

Tartók statikája - 2. előadás

Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

Displacement influence lines

Dr. Hortobágyi Zsolt

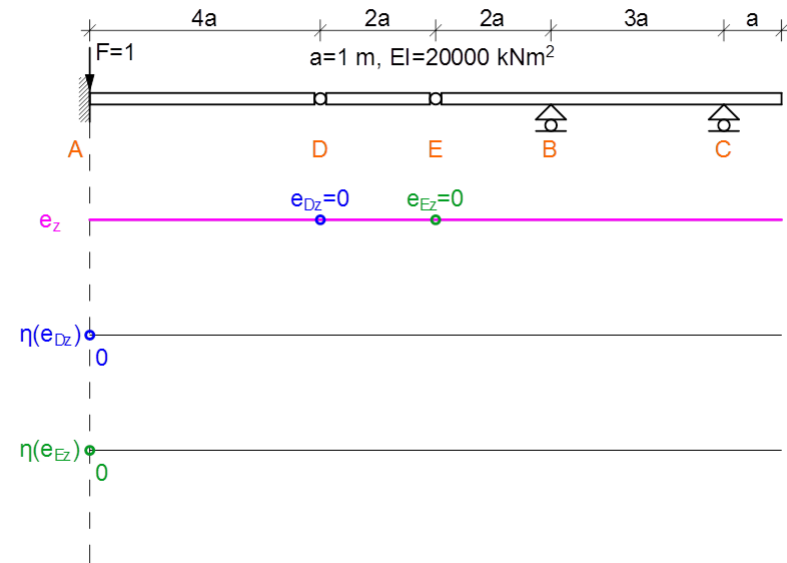
Hatásfüggvények, hatásábrák

ISMÉTLÉS:

A hatásábra definíciója: Az $\eta(C_K)=C_K(x)$ hatásábra egy ordinátája megadja a C hatás értékét a rögzített K keresztmetszetben, ha a mozgó, függőleges egységterő éppen az ordináta felett áll.

A vizsgált hatás lehet erő jellegű (pl. reakció vagy igénybevétel) vagy **elmozdulás**.

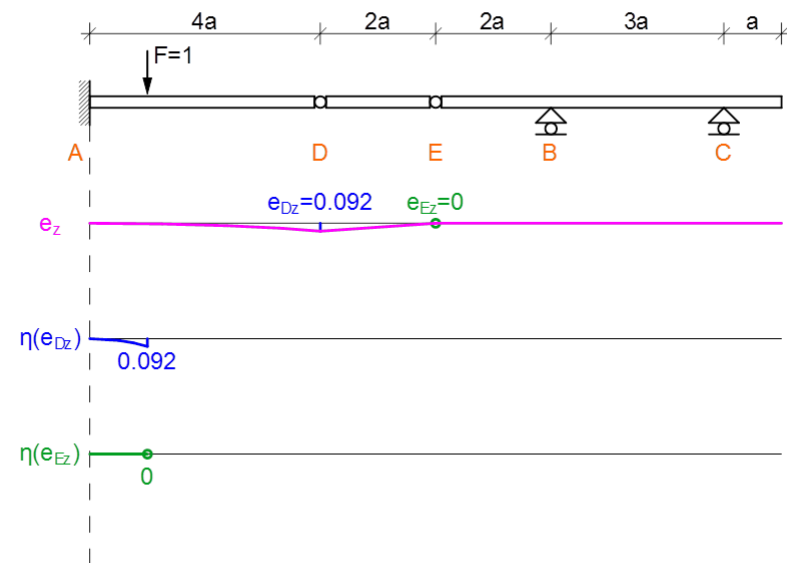
Gerber-tartó eltolódási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

3

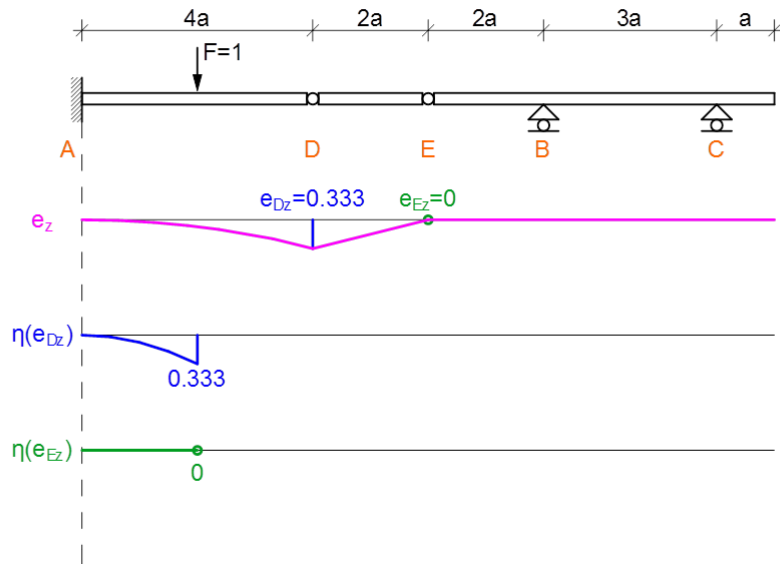
Gerber-tartó eltolódási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

4

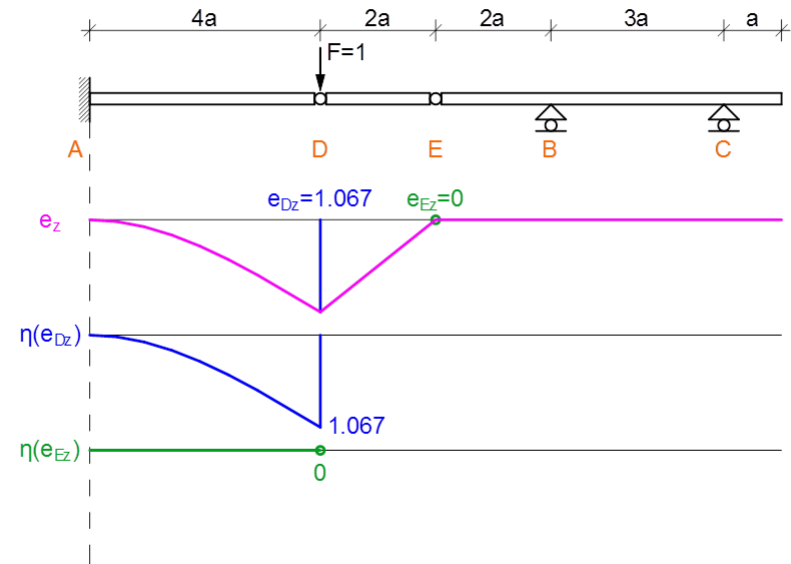
Gerber-tartó eltolódási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

5

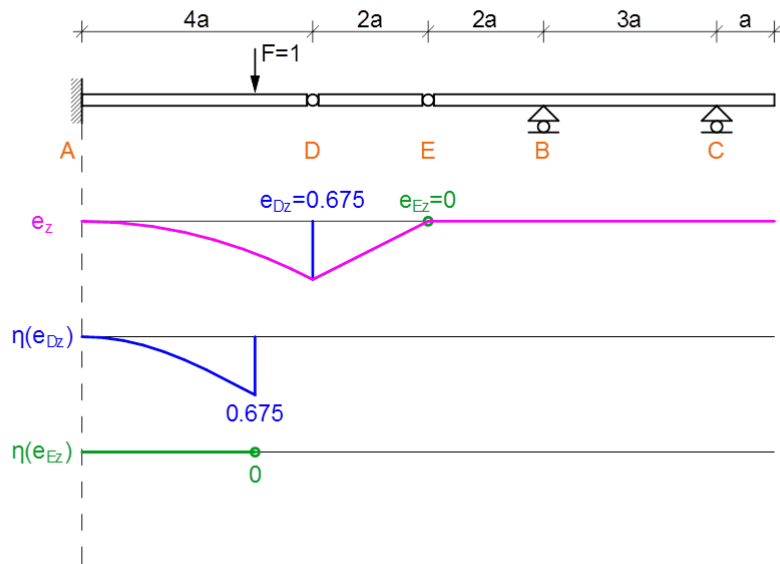
Gerber-tartó eltolódási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

7

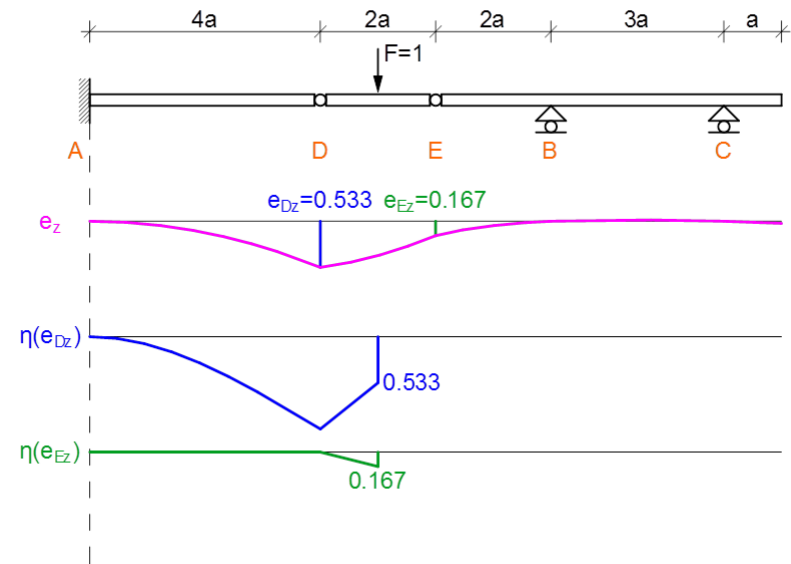
Gerber-tartó eltolódási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

