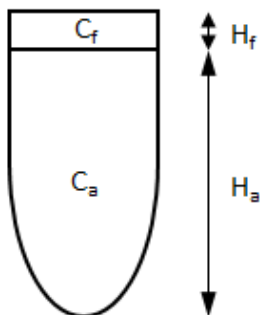
$$k_{e,max} = \frac{\ln\left(\frac{I}{I_0}\right)}{-H} = \frac{\ln(0,01)}{-1} = 4,61 \frac{1}{\text{m}}$$

$$Chl_{max} = \frac{k_{e,max} - k_{e,háttér}}{k_{e,lin}} = \frac{4,61 - 3}{0,02} = 80,26 \frac{\text{mg}}{\text{m}^3}$$

szemben az a) pontban számolt 100 mg/m^3 -es értékkel!

18. Feladat – rétegzett (mély) tó oldott oxigén koncentrációja

Adott egy mély tó, melyben a fedőréteg (epilimnion) vastagsága $H_f = 5$ m, az alsó réteg (hipolimnion) vastagsága $H_a = 40$ m. Az oldott oxigén koncentrációja a felső rétegben $C_f = 8$ mg/l, az alsó rétegben $C_a = 2$ mg/l.

**Kérdés**

Mi történik, ha a tó hőmérséklete 4 °C alá hűl? Mekkora lesz a tóban az oldott oxigénkoncentráció?

Megoldás

Az alsó réteg hőmérséklete folyamatosan 4 °C . Ha a felső réteg hőmérséklete 4 °C alá hűl, akkor a tó hőmérséklete kiegyenlítődik, a rétegzettség időszakosan megszűnik, a tó „átfordul”, melynek során átkeveredik.

Az egyensúlyi koncentráció:

$$C_e = \frac{H_f C_f + H_a C_a}{H_f + H_a} = \frac{5 \cdot 8 + 40 \cdot 2}{45} = 2,7 \frac{\text{mg}}{\text{l}}$$

Néhány magyarországi vízfolyás és állóvíz adatai

Név	Hossz [km]	Vízgyűjtőterület [km ²]	Lefolyás ¹ [m ³ /s]	Szélesség [m]	Átlagmélység ² [m]
Duna	magyar ³ : 420 össz.: 2860	be ⁴ : 131e ki: 207e tork.: 801e	be: 2000 ki: 2300 tork.: 6500	300-400	3-6
Tisza	magyar: 585 össz.: 965	be: 9e ki: 139e tork.: 157e	be: 200 ki: 870 tork.: 800	50-150	2-6
Dráva	magyar: 165 össz.: 900	be: 16831 ki: 37690 tork.: 41240	be: 480 ki: 500 tork.: 580	140-180	2-4
Maros	magyar: 50 össz.: 780	be: 28213 tork.: 30640	be: 180 tork.: 180	80-110	2-4
Körösök⁵	magyar: 220 össz.: 780	be: 10950 tork.: 27464	be: 80 tork.: 100	30-90	2-7
Rába	magyar: 220 össz.: 310	be: 1021 tork.: 10113	be: 10 tork.: 47	30-50	1-2
Ipoly	magyar: 150 össz.: 200	be: 3650 tork.: 5100	be: 6 tork.: 18	15	0,4
Zagyva⁶	177	5559	9,9	0-50	0-3
Kapos	108	3258	9	0-15	0-1
Zala	122	1568	4,3	0-15	0-2
Által-ér	48	527	0,9	0-5	0-0,3
Ráckevei-Duna⁷	57	764	0,8	150-500	2,5
Császár-víz⁸	25	393	0,5	0-1	0-0,1
Rákospatak⁹	34	190	0,3	0-1	0-0,5

¹ Magyarország: 1981-2010 évekre számolt középvízi vízhozam. Külföld: ismeretlen időszakra vonatkozó adat, forrás: www.icpdr.org