6

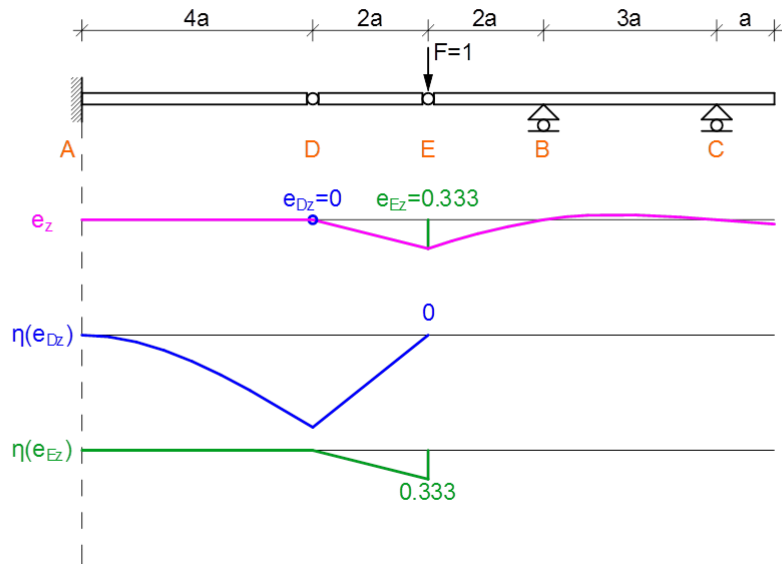
Gerber-tartó eltolódási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

8

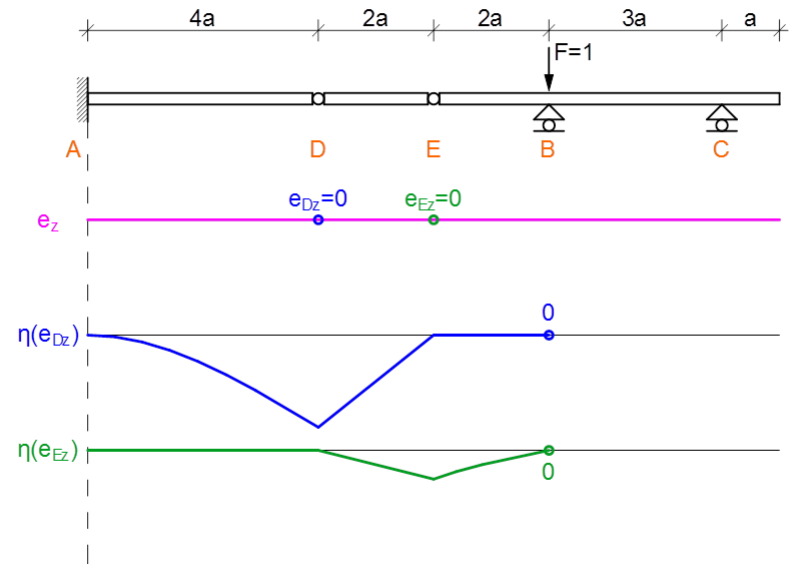
Gerber-tartó eltolódási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

9

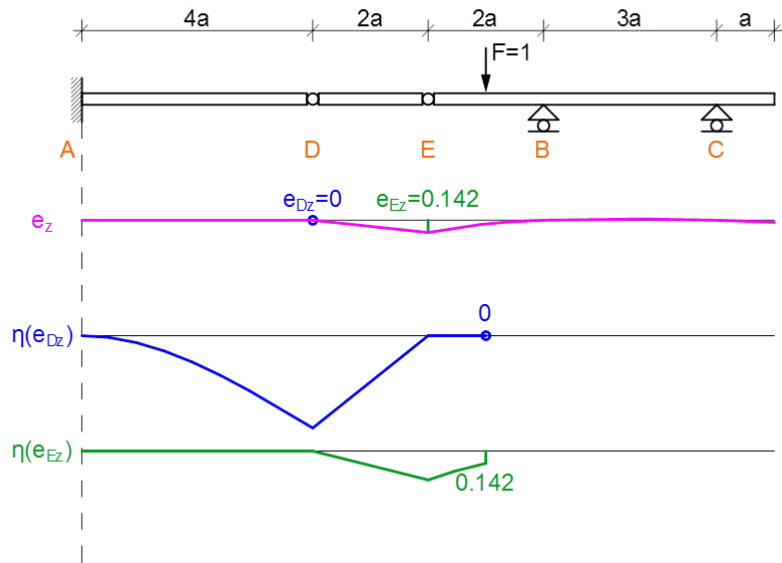
Gerber-tartó eltolódási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

11

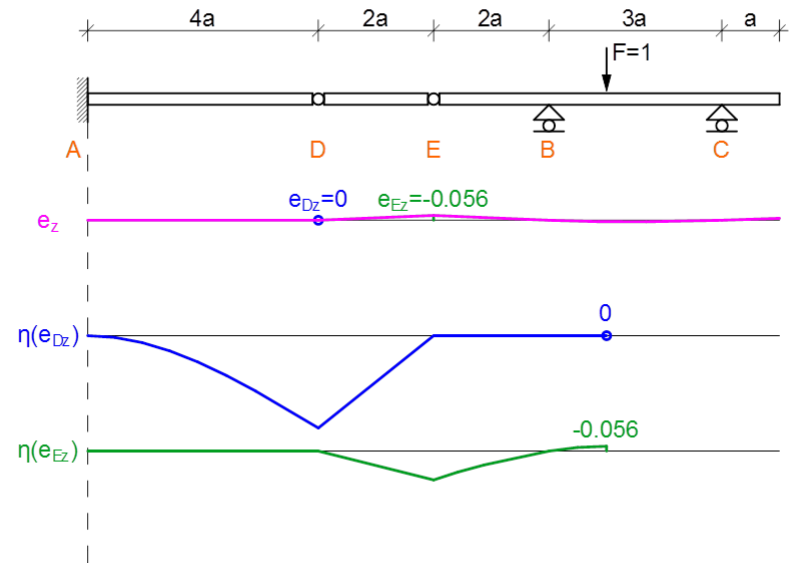
Gerber-tartó eltolódási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

10

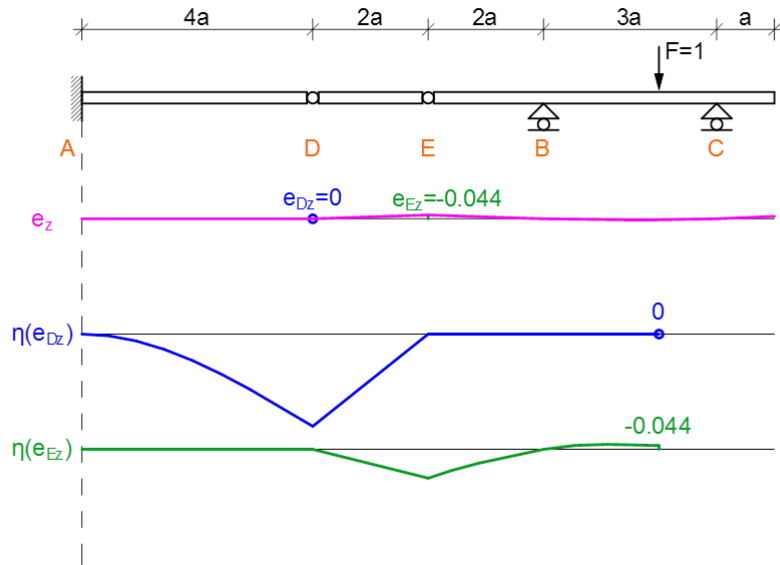
Gerber-tartó eltolódási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

12

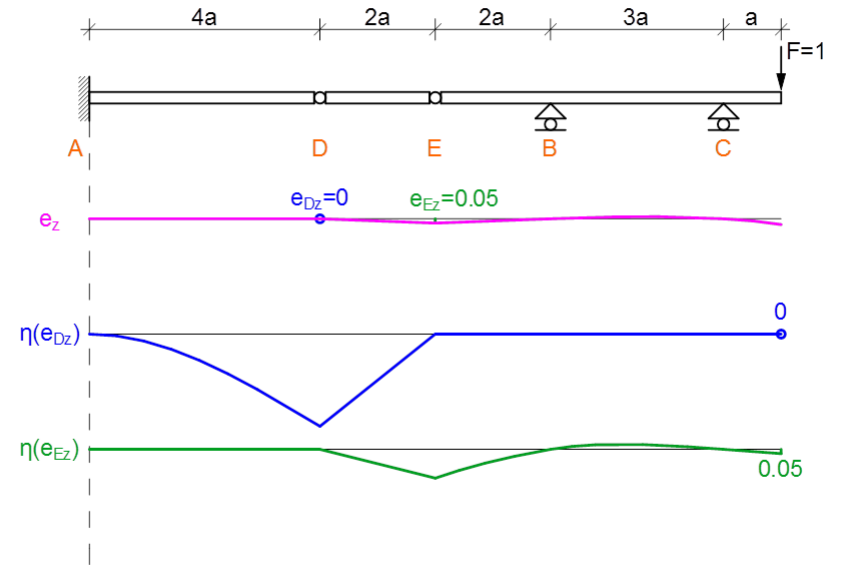
Gerber-tartó eltolódási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

13

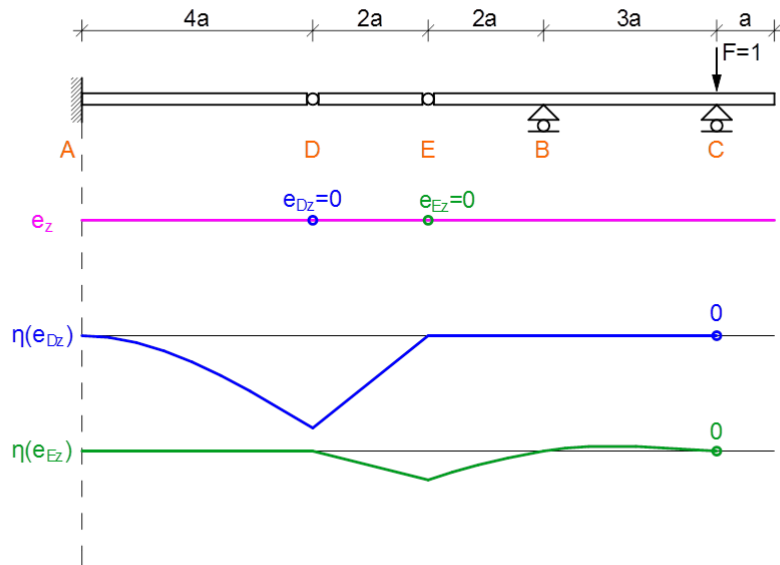
Gerber-tartó eltolódási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

15

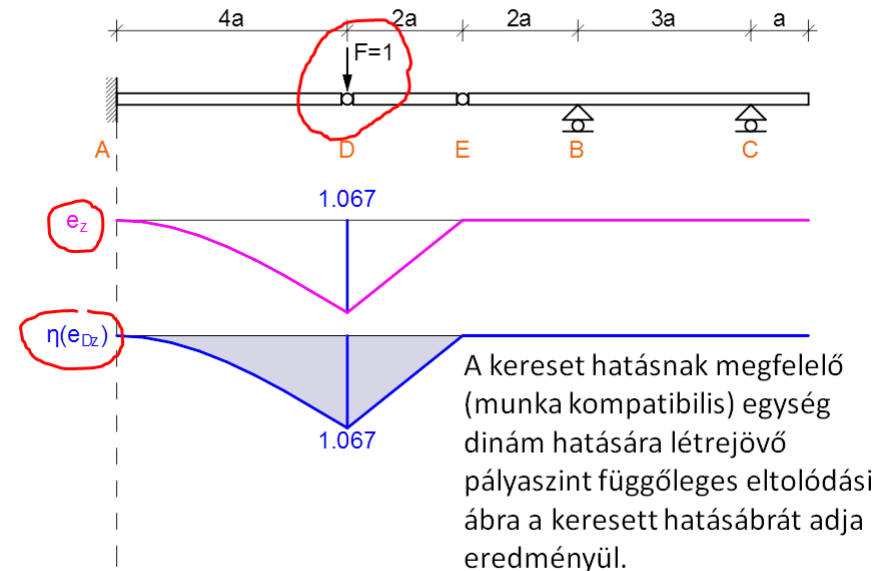
Gerber-tartó eltolódási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

14

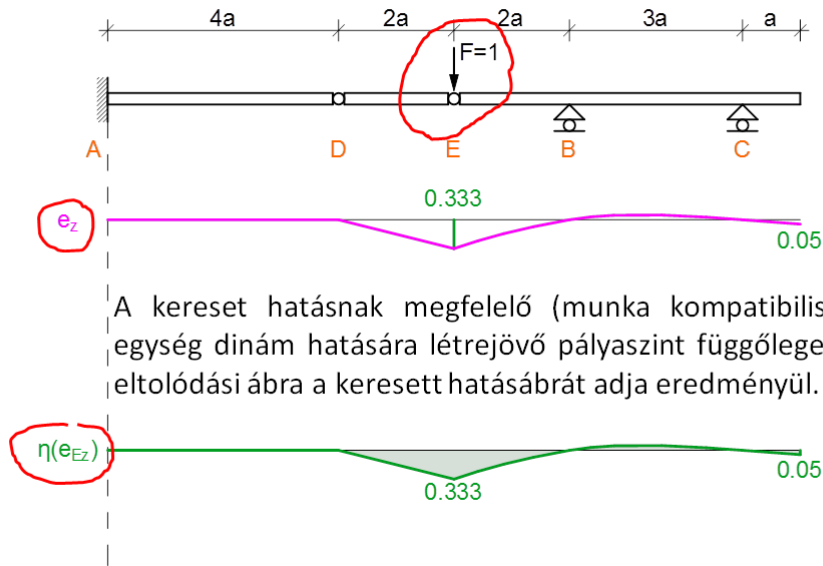
Gerber-tartó eltolódási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

16

Gerber-tartó eltolódási hatásábrái



A keret hatásként megfelelő (munka kompatibilis) egység dinám hatására létrejövő pályaszint függőleges eltolódási ábra a keresett hatásábrát adja eredményül.

Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

Virtuális erők tétele

ISMÉTLÉS:

Virtuális erők tétele:

Egy geometriailag lehetséges (kompatibilis) elmozdulásrendszernek bármely virtuális erőrendszeren végzett kiegészítő munkája zérus.

$$\delta \tilde{W} = \delta \tilde{W}_k + \delta \tilde{W}_b = 0$$

A virtuális erőrendszert úgy kell felvenni, hogy a vizsgált elmozdulási hatás munkát tudjon rajta végezni.

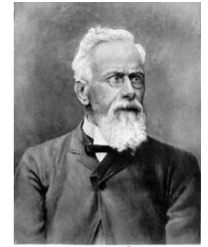
Az elmozdulási hatásfüggvények felírásához Betti és Maxwell felcserélhetőségi tételeit kell alkalmaznunk.

Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

Betti-tétel

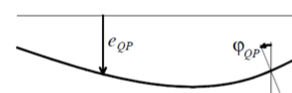
Betti felcserélhetőségi tétele:

Két dinamrendszer egymás hatására végzett külső idegen munkája egyenlő.



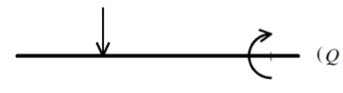
Enrico Betti
olasz matematikus
1823-1892

I. (P) virtuális, (Q) valódi



$$\delta \tilde{W} = \delta \tilde{W}_{k,P,Q} + \delta \tilde{W}_{b,P,Q} = 0$$

$$\delta \tilde{W}_{b,P,Q} = -\int \kappa_Q(z) \delta M_P(z) dz = -\int \frac{M_Q(z) \delta M_P(z)}{EI_x} dz$$



II. (P) valódi, (Q) virtuális

$$\delta \tilde{W} = \delta \tilde{W}_{k,Q,P} + \delta \tilde{W}_{b,Q,P} = 0$$

$$\delta \tilde{W}_{b,P,Q} = -\int \kappa_P(z) \delta M_Q(z) dz = -\int \frac{M_P(z) \delta M_Q(z)}{EI_x} dz$$

$$\delta \tilde{W}_{b,P,Q} = \delta \tilde{W}_{b,Q,P} \Rightarrow \delta \tilde{W}_{k,P,Q} = \delta \tilde{W}_{k,Q,P}$$

Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

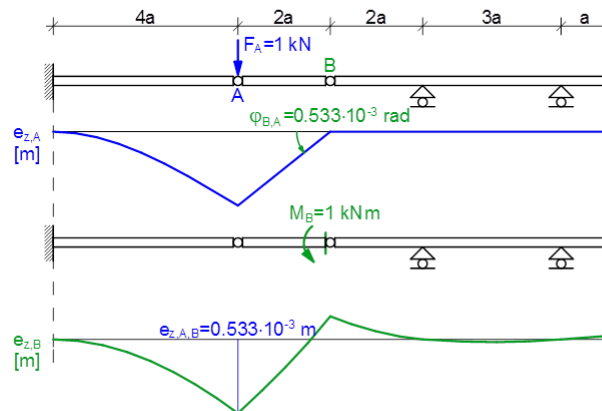
Maxwell-tétel

Maxwell felcserélhetőségi tétele:

Két egységdinám által egymás támadáspontján okozott munka-kompatibilis elmozdulások egyenlők. (Hely és ok felcserélhető.)