² Középvízi vízhozamhoz tartozóan a magyar szakaszon

³ Duna magyar szakasza: 1853 – 1433 fkm; Tisza: 745 – 160 fkm; Dráva határszakasza: 236 – 71 fkm

⁴ be, ki: az országba való belépés ill. az országból való kilépés szelvényében

⁵ A belépő adatok a három folyó (Fehér-, Fekete- és Sebes-Körös) összegét mutatják

⁶ Trianon óta a leghosszabb Magyarországon eredő folyó

⁷ A RSD a VGT-ben állóvízként szerepel a jelentős mesterséges hatások miatt. Felülete ~15 km²

⁸ A Velencei-tó fő táplálója. Két tározó található rajta: a Zámolyi és a Pátkai.

⁹ Az adatok a pest megyei Rákospatakra vonatkoznak, nem pedig a Fertő-tóba torkolló Rákospatakra

Név	Hossz [km]	Vízgyűjtőterület [km ²]	Lefolyás ¹⁰ [m ³ /s]	Felület [km ²]	Szélesség [km]	Átlagmélység [m]
Balaton	77	5760	8,4	600	(1,1-) 5,2-10	3,5 (max. 10,6)
Kis-Balaton¹¹	25	2587	7,2	70	1-5	1,25
Velencei-tó¹²	10,5	818	0,6	24	2,2	1,4
Tisza-tó¹³	30	2205	4,2	121	1-6	1,5
Fertő-tó	35	1493	1,23	magy: 75 össz: 315	6-12	1,1
Pátkai-tározó	4,1	358	0,5	2,9	0-0,9	2,5

¹⁰ Magyarország: 1981-2010 évekre számolt középvízi vízhozam. Külföld: ismeretlen időszakra vonatkozó adat, forrás: www.icpdr.org

¹¹ I. – II. tározó összesen

¹² A Velencei-tó a Vízyűjtőgazdálkodási Tervben két víztestből áll: egyik a nyílt vizes, másik a nádas-lápi területet fedi le

¹³ A kiskörei duzzasztóművel mesterségesen létrehozott tórendszer (valójában Kiskörei-víztározó)

Felhasznált és ajánlott irodalom

Chapra S. C.: Surface Water Quality Modeling. McGraw-Hill, New York, 1997.

Kovács Á., Honti M., Clement A.: Design of best management practice applications for diffuse phosphorus pollution using interactive GIS. Proceedings of the 11th International Conference on Diffuse Pollution. Belo Horizonte, August 26-31, 2007.

Prékopa A.: Valószínűségelmélet műszaki alkalmazásokkal. Műszaki könyvkiadó Budapest, 1974.

Somlyódy L.: Szennyezőanyagok terjedésének meghatározása vízfolyásokban. Vízügyi Közlemények UXVII. évf. 2. füzet Budapest, 1985.

Somlyódy L. (szerk.): Magyarország az ezredfordulón: Stratégiai kutatások a Magyar Tudományos Akadémián. A hazai vízgazdálkodás stratégiai kérdései. Magyar Tudományos Akadémia, Budapest, 2002.

Somlyódy L. (szerk.): Köztisztületi Stratégiai Programok: Magyarország vízgazdálkodása: helyzetkép és stratégiai feladatok. Magyar Tudományos Akadémia, Budapest, 2011.

Streeter H. W., Phelps E. B.: A Study of the pollution and natural purification of the Ohio river. 1925.

Thomann R. V., Mueller J. A.: Principles of Surface Water Quality Modeling and Control. Harper & Row Publishers, New York, 1987.

Vollenweider, R. A.: Advances in Defining Critical Loading Levels for Phosphorus in Lake Eutrophication. 1976.

Vollenweider, R. A., Kerekes, J. J.: Background and Summary Results of the OECD Cooperative Programme on Eutrophication. OECD Report, Paris, 1982.

www.euvki.hu

www.icpdr.org

www.vizeink.hu

www.vizugy.hu