James Clerk Maxwell
skót matematikus
1831-1879



Betti-tétele:

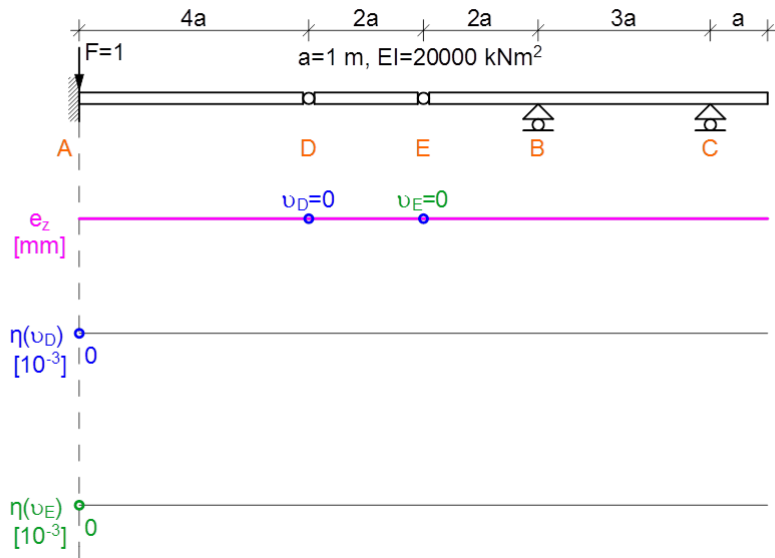
$$F_A \cdot e_{z,A,B} = M_B \cdot \varphi_{B,A}$$

Ha $F_A=1$ és $M_B=1$, akkor

$$e_{z,A,B} = \varphi_{B,A}$$

Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

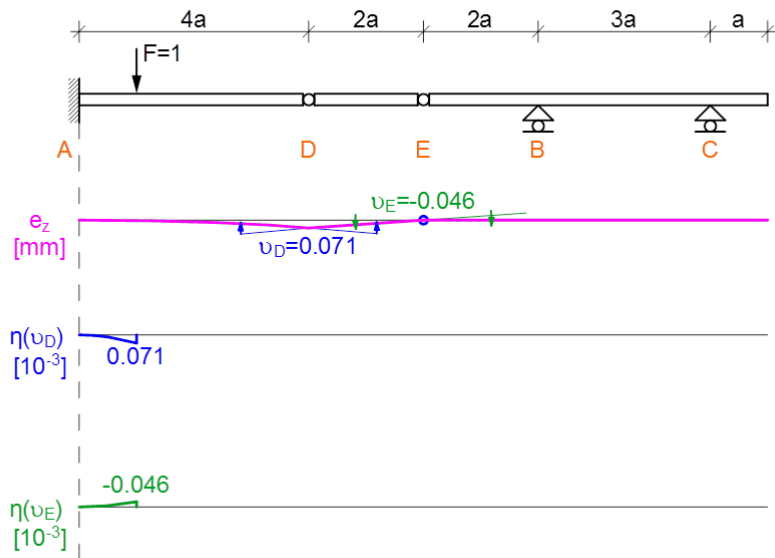
Gerber-tartó relatív elfordulási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

21

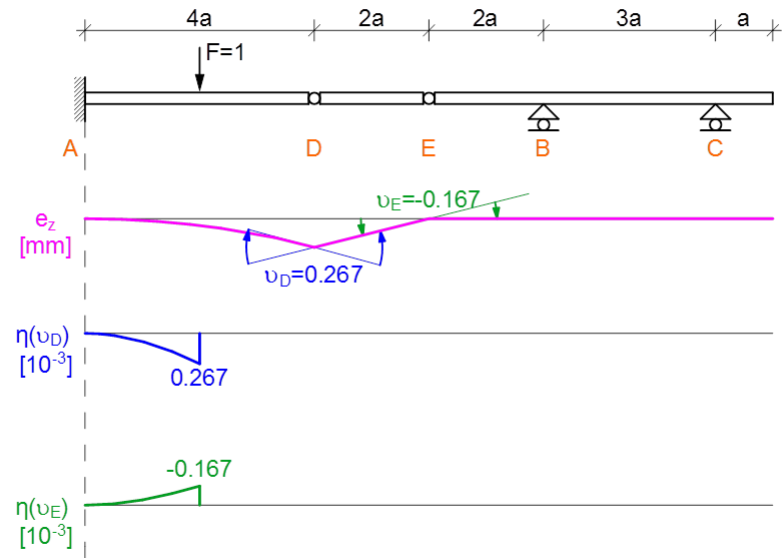
Gerber-tartó relatív elfordulási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

22

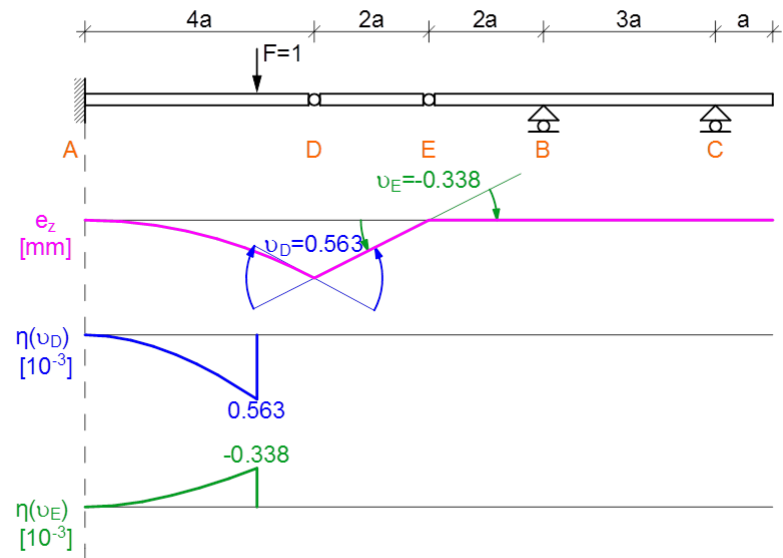
Gerber-tartó relatív elfordulási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

23

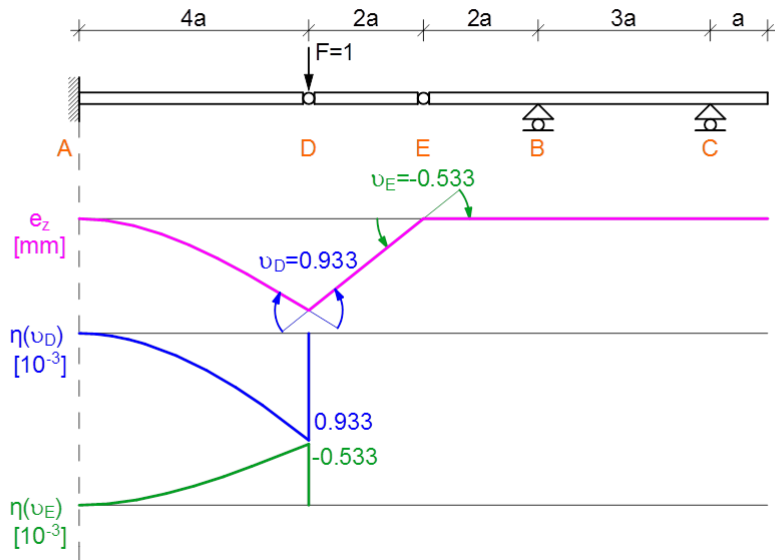
Gerber-tartó relatív elfordulási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

24

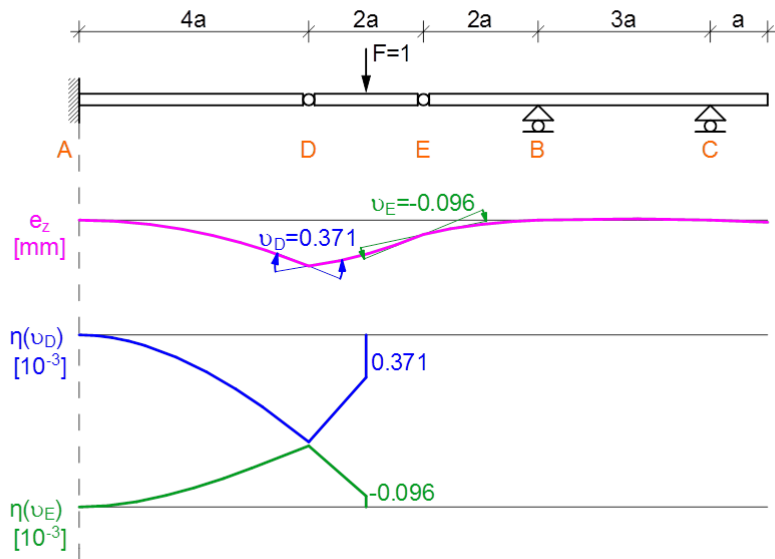
Gerber-tartó relatív elfordulási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

25

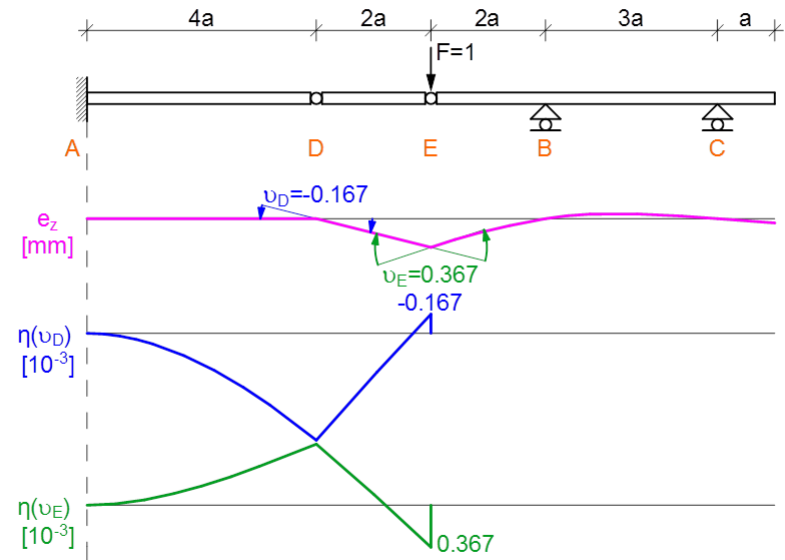
Gerber-tartó relatív elfordulási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

26

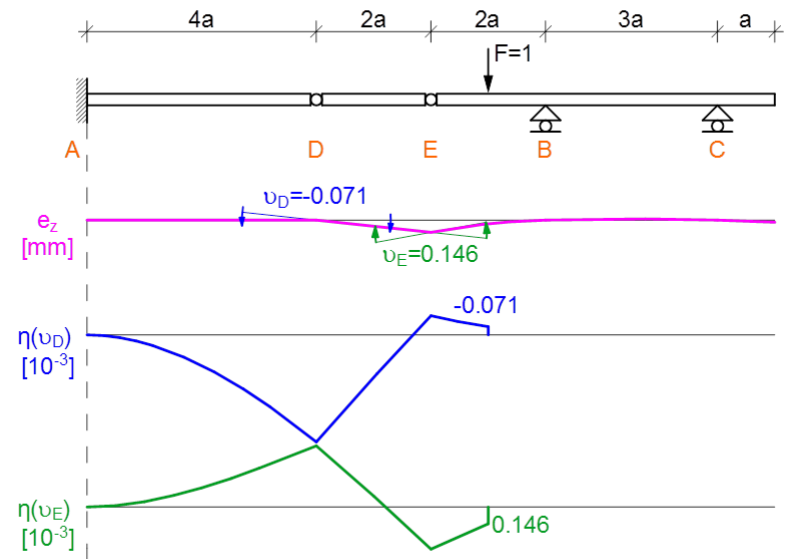
Gerber-tartó relatív elfordulási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

27

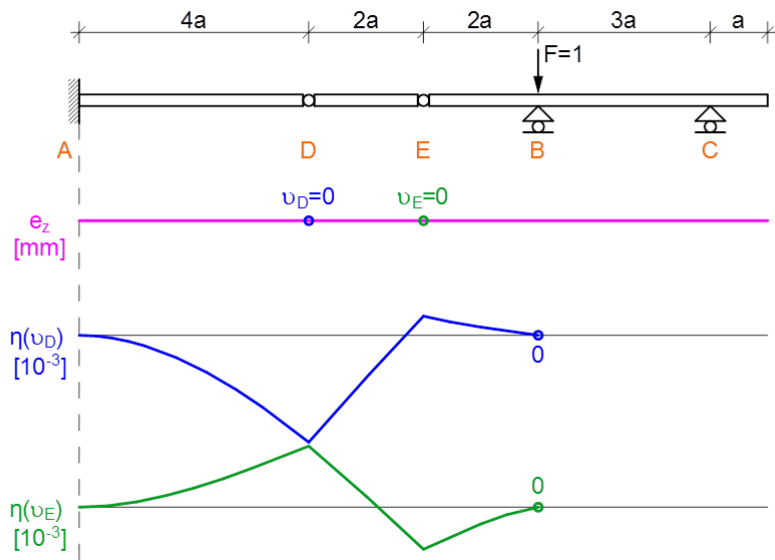
Gerber-tartó relatív elfordulási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

28

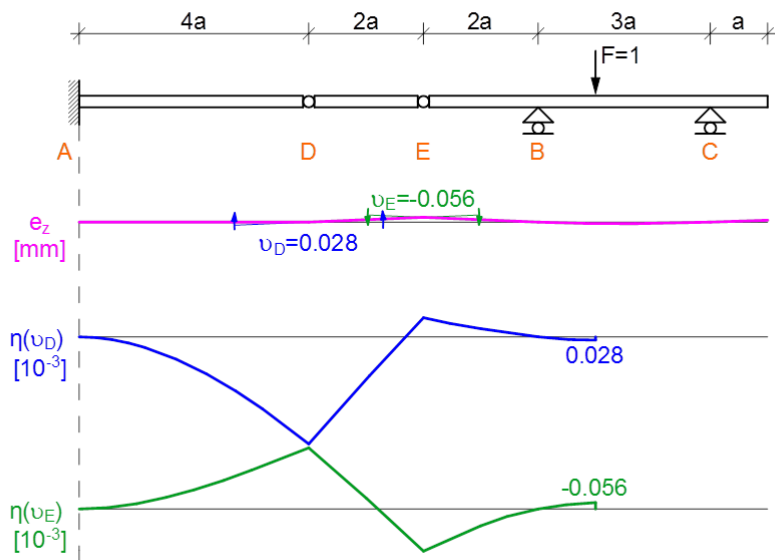
Gerber-tartó relatív elfordulási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

29

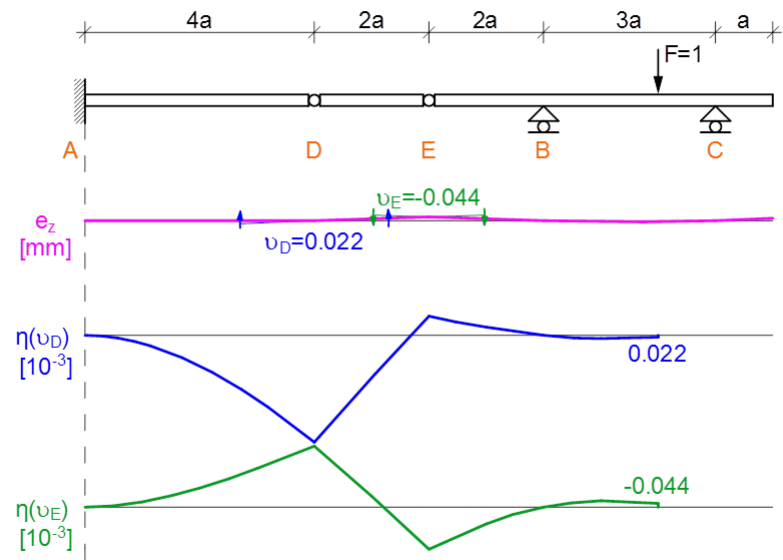
Gerber-tartó relatív elfordulási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

30

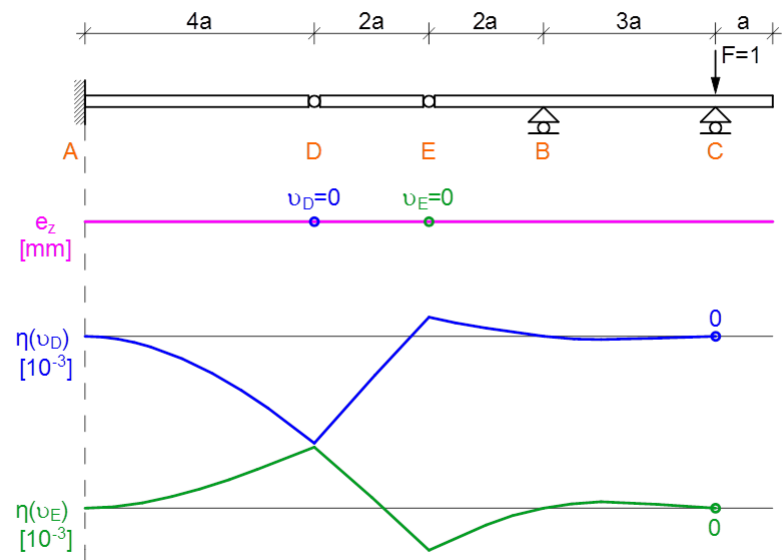
Gerber-tartó relatív elfordulási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

31

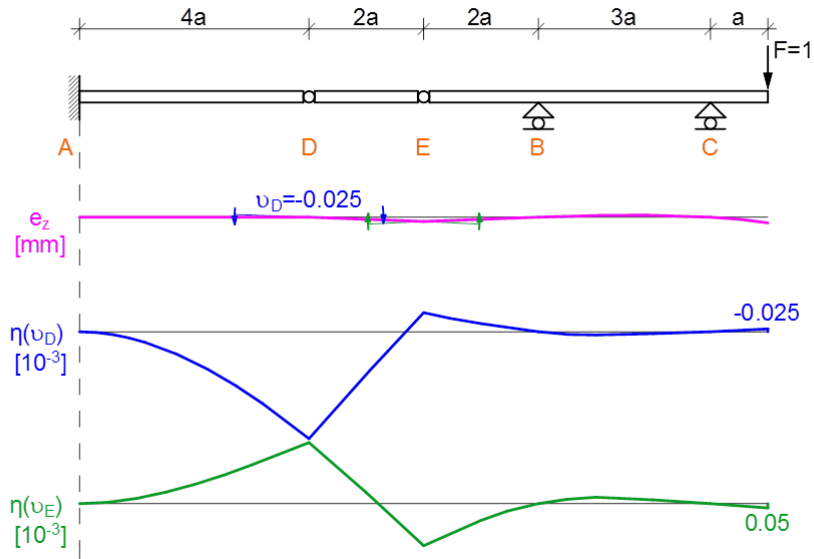
Gerber-tartó relatív elfordulási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

32

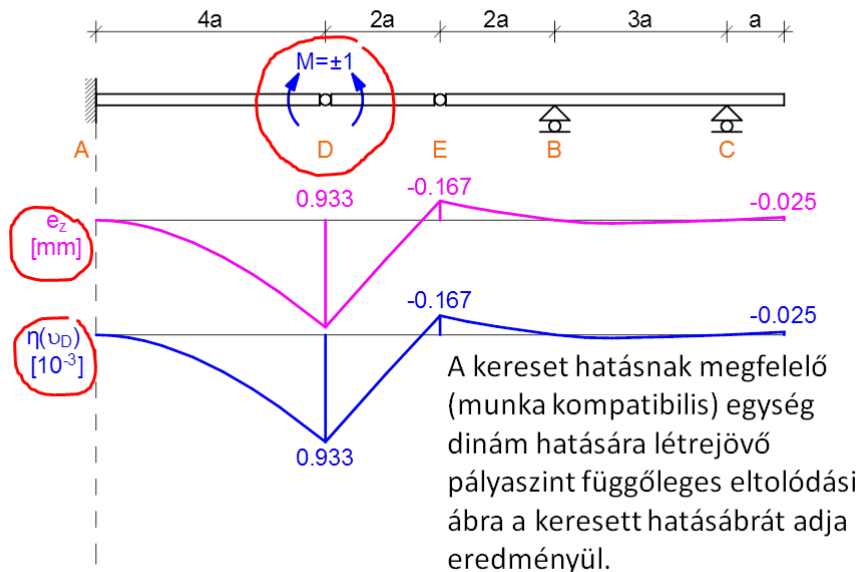
Gerber-tartó relatív elfordulási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

33

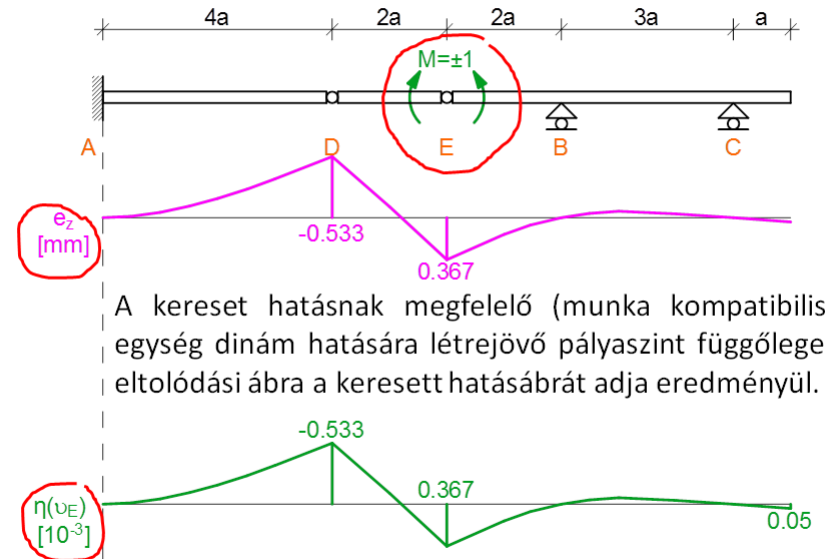
Gerber-tartó relatív elfordulási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

34

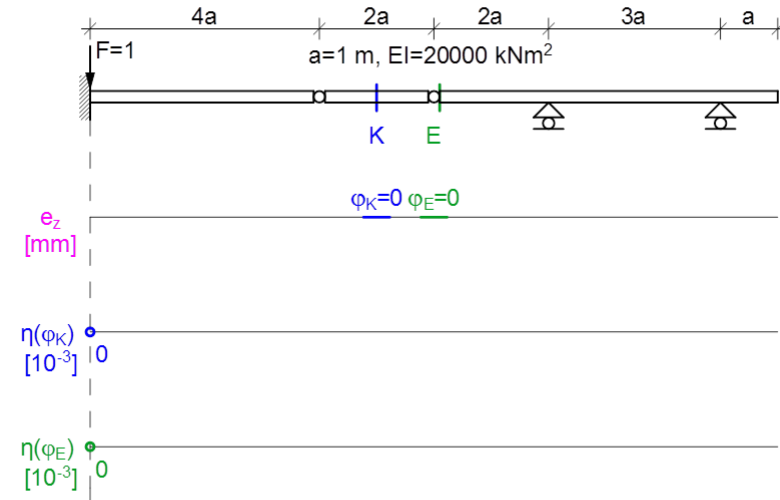
Gerber-tartó relatív elfordulási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

35

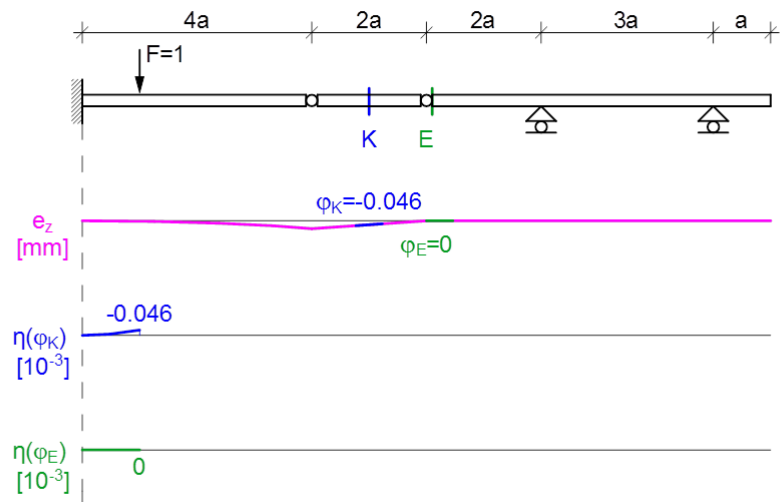
Gerber-tartó abszolút elfordulási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

36

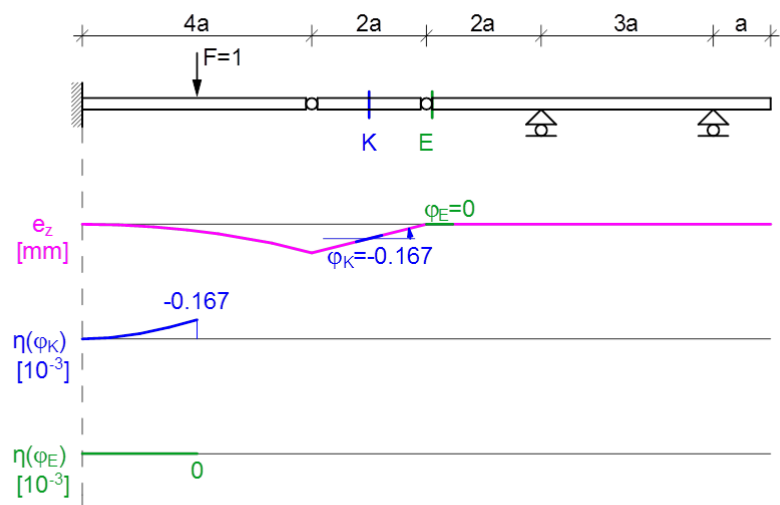
Gerber-tartó abszolút elfordulási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

37

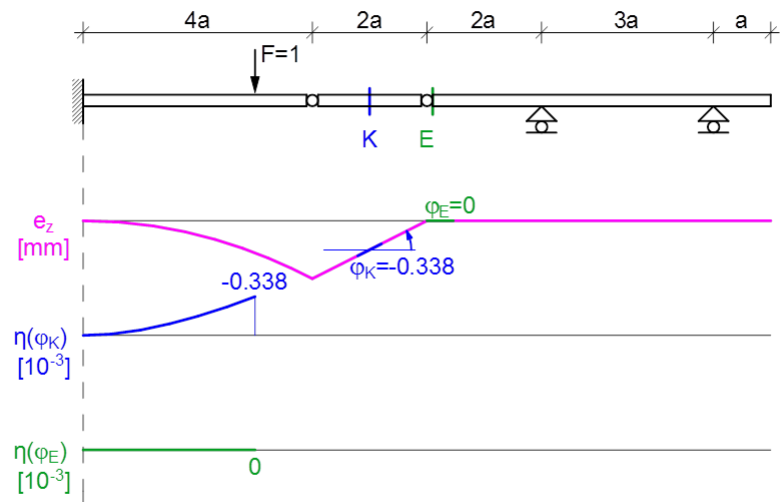
Gerber-tartó abszolút elfordulási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

38

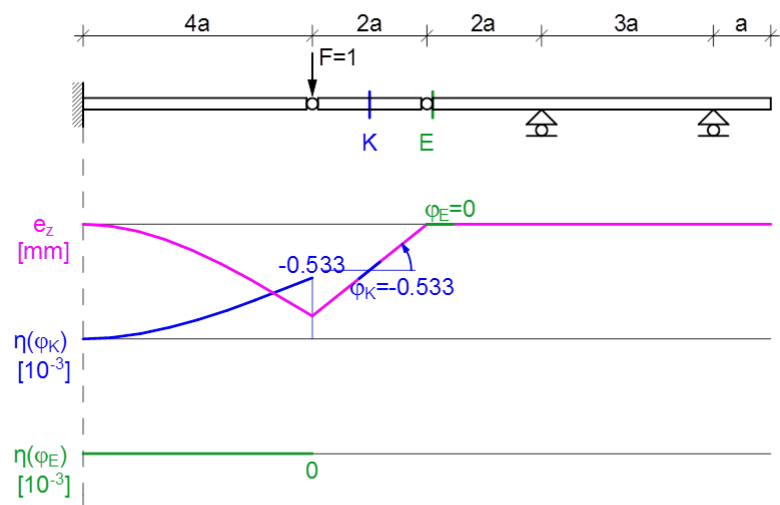
Gerber-tartó abszolút elfordulási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

39

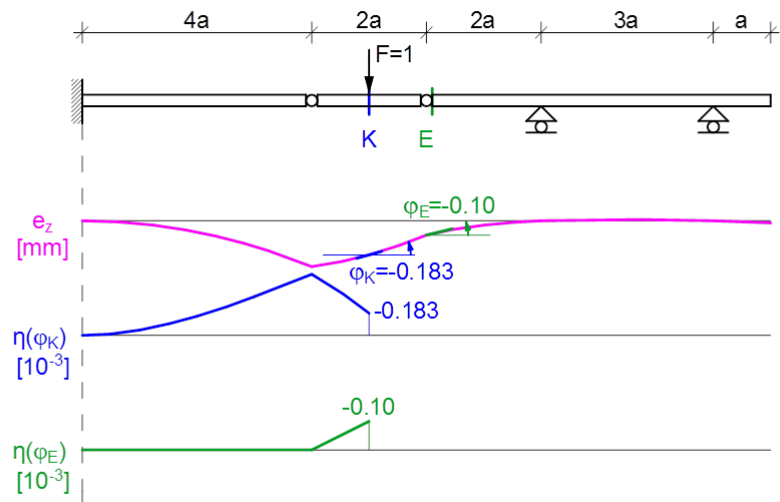
Gerber-tartó abszolút elfordulási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

40

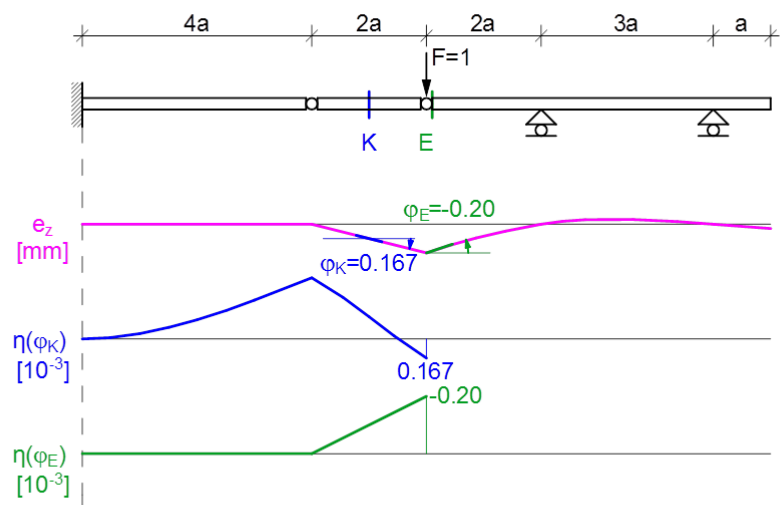
Gerber-tartó abszolút elfordulási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

41

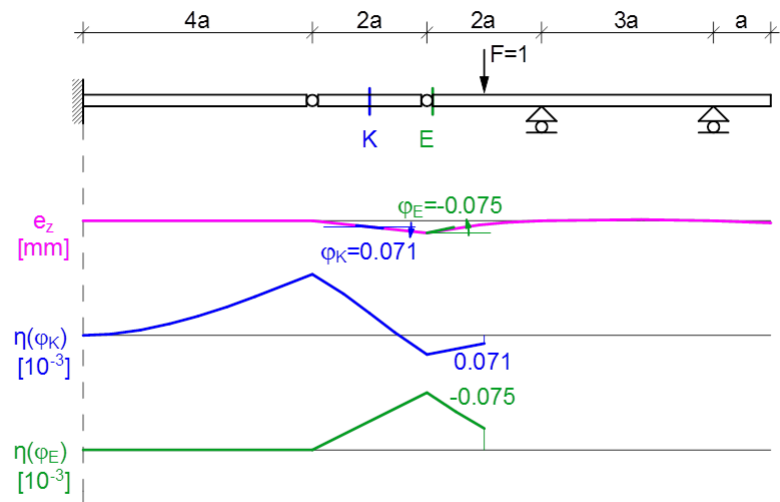
Gerber-tartó abszolút elfordulási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

42

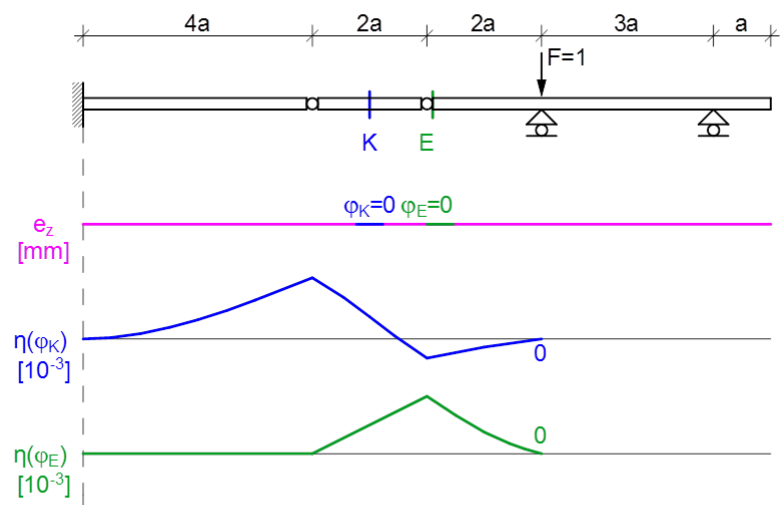
Gerber-tartó abszolút elfordulási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

43

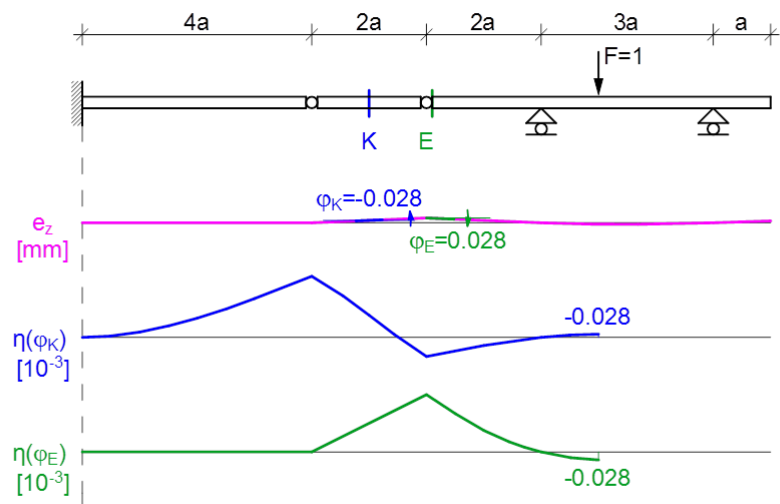
Gerber-tartó abszolút elfordulási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

44

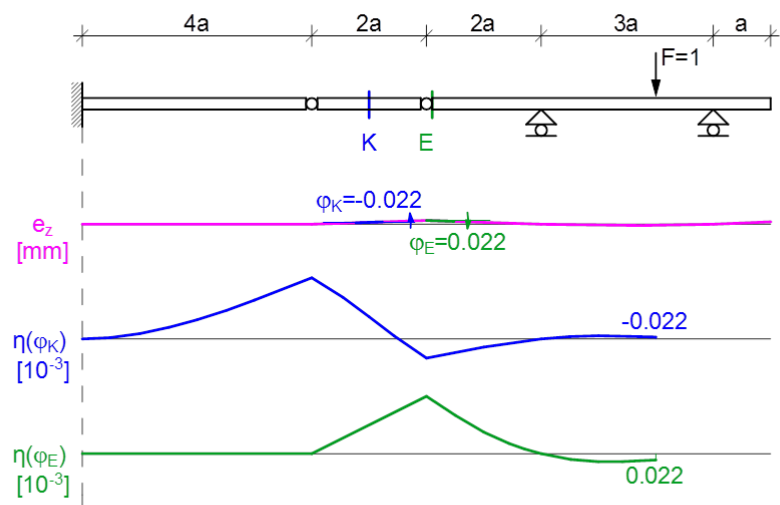
Gerber-tartó abszolút elfordulási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

45

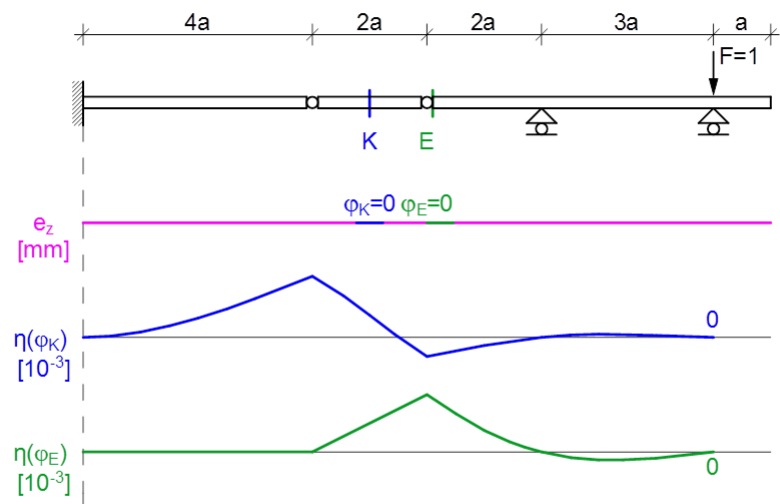
Gerber-tartó abszolút elfordulási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

46

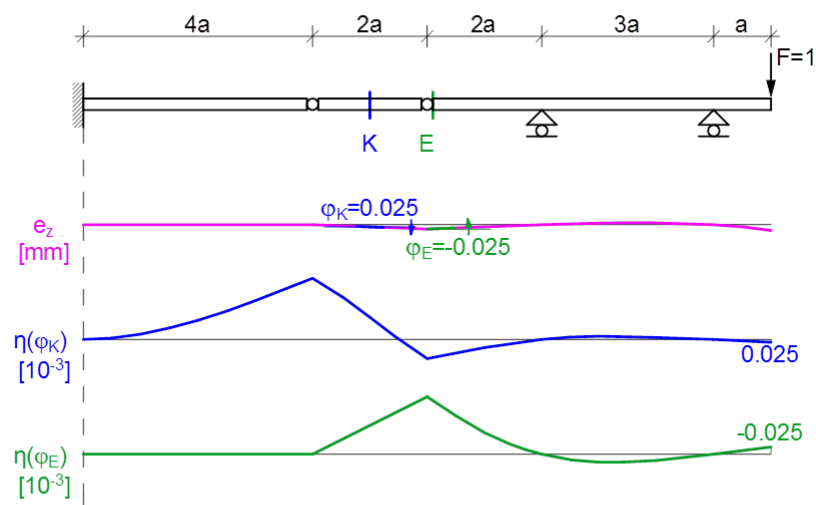
Gerber-tartó abszolút elfordulási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

47

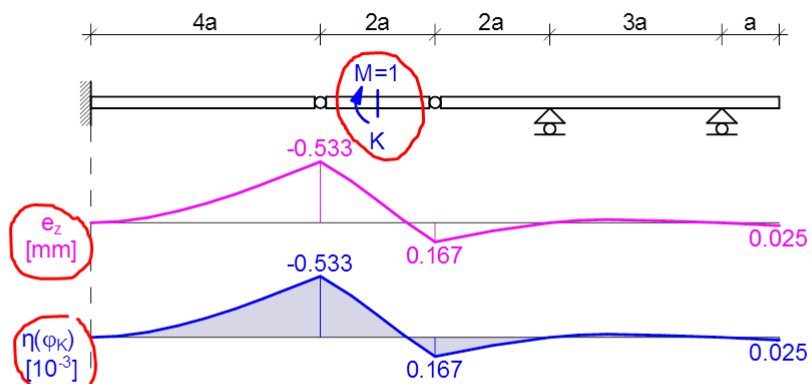
Gerber-tartó abszolút elfordulási hatásábrái



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

48

Gerber-tartó abszolút elfordulási hatásábrái

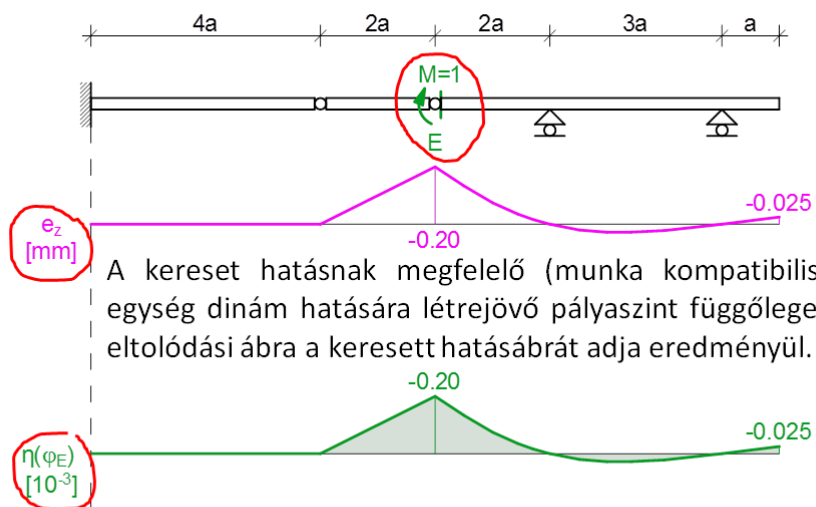


A kereset hatásnak megfelelő (munka kompatibilis) egység dinám hatására létrejövő pályaszint függőleges eltolódási ábra a keresett hatásábrát adja eredményül.

Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

49

Gerber-tartó abszolút elfordulási hatásábrái

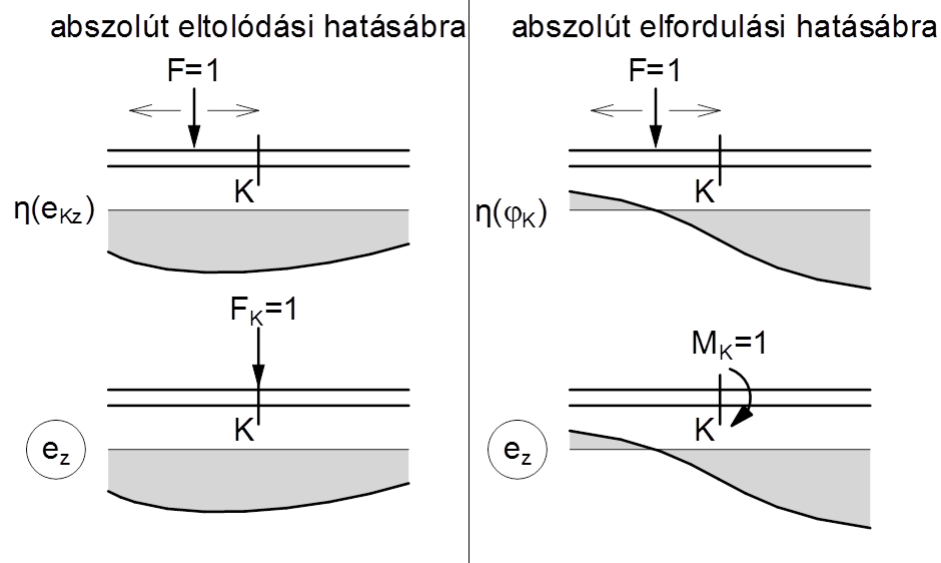


A kereset hatásnak megfelelő (munka kompatibilis) egység dinám hatására létrejövő pályaszint függőleges eltolódási ábra a keresett hatásábrát adja eredményül.

Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

50

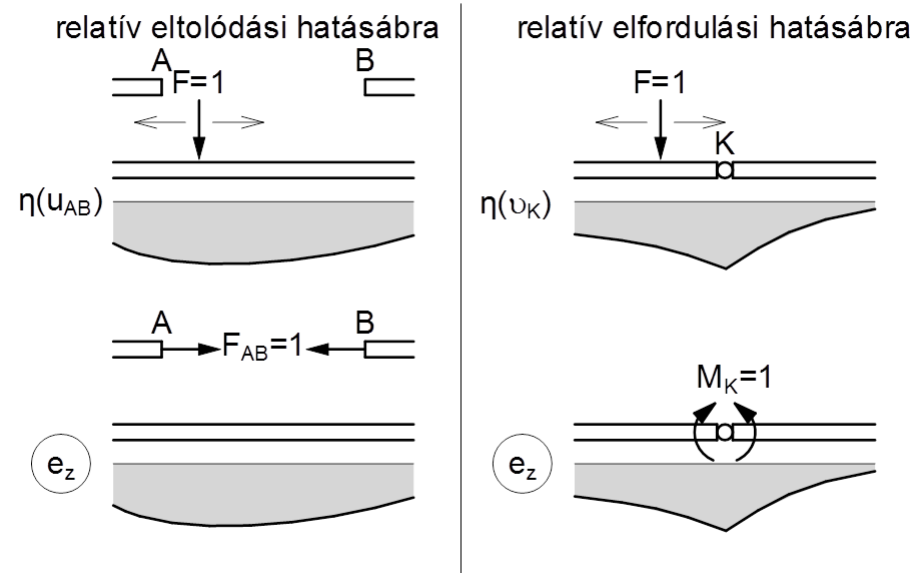
ÖSSZEFOGLALÁS



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

51

ÖSSZEFOGLALÁS



Statikailag határozott tartók elmozdulási hatásábrái

